

วิจัยในชั้นเรียน

เรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัฒนาวิทยาลัย โดยใช้เทคนิค KWDL



ผู้วิจัย อาจารย์นันทพล มีying
โรงเรียนวัฒนาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2556

ที่มาและภูมิหลัง

การประยุกต์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่มีความสำคัญกับผู้เรียนเป็นอย่างมาก เพราะเป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิด วิเคราะห์ บูรณาการหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวัน ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้ และทักษะ/กระบวนการที่มีเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น เนื้อหาสาระของคณิตศาสตร์ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมที่สามารถประยุกต์ใช้ได้ อย่างเหมาะสมคือ แคลคูลัส ในส่วนของการหาอนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ซึ่งได้แก่ ความเร็ว ความเร่งของ วัตถุ การหาค่าสูงสุดและต่ำสุดโดยใช้อนุพันธ์ เป็นต้น

จากผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดโดยใช้อนุพันธ์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในหลายๆ ปีที่ผ่านมา พบว่า มีนักเรียนที่มีผลคะแนนเรื่อง การประยุกต์ของ อนุพันธ์ ต่ำกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม จึงทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจในการพัฒนาความสามารถในการประยุกต์ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL เพื่อให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ ไม่ผ่านเกณฑ์สูงขึ้น

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการเรียนรู้ ด้วยการสอนด้วยเทคนิค KWDL เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ภายหลังเรียนด้วย การเรียนรู้โดยใช้การสอน ด้วยเทคนิค KWDL เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ ตามเกณฑ์ 60%

ความสำคัญของการวิจัย

1. ทำให้สามารถแก้ไขปัญหาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ ของนักเรียนที่ไม่ผ่าน ผลการเรียนรู้ ให้มีผลการเรียนสูงขึ้น
2. ทำให้สามารถใช้การเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL โดยนำมาใช้แก้ปัญหการเรียนรู้ ของนักเรียน ให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ผ่านเกณฑ์ 60 %
3. การวิจัยในชั้นเรียนนี้เป็นการนำการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL ซึ่งเป็นส่วนที่สำคัญใน การเรียนรู้ของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ การประยุกต์คณิตศาสตร์และตระหนักถึง ความสำคัญของคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัฒนาวิทยาลัย ประจำปี การศึกษา 2556 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 เฉพาะแผนการเรียนวิทยาศาสตร์และแผนคณิต-อังกฤษ จำนวน 113 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1-5/3 ที่ได้มาจากการสุ่มจำนวน 57 คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในชั้นเรียนครั้งนี้ได้ทำการทดลองศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1 – 5/3 ในภาคเรียนที่ 2 วัน อังคาร พุธและวันพฤหัสบดี ในเวลาคาบเสริมวิชาการ คาบห้องสมุด คาบค้นคว้า ICT และ คาบศูนย์การเรียนรู้ โดยห้องเรียน 610 ศูนย์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ อาคาร 130 ปี กุศลศิริวังหลัง

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ การได้รับการเรียนด้วยการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL ก่อนเรียนและ หลังเรียน

ตัวแปรตาม คือ คะแนนผลการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ เนื้อหาที่ใช้วิจัย

การประยุกต์ของอนุพันธ์ ประกอบด้วย การประยุกต์ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด การใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งและ อนุพันธ์อันดับสองที่มีต่อการหาพื้นที่มากที่สุด ปริมาตรมากที่สุด กำไรสูงสุด ค่าใช้จ่ายต่ำสุด การตั้งราคาสินค้าให้ได้กำไรสูงสุด

ระยะเวลาที่จะดำเนินการทดลอง

คาบพัฒนาศักยภาพคณิตศาสตร์ (PAT 1)

12 ชั่วโมง

คาบห้องสมุด

4 ชั่วโมง

รวม 16 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนความสามารถในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ วัดความสามารถในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ โดยการนำอนุพันธ์อันดับหนึ่ง อนุพันธ์อันดับสอง ไปประยุกต์ร่วมกับการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน เพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหา พื้นที่สูงสุด ปริมาตรสูงสุด ค่าใช้จ่ายต่ำสุด

2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL หมายถึง เทคนิคการเรียนรู้ที่พัฒนามาจาก KWL ของโอเกิล (Ogle 1986) ที่ต้องอาศัยทักษะการอ่านเป็นฐาน นั่นคือนักเรียนมีความสามารถในการอ่าน ก่อนที่จะสามารถพัฒนาทักษะการอ่านมากขึ้น การสอนด้วยเทคนิค KWDL มีขั้นตอนดำเนินการเช่นเดียวกับ เทคนิคการสอนแบบ KWL แต่จะเพิ่ม D ในขั้นตอนที่ 3 จากเดิม 3 ขั้นตอนมาเป็น 4 ขั้นตอน เพื่อให้เหมาะสมในการใช้แก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ การกระบวนการวิจัยในการจัดการเรียนรู้ของครูและนักเรียน โดยใช้ กระบวนการวิจัยในการเรียนรู้มาบูรณาการโดยใช้กระบวนการวิจัยการสอนด้วยเทคนิค KWDL ตามขั้นตอน 4 ขั้นตอนดังนี้

เทคนิค KWDL แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

K: เรารู้อะไร (what we know) โจทย์บอกอะไรเราบ้าง

W: เราต้องการรู้ / ต้องการทราบอะไร (what we want to know) โจทย์ให้ / บอกอะไรบ้าง

D: เราทำอะไร/อย่างไร (what we do) เรามีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

L: เราเรียนรู้อะไรจากขั้นตอนที่ 3 (what we learned) วิธีการศึกษาคำตอบและการคิดคำนวณ

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าร้อยละ 60

ผลการศึกษาเอกสาร/งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

ผู้วิจัยศึกษาเอกสาร ดังต่อไปนี้

เทคนิคการสอนโดยใช้ KWDL

การสอนแบบเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K W D L) หรือ เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K W D L) ได้พัฒนาขึ้นโดย Ogle (1989) เพื่อใช้สอนและฝึกทักษะทางการอ่าน และต่อมาได้พัฒนาให้สมบูรณ์ขึ้น โดย Carr และ Ogle ในปีถัดมา (1987) โดยยังคงสาระเดิมไว้ แต่เพิ่มการเขียนผังสัมพันธ์ทางความหมาย (Semantic Mapping) สรุปเรื่องที่อ่าน และมีการนำเสนอเรื่องจากผังอันเป็นการพัฒนาทักษะการเขียนและพูด นอกเหนือไปจากทักษะการฟัง และการอ่าน โดยมีวัตถุประสงค์หลักคือการสอนทักษะภาษา แต่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนวิชาอื่นๆที่มีการอ่านเพื่อทำความเข้าใจ เช่น วิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เป็นต้น เพราะว่าผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้ตระหนักในกระบวนการทำความเข้าใจตนเอง การวางแผนการ ตั้งจุดมุ่งหมาย ตรวจสอบความเข้าใจในตนเอง การจัดระบบข้อมูล เพื่อดึงมาใช้ภายหลังได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงมีประโยชน์ในการฝึกทักษะการอ่าน คิด วิเคราะห์ เขียนสรุป และนำเสนอ โดยมีขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 W (What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือสิ่งที่นักเรียนต้องการรู้

ขั้นที่ 3 D (What we do to find out) นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้างเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือสิ่งที่ตนเองต้องการรู้

ขั้นที่ 4 L (What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้

ต่อมา ซอและคณะ อาจารย์มหาวิทยาลัยมิสซัสซิปปีประเทศสหรัฐอเมริกา ได้นำเทคนิค K-W-D-L มาใช้สอนในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งนำรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน (Cooperative Learning) มาผสมผสานในกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งการนำมาประยุกต์ใช้ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้โดยพัฒนาเป็นการจัดการเรียนรู้เรียกว่าเทคนิค K-W-D-L มีการทดลองใช้การเรียนร่วมกลุ่มในวิชา

คณิตศาสตร์ซึ่งครูในโปรแกรม PDS (Professional Development School) ซึ่งเป็นโปรแกรมพัฒนาครูของมหาวิทยาลัยมิสซิสซิปปีได้ขอให้ทางมหาวิทยาลัยริเริ่มจัดโครงการเรียนร่วมกลุ่ม (cooperative learning) ผู้ร่วมโครงการ คือครูผู้สอนเกรด 4 และนักเรียนของตน เป็นโรงเรียนที่อยู่ในชนบทห่างไกล ครูไม่เคยมีประสบการณ์ในเรื่องการจัดการเรียนร่วมกลุ่มใน วิชาคณิตศาสตร์มาก่อน แต่ใครที่จะเรียนรู้และทดลองใช้ กลวิธีนี้ย่อมมีประสิทธิภาพ กลุ่มทดลองมี 2 ห้องเรียนใช้การเรียนร่วมกลุ่มในวิชา คณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆด้วย ส่วนอีก 2 ห้องเรียน นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มเป็นครั้งคราว ในกลุ่มทดลองนั้น นักเรียนจะเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกลุ่ม 2 - 4 คาบ ต่อสัปดาห์และคาบที่เรียนร่วมกลุ่มนี้จะเรียนหลังจากที่ได้เรียนหัวข้อต่างๆ อันเป็นพื้นฐานในกลุ่มใหญ่แล้วในกลุ่มทดลองนี้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้หนังสือเรียนแบบฝึกสถานการณ์จริงที่ครูแนะนำ และสื่อสำเร็จที่บุคลากรของมหาวิทยาลัยจัดทำขึ้นครูได้รับการแนะนำและทบทวนเกี่ยวกับกลวิธีแก้ปัญหาเฉพาะเช่น การเดา และการตรวจสอบ ทำแผนภูมิ และภาพประกอบ

นอกจากนี้ยังมาจากความคิดริเริ่มพัฒนาและการมีส่วนร่วมในกลวิธีคิดของนักเรียนอีกด้วย สำหรับตัวนักเรียนที่ทำงานเป็นกลุ่มๆ ในเรื่องโจทย์ ปัญหาโดยใช้กลวิธีแก้ปัญหานั้นพวกเขายังคิดโจทย์ปัญหาและช่วยกันแก้ปัญหาของพวกเขาสองที่คล้ายคลึงกันอีกด้วย โจทย์ปัญหาที่นักเรียนชอบคือ ประเภทตรรกศาสตร์ประเภทปลายเปิดที่สร้างจากสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เช่น การไปจ่ายตลาด เป็นต้นว่า ถ้าต้องการจะทำอาหาร 2 มื้อสำหรับคน 4 คน แต่ละมื้อจะต้องมีอาหารครบหมู่ให้นักเรียนใช้ใบโฆษณาสินค้าจากหนังสือพิมพ์วางแผนว่า ถ้ามีเงิน 500 บาทจะซื้ออะไรได้บ้างให้ช่วยกันประมาณค่าของที่ต้องการซื้อแล้วหาวิธีการคิดให้ได้จำนวนเงินใกล้เคียง 500 บาท ขึ้นต่อไปจึงใช้เครื่องคิดเลขเพื่อตรวจสอบราคาจริง K-W-D-L: เทคนิคในการจัดการและบันทึกผลงาน การชี้แนะการทำงานของเด็กในการทดลองนี้ ได้นำเทคนิค K-W-L ของ Ogle มาใช้ K What we know. W What we want to know. D What we do to find out. L What we learned. เป็นขั้นตอนที่เพิ่มขึ้นสำหรับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เทคนิค K-W-L นี้ Ogle ได้พัฒนาขึ้นสำหรับช่วยการอ่านเพื่อความเข้าใจเป็นเทคนิค ที่ชี้แนะให้ผู้อ่านใช้ขั้นตอนเช่นเดียวกับผู้อ่านที่เชี่ยวชาญแล้ว ให้อยู่เทคนิคนี้สามารถประยุกต์ใช้กับการค้นหาวิธีการต่างๆทางคณิตศาสตร์ได้ K คือ รู้อะไรอยู่บ้างแล้ว ในขั้นตอนนี้ ผู้อ่านระดมความคิดเกี่ยวกับเรื่องที่อ่านว่ารู้ อะไรอยู่บ้างแล้วครูทำหน้าที่บันทึกคำตอบและช่วยนักเรียนจัดหมวดหมู่ของข้อมูลเหล่านั้น ช่วยอธิบายความเข้าใจที่อาจคลาดเคลื่อนหรือช่วยอธิบายให้ชัดเจนยิ่งขึ้น สำหรับการแก้โจทย์ปัญหาเป็นกลุ่ม ขั้นตอน 'K' จะเกี่ยวข้องกับการอ่านโจทย์ปัญหาตีความ ถกเถียงเกี่ยวกับข้อมูลที่ให้มา อาจรวม ทั้งกระบวนการวิธีอื่น เช่น ลงมือปฏิบัติตามที่ปัญหากำหนด วาดรูป ทำแผนภูมิ เพื่อนักเรียนจะได้เข้าใจปัญหาและรู้ว่าตนรู้อะไรบ้าง แล้วเกี่ยวกับปัญหานั้น W คือ ต้องการจะรู้อะไร ด้วยการชี้แนะจากครู นักเรียนจะบอกสิ่งที่พวกเขาต้องการเรียน รู้ได้บ่อยครั้งนักเรียนจะมีคำถามที่ยังไม่ได้ตอบในเรื่องที่อ่าน หรือนักเรียนอาจยกหัวข้อที่ยังไม่ได้ถกเถียงกันขึ้นมา และต้องค้นหา จากแหล่งความรู้อื่น เพื่อที่จะหาคำตอบและข้อมูลเหล่านั้น

สำหรับการแก้โจทย์ปัญหานั้น ขั้นตอน 'W' จะเกี่ยวข้องกับการตั้งคำถามของกลุ่มในเรื่องที่โจทย์ถามว่าคำถามคืออะไร และคำถามนั้น หมายความว่าอะไรส่วนขั้นตอนที่ว่าต้องการรู้อะไรนั้นอาจเกี่ยวข้อง กับการตัดสินใจของนักเรียนในการวางแผนจะแก้ปัญหา พวกเขาอาจตกลงกันว่าจำเป็นต้องไปหาข้อมูล และต้องตัดสินใจว่าจะไปหาแหล่งข้อมูลที่ไหนหรือบางครั้งอาจต้องทำโพล

หรืออาจต้องไปคุยกับใครๆ หรืออาจต้องการทำการวัด ทำการทดลองหรือต้องไปค้นคว้าจากหนังสืออุเทศต่างๆ L คือ ได้เรียนรู้อะไร ขั้นตอนนี้ของ Ogle ให้นักเรียนอ่านในใจละบันทึกว่าได้อะไรบ้าง แล้วนำมาเล่าสู่กันฟัง แล้วบันทึกไว้ขั้นตอนนี้ช่วยให้ ผู้เรียนได้ขัดเกลาและขยายความคิดเห็นทั้งกระบวนการอ่านและกระบวนการเขียน ในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอน ,L' นี้ประสงค์ให้ผู้เรียนบอก คำตอบรวมทั้งอธิบายและชี้แจงถึงขั้นตอนของการดำเนินการแก้ปัญหา พวกเขาอาจให้ผู้อื่นช่วยตรวจสอบเพื่อความแน่ใจหรือพวกเขาอาจพูด กันถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบของพวกเขาเองกลุ่มนักเรียนจะได้รับ การส่งเสริมให้เห็นผลสะท้อนและได้เขียนเกี่ยวกับข้อมูลทั่วไปที่ได้เรียนรู้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนกลุ่มหนึ่งอาจเขียนและพูดเกี่ยวกับ เรื่องวิธีการวาดภาพช่วยได้อย่างไร หรือการที่พวกเขาได้ใช้กระบวนการวิเคราะห์และตรวจสอบอย่างไร เป็นต้น ผลการทดลอง พบว่านอกเหนือ

จากขั้นตอนของ Ogle แล้วได้เพิ่มขึ้น ตอน ,D' อีก 1 ขั้นตอน คือ ,ได้ทำอะไรไปบ้าง' สมาชิกของกลุ่มใช้แบบบันทึกขั้นตอนขณะที่ช่วยกันวางแผนและกระบวนการดำเนินงานที่พวกเขาได้ใช้ในขณะที่ทำงานร่วมกันในการแก้ปัญหา ขั้นตอน ,D' นี้ได้จัดไว้ในลำดับที่ 3 ก่อนขั้นตอน ,L' มีการใช้โจทย์ปัญหาทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มทั้งก่อนและหลัง การให้คะแนนงานกลุ่มได้ใช้ของ Charles, Lester และ O'Daffer (1986) โดยใช้ระดับคะแนนรวม 1 2 3 และ 4 ผลปรากฏว่า นักเรียนใน 2 ห้องเรียนที่ใช้การเรียนร่วมกลุ่มได้ระดับคะแนนสูงกว่านักเรียนอีก 2 ห้องเรียนที่ไม่ได้ใช้ นอกจากนี้ เจตคติด้านบวกของการเรียนร่วมกลุ่มโดยใช้ KWDL เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหา ยังมีข้อสนับสนุนต่างๆเพิ่มขึ้น เช่น เด็กๆระบุว่าพวกเขามีความสนุกที่ได้ทำงานร่วมกันมีความเชื่อมั่นมากขึ้นมีความสนใจเพิ่มขึ้นและมีความตื่นตัวดี เด็กๆมีความภาคภูมิใจในความ สามารถที่เพิ่มขึ้นในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะข้อปัญหาที่ต้องการให้เหตุผล 2 ด้านขณะที่คิดปัญหาเหล่านี้เด็กๆ จะใช้กลวิธีต่างๆรวมทั้ง การวาดภาพ ทำแผนภูมิ และใช้วิธีเดาแล้วตรวจสอบ ขณะที่เด็กๆ ทำงานกลุ่ม พวกเขาจะคอยตรวจสอบตัวเองบ่อยครั้งเพื่อให้แน่ใจว่าคำตอบนั้นตรงกับคำถาม (quoted in Cooperative Problem Solving. 1977:482-486)

ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ที่ใช้เทคนิค KWDL จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีระดับขั้นตอนการคิดอย่างเป็นระบบ ซึ่งจะช่วยให้เป็นแรงเสริมที่ทำให้ผู้เรียนมีการถ่ายทอดแนวความคิดได้อย่างเป็นระบบ เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาจากเทคนิค KWL ของโอเกิล (Ogle 1986) ที่ต้องอาศัยทักษะการอ่านเป็นพื้นฐาน นั่นคือ นักเรียนต้องมีความสามารถในการอ่านก่อนจึงจะสามารถพัฒนาทักษะการอ่านให้มีคุณภาพมากขึ้น ด้วยเทคนิค KWL, KWDL, KWL plus วิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคหรือกระบวนการ KWDL มีขั้นตอนการดำเนินการเช่นเดียวกันกับ KWL เพียงแต่เพิ่มขึ้น D ขั้นตอนที่ 3 คือ ขั้นตอนที่ 4 ซึ่ง KWDL มาจากคำถามที่ว่า

K : เรารู้อะไร (What we know) หรือโจทย์บอกอะไรเราบ้าง (สำหรับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์)

W : เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร (What we want to know) หรือโจทย์ให้อะไร บอกอะไรบ้าง

D : เราทำอะไร, อย่างไร (What we do) และหาคำตอบ หรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง หรือมีวิธีดำเนินการเพื่อหาคำตอบอย่างไร

L : เราเรียนรู้อะไรจากการดำเนินการขั้นที่ 3 (What we learned) ซึ่งคือ คำตอบสาระความรู้และวิธีศึกษาคำตอบ และขั้นตอนการคิดคำนวณ เป็นต้น

การกำหนดขั้นตอนของเทคนิค KWDL การมีคำถามเพื่อให้แสวงหาข้อมูลและบันทึกตามที่ต้องการในแต่ละขั้น จะช่วยส่งเสริมการอ่านมากขึ้น โดยเฉพาะการอ่านเชิงวิเคราะห์ การนากระบวนการหรือเทคนิค KWDL ไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านโจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกระดับชั้นจะมีปัญหามากที่สุด เนื่องจากการ

อ่านโจทย์ไม่เข้าใจชัดเจน วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เป็นปัจจัยสำคัญปัจจัยหนึ่ง นอกจากการคิดคำนวณไม่เป็น ดังนั้นทุกขั้นตอนของเทคนิค

KWDL ครูจึงต้องคอยแนะนำชี้แนะแนวทางให้นักเรียนได้ คิดพิจารณาและวิเคราะห์ให้หลากหลายมากที่สุด แต่การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ร่วมกับการร่วมมือกันเรียนรู้ นักเรียนที่เก่งกว่าก็จะสามารถช่วยนักเรียนที่อ่อนกว่าได้ การใช้เทคนิค KWDL ในการสอนคณิตศาสตร์ ครูต้องเตรียมแผนผัง KWDL เช่นเดียวกับเทคนิค KWL ในตอนเริ่มต้นบทเรียนที่ครูอธิบายโดยครูและนักเรียนร่วมกันเรียนรู้ทำความเข้าใจวิธีการสรุปค่า แต่ละขั้นตอน เพื่อให้ได้ข้อมูลครบถ้วนที่สุด ซึ่งต้องมีแผนผัง KWDL ประกอบให้นักเรียนมองเห็นได้ชัดเจนทุกคนด้วย นอก จากนั้นการฝึกทำแบบฝึกหัดมีส่วนร่วม นักเรียนจะต้องมีแผนผัง KWDL ของตนเองเพื่อเติมข้อความด้วยเช่นกัน แต่ควรให้ใช้ร่วมกัน 2 คน ต่อ 1 ชุด จะเหมาะสมกว่า เพราะมุ่งเพื่อส่งเสริมการทำงานร่วมกัน

ตาราง 5 แผนผัง KWDL โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ : KWDL Chart

K โจทย์บอกอะไรบ้าง	W โจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีอะไรได้บ้าง	D ดำเนินการตามกระบวนการ	L คำตอบที่ได้และ คิดคำตอบอย่างไร
1.	1.	แสดงวิธีทำ	คำตอบ สรุป
2.	2.	ขั้นตอน
3.	3.	วิธีที่ 1
4.	4.	วิธีที่ 2
		วิธีที่ 3

2.การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยนักเรียนใช้กระบวนการวิจัยในการเรียนรู้

ตาราง 1 บทบาทครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยนักเรียนใช้กระบวนการวิจัยในการเรียนรู้

กระบวนการวิจัย	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
1. ตั้งคำถาม	<ul style="list-style-type: none"> ครูกระตุ้นความสนใจของนักเรียนให้เกิดความสงสัยใคร่หาคำตอบ ครูสนับสนุนให้นักเรียนนำคำถามที่ตรงประเด็นของปัญหา ซึ่งคาดว่าจะนำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหาได้ ไปทำการวิจัย 	<ul style="list-style-type: none"> คิดประเด็นปัญหาที่ตนสนใจ ตั้งคำถามตามประเด็นปัญหาที่ตนสนใจ
2. เตรียมการค้นหาคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> ครูกระตุ้นให้นักเรียนนึกถึงความรู้หรือประสบการณ์ที่คาดว่าจะเกี่ยวข้องกับปัญหา ครูฝึกกระบวนการวิจัยให้แก่ นักเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนสำรวจความรู้และประสบการณ์ที่คาดว่าจะอาจนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนคาดคะเนคำตอบตามข้อมูลที่มีอยู่ และออกแบบการทดลองหรือการสืบค้นข้อมูลเพื่อตรวจสอบคำตอบ
3. ดำเนินการค้นหาและตรวจสอบคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> ครูให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านกระบวนการวิจัยและสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนดำเนินการค้นหาคำตอบ ตามกิจกรรมที่ออกแบบไว้ ตรวจสอบและปรับปรุงจนได้คำตอบที่ไม่มีข้อขัดแย้งและไม่ขัดกับหลักฐานเชิงประจักษ์
4. สรุปและนำเสนอผลการค้นหาคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปกระบวนการวิจัยและผลการวิจัยที่เกิดขึ้น ครูยกตัวอย่างวิธีนำเสนอผลการค้นหาคำตอบ 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนทบทวนขั้นตอนการค้นหาคำตอบ การตรวจสอบคำตอบ และการปรับปรุงจนได้คำตอบสุดท้าย และนำเสนอในรูปแบบที่น่าสนใจ เหมาะสมกับวัย และระดับการศึกษา

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยและเครื่องมือในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือการวิจัยที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์
2. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการวิจัย

ตัวอย่าง แบบทดสอบวัดการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนอธิบาย บรรยาย ขั้นตอนการคำนวณและแสดงแนวทางที่ทำให้ได้คำตอบ โดยอ้างอิงแนวคิด ความรู้ หลักการทางวิชาคณิตศาสตร์ ที่สามารถนำมาใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบ หรือแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ขอ (0) ต้องการสร้างกล่องที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไม่มีฝาปิดให้มีความจุ 32 ลูกบาศก์เมตร

ถ้าค่าวัสดุที่ใช้ในการทำกล่องตารางเมตรละ 10 บาท ค่าใช้จ่ายในการทำกล่องเป็นเท่าใด จึงจะประหยัดที่สุด

ขั้นตอนการได้มาซึ่งเครื่องมือการวิจัย

ชื่อเครื่องมือการวิจัยและการหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์

การได้มาซึ่งเครื่องมือการวิจัย

ผู้วิจัยศึกษาค้นคว้าจากเอกสารหนังสือ ตำราเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของสสวท. คู่มือครู และจากคลังข้อสอบของโรงเรียน ตั้งแต่ปี 2547-2556 เฉพาะเรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ แล้วดำเนินการคัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่าย ค่า p (0.2-0.8) และค่าอำนาจจำแนก ค่า r (0.2 ขึ้นไป) ซึ่งได้เป็นข้อสอบแบบปรนัยจำนวน 23 ข้อ นำส่งให้ผู้เชี่ยวชาญทางคณิตศาสตร์พิจารณาค่าความเที่ยงตรง(Validity) ต่อไป

การหาคุณภาพเครื่องมือการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ อาจารย์เกติษฐ์ จันทร์ขจร (กศม. คณิตศาสตร์) หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒปทุมวัน กรุงเทพฯ นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ จำนวน 23 ข้อ ที่คัดเลือกจากคลังข้อสอบโรงเรียนวัฒนาวิทยาลัย ตรวจสอบคุณภาพค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ภาษาที่ใช้ โดยผู้เชี่ยวชาญนำมาปรับปรุงแก้ไข คัดเลือกได้แบบทดสอบที่มีค่า IOC มากกว่า 0.5 คะแนน จำนวน 15 ข้อ

ขั้นตอนการดำเนินการสร้างเครื่องมือวิจัย

ศึกษาเอกสาร คู่มือครู เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์
คลังข้อสอบของโรงเรียน



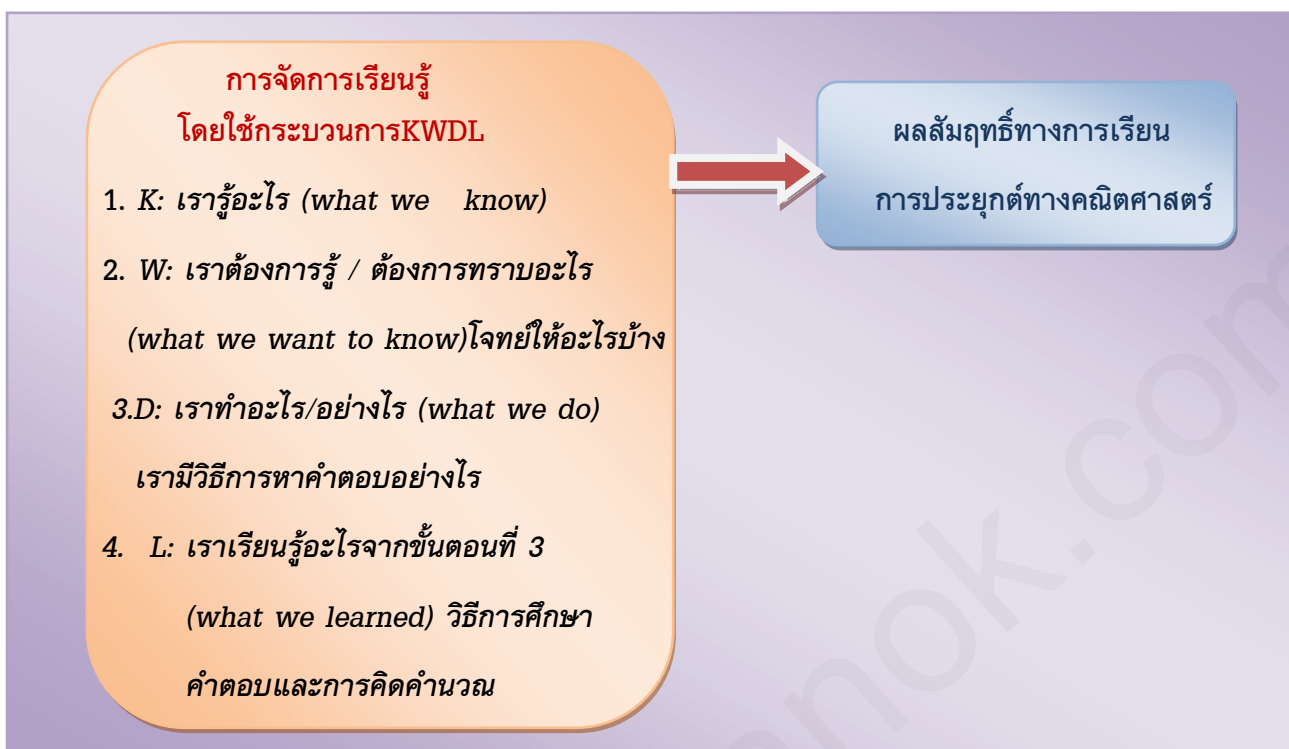
ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ KWDL

เป็นชุดกิจกรรมที่ผู้วิจัยนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ของ อาจารย์อัมพรพรรณ เทพหล้า โรงเรียนคณะราษฎรบำรุง จังหวัดยะลา.สพม. 15 เรื่อง บทประยุกต์ของอนุพันธ์ ผู้วิจัยนำมาปรับปรุงเพิ่มเติมให้เหมาะสมกับนักเรียนของโรงเรียนวัดนาวิทยาลัย รวมทั้งเพิ่มเติมชุดกิจกรรมให้มีจำนวนมากขึ้น พร้อมกับปรับสื่อการเรียนรู้จากการใช้โปรแกรม Geometer 's Sketchpat มาเป็นชุดกิจกรรม Calculus Math Box ภายในกล่องบรรจุชุดคำถามโดยใช้กระบวนการวิจัย 5 ชุด ได้แก่

- 1.พื้นที่สูงสุดจากการกั้นเชือก
- 2.พื้นที่สูงสุดจากการกั้นแล้วเปิดริมน้ำ
- 3.พื้นที่สูงสุดจากการตัดลวดออกเป็น 2 ส่วนเพื่อเป็นวงกลมกับสี่เหลี่ยม
- 4.กล่องไม่มีฝาปิดปริมาตรสูงสุด และ ปริมาตรกระป๋องสูงสุด

โดยให้ผู้เรียนค้นคว้าหาคำตอบจากกระบวนการวิจัย 4 ขั้น ขั้นการตั้งคำถาม ขั้นเตรียมการค้นหาคำตอบ ขั้นดำเนินการค้นหาและตรวจสอบคำตอบ และ ขั้นสรุปและนำเสนอผลการค้นหาคำตอบ

กรอบแนวคิดของการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย



แบบแผนการวิจัย ระยะเวลาที่จะทำการทดลอง

ONE GROUP PRETEST- POSTTEST DESIGN

O_1

x

O_2

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

1. ครูนำคะแนนนักเรียนที่สุ่มอย่างง่าย จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/1-3 ได้จำนวน 57 คน รวมรวมข้อมูลการสอบ กระดาษคำตอบ วิธีการตอบ ขั้นตอนการคำนวณของนักเรียน บันทึกข้อมูลไว้

2. ครูดำเนินการสอนเรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยการสอนด้วยเทคนิค KWDL ประกอบกับการฝึกการตั้งคำถาม การเตรียมการค้นหาคำตอบ ดำเนินการค้นหาและตรวจสอบคำตอบสรุปและนำเสนอผลการค้นหาคำตอบตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยเรียงลำดับจากปัญหาง่ายไปยาก

1. K: เรารู้อะไร (what we know)

2. W: เราต้องการรู้ / ต้องการทราบอะไร

(what we want to know) ใจหายให้อะไรบ้าง

3. D: เราทำอะไร/อย่างไร (what we do)

เรามีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

4. L: เราเรียนรู้อะไรจากขั้นตอนที่ 3

(what we learned) วิธีการศึกษาคำตอบและการคิดคำนวณ

3. ครูนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ ให้นักเรียนเพื่อทดสอบความเข้าใจ โดยทำเป็นข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ แสดงวิธีคิดอย่างละเอียด ได้ทำไว้มาตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนแล้วให้ผลย้อนกลับแก่นักเรียนแต่ละคนทันที ว่า ถูกต้อง ผิดพลาด อย่างไร ครูเฉลยวิธีการที่ถูกต้อง และทางเลือกอื่น ๆ ในการคำนวณ

4. นำคะแนนจากการตรวจมาพิจารณาการผ่านตามเกณฑ์ 60% จากแบบทดสอบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก่อนและหลังการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL รวมทั้งศึกษา พัฒนาการของนักเรียน

5. ใช้สถิติทดสอบ t –dependent เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนและหลังเรียน

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ศึกษา วิเคราะห์ คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การ
ประยุกต์ของอนุพันธ์ ของนักเรียน



วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

การทดสอบก่อนการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL

ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ นำคะแนนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตรวจสอบจุดที่ผิดพลาด ที่สะท้อนความไม่เข้าใจในเนื้อหา การประยุกต์ของอนุพันธ์ ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ การเชื่อมโยงกับโจทย์ปัญหา แล้วรวบรวมข้อมูล บันทึกคะแนนของนักเรียน

ดำเนินการสอนโดยการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL

ดำเนินการสอนนักเรียนที่มีปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์เน้นความคิดรวบยอดของการประยุกต์ของอนุพันธ์ ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ การตรวจสอบโดยใช้อนุพันธ์อันดับ 2 การเชื่อมโยงกับโจทย์ปัญหา โดยมีกระบวนการดังนี้ **1. K: เรารู้อะไร** (what we know) **2. W: เราต้องการรู้ / ต้องการทราบอะไร** (what we want to know) โจทย์ให้อะไรบ้าง **3.D: เราทำอะไร/อย่างไร** (what we do) เรามีวิธีการหาคำตอบอย่างไร และ **4. L: เราเรียนรู้อะไรจากขั้นตอนที่ 3** (what we learned) วิธีการศึกษาคำตอบและการคิดคำนวณ ประกอบสถานการณ์ปัญหา ปัญหาพื้นที่สูงสุด ปัญหากล่องปริมาตรสูงสุด ปัญหาค่าใช้จ่ายต่ำสุด พร้อมให้ข้อมูลย้อนกลับกับนักเรียนจากกิจกรรมของตนเอง และของแต่ละกลุ่ม ครูสอนอธิบายเพิ่มเติมจุดที่ผิดพลาด

การทดสอบหลังการใช้แบบฝึกเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ทดสอบวัดโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ ศึกษาและวิเคราะห์การตอบโจทย์ของผู้เรียนในใบกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ KWDL ของนักเรียนแต่ละคน ที่สุ่มอย่างง่ายจำนวน 57 คน รวมทั้งศึกษาวิธีการตอบ รูปแบบในการนำอนุพันธ์มาประยุกต์ใช้ ความถูกต้อง การเชื่อมโยงแคลคูลัสนำมาประยุกต์อย่างไรบ้าง วิเคราะห์ข้อมูลหาค่าสถิติพื้นฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ ศึกษาและวิเคราะห์การตอบโจทย์ของผู้เรียนในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ ของนักเรียนแต่ละคน

3. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิต ของคะแนนความสามารถในการประยุกต์ของอนุพันธ์ ก่อนและหลังเรียน ศึกษาพัฒนาการของนักเรียนเป็นรายบุคคล และภาพรวม

4. ใช้สถิติทดสอบ t –dependent เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนและหลังเรียน แล้วตรวจสอบสมมติฐาน

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} \quad \bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

\bar{X} = ค่าเฉลี่ยของคะแนน

$\sum X$ = ผลรวมของคะแนน

N = จำนวนนักเรียน

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $S.D. = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}}$

$S.D.$ = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum (X - \bar{X})$ = ผลรวมของคะแนนลบด้วยคะแนนเฉลี่ย

N = จำนวนนักเรียน

2. สถิติทดสอบ t -dependent

สูตรที่ใช้ทดสอบ

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

df = n - 1

D แทนค่าผลต่างระหว่างคู่คะแนน

n แทนจำนวน คู่

การสะท้อนข้อมูลกลับเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน

การสะท้อนข้อมูลกลับ

ด้านผู้เรียน

1. การระบุนิยามผิดพลาดของการตอบโจทย์จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ และการชี้แนะแนวทางการแก้ไขคำตอบที่ถูกต้องแก่ผู้เรียนได้แก่ การตั้งคำถาม กระตุ้นการหาแนวทางเพื่อหาคำตอบ การกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความพยายามในการเรียนรู้จากกระบวนการ KWDL 4 ขั้นตอนค้นพบจุดผิดพลาดของตนเองและช่วยให้ทักษะในการตอบโจทย์ถูกต้องมากขึ้น
2. ทำให้ผู้เรียนตระหนักถึงความสำคัญของการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ที่มีประโยชน์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์และศาสตร์ด้านอื่นๆ
3. สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่ได้รับการเรียน โดยการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL ประกอบกับว่านักเรียนมีความเข้าใจ การการประยุกต์ใช้ได้หรือไม่ กระตือรือร้นมากน้อยเพียงใด
4. ผู้เรียนอาจยังไม่คุ้นกับการใช้ การเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL เท่าใดนักเพราะในระดับ ม.1-ม.4 เน้น project base มากกว่า จึงเป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการพัฒนาการเรียนรู้สำหรับนักเรียนในยุคปัจจุบันที่มีความสนใจในคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง

ด้านการจัดการเรียนการสอน

1. การวิจัยในครั้งนี้ทำให้ผู้วิจัยพบการพัฒนาความสามารถในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โดยการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL และปรากฏว่าสามารถพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในด้านการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ภายในวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เกิดความตระหนักในความสำคัญของคณิตศาสตร์ได้มากขึ้นและทำให้ผู้วิจัยเกิดแรงกระตุ้นให้ผู้วิจัยนำการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อจัดการเรียนการสอนให้พัฒนามากยิ่งขึ้น
2. นำเสนอแนวทางการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้กับครูคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนวัฒนาวิทยาลัย ร่วมกันวิพากษ์วิจารณ์ประเด็นการในการใช้พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนให้สูงขึ้นด้วยการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL
3. องค์ความรู้ที่ได้รับการทำงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยพบว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นสามารถพัฒนาความสามารถให้การประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งการเชื่อมโยงภายในสาระวิชา และเชื่อมโยงภายนอกสาระวิชาได้โดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ เหมาะสมกับการพัฒนาทักษะการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ลักษณะเนื้อหาที่เรียนรู้มีความเชื่อมโยงกัน ทำให้ผู้เรียนเข้าใจในการเชื่อมโยงได้ดี

ด้านการวัดและประเมินผลการเรียนรู้

ครูควรใช้แบบทดสอบอัตนัยและเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวิธีวิเคราะห์ ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับเครื่องมือการวัดผลรูปแบบอื่นเพราะแบบทดสอบอัตนัยเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมกับการวัดพฤติกรรมการเรียนรู้ในทุกด้าน และสามารถวัดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการคิดในขั้นสูงขณะเดียวกันเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิธีวิเคราะห์ก็เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงเพราะสามารถใช้ประเมินความรู้ความสามารถของนักเรียนได้ใกล้เคียงความสามารถที่แท้จริงของนักเรียนนอกจากนั้นยังแสดงถึงความสามารถในการเขียนซึ่งเป็นทักษะทางภาษา ทำให้ครูเห็นพัฒนาการ ในการตอบคำถาม ตลอดจนเห็นความผิดพลาด ข้อบกพร่องในการตอบคำถามหรือแสดงแนวคิดของเด็กในแต่ละด้านตามประเด็นที่ครูกำหนดในเกณฑ์การให้คะแนนซึ่งจะได้ช่วยให้ครูวางแผนในการพัฒนาผู้เรียน

ให้เต็มตามศักยภาพอีกทั้งยังช่วยให้นักเรียน ทราบข้อบกพร่องของตนเองสามารถปรับปรุงการทำงานของตนได้ตลอดเวลา

การแก้ไขปัญหเกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด มีการจัดการเรียนรู้โดยผู้เรียนใช้กระบวนการ KWDL เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ ฝึกทักษะที่จำเป็นต่อการดำเนินงานในแต่ละขั้นตอนของการใช้กระบวนการ KWDL กระบวนการกลุ่มที่ให้นักเรียนร่วมอภิปราย ส่งผลให้เห็นการปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนด้านความรู้ การโต้แย้งไม่เห็นด้วย การยอมรับที่ตนเองคิดไม่รอบคอบ ช่วยเหลือซึ่งกันและกันเป็นกระบวนการที่ส่งเสริมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการวิจัยได้ดี

ปัญหา อุปสรรค และการแก้ไข

การจัดการเรียนรู้โดยการวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนเคยถูกมอบหมายให้ทำโครงการ การใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์สามารถทำได้มากขึ้นขึ้นอยู่กับศักยภาพของผู้เรียน เพราะที่ผ่านมานักเรียนไม่ได้ถูกฝึก หรือได้รับคิณรายงานว่าถูกต้องหรือไม่

ผลจากการฝึกทักษะ นักเรียนกลุ่มหนึ่งไม่สามารถระบุปัญหา ตั้งสมมติฐาน การทดสอบสมมติฐาน การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลและการสรุปผล

การแก้ไข กระบวนการกลุ่มสามารถช่วยเหลือนักเรียนได้ระดับหนึ่ง มีการนัดนักเรียนนอกเวลาโดยครูผู้สอน คิณงานให้นักเรียนพิจารณา สุ่มนักเรียนตั้งคำถาม วิเคราะห์จนได้ประเด็นปัญหา ให้นักเรียนฝึกพิจารณาความถูกต้อง โดยครูผู้สอนแนะแนวทางให้ ทำทีละขั้นตอน จากนั้นคิณรายงานที่ส่งมาให้ให้นักเรียนนำไปทำใหม่ (ทำเช่นนี้ประมาณ 3 เที้ยว)

การใช้กระบวนการ KWDL เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ หากนำเทคโนโลยีมาบูรณาการในการรายงานผล จะอำนวยความสะดวก ง่ายต่อการนำเสนอผลงาน ดูน่าสนใจกับนักเรียนยุคนี้

ตาราง 1

แสดงผลค่าสถิติพื้นฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก่อนการทดลอง หลังการทดลอง และคะแนนที่สูงขึ้น เต็ม 40 คะแนน

คะแนนของนักเรียนคนที่	คะแนนก่อน ทดลอง	คะแนนหลัง ทดลอง
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	17.89	30.91
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	3.07	3.72

ตาราง 2

แสดงค่าสถิติทดสอบ t -test (dependent)

คะแนน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	จำนวน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ค่าสถิติ t
ก่อนเรียน	17.89	57	3.07	21.72*
หลังเรียน	30.91		3.72	

สรุปผลการวิจัยและการอภิปรายผล

จากการวิจัยเชิงทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับนักเรียนที่มีปัญหาด้านผลสัมฤทธิ์ทางเรียนคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับทักษะการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการสอนโดยการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL ดำเนินการวัดผลคะแนนความสามารถในการประยุกต์ทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ หลังเรียน พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อน 17.89 คะแนน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.07 คะแนน ส่วนคะแนน ภายหลังจากการได้รับการสอนการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ KWDL พบว่านักเรียนทุกคนมีคะแนนเพิ่มขึ้นผ่านเกณฑ์ 60% ทุกคน และผลคะแนน สูงขึ้นมีค่าเฉลี่ย 4.91 คะแนน เมื่อนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนมาทดสอบด้วยสถิติทดสอบที่ พบว่า ค่าสถิติทดสอบ t มีค่าเท่ากับ 21.72 แสดงว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนก่อนและหลังเรียน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 ซึ่งการสอนโดยใช้การเรียนรู้ด้วยกระบวนการ KWDL ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น

การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนี้ โดยใช้การเรียนรู้ด้วยกระบวนการ KWDL ผู้วิจัยพบว่าแบบฝึกกระบวนการ KWDL นี้ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในความคิดรวบยอดของการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดได้ การนำอนุพันธ์ของฟังก์ชันไปใช้ในการเชื่อมโยง ประยุกต์ ในการหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ และการหาค่าอนุพันธ์อันดับสอง ตลอดจนการนำไปใช้ในโจทย์ปัญหาพื้นที่สูงสุด ปริมาตรกล่องสูงสุด ค่าใช้จ่ายต่ำสุดได้อย่างคล่องแคล่วมากขึ้น มีการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการนำอนุพันธ์อันดับสูง กับกราฟค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ วิเคราะห์ผสมผสาน มาใช้ในการหาค่าคำตอบของโจทย์ปัญหาได้เป็นอย่างดี เมื่อนำข้อสอบมาตรวจให้คะแนนแล้วให้ผลย้อนกลับกับนักเรียนทำให้ค้นพบข้อผิดพลาดของตนเอง การชี้แนะปัญหาที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนได้ถูกต้องตรงประเด็นทีละบุคคล ผู้เรียนตระหนักถึงจุดผิดพลาดของตนเองในการทำโจทย์ ผู้เรียนเกิดความเข้าใจได้เป็นอย่างดี สามารถอธิบายได้ เชื่อมโยงได้อย่างถูกต้อง

แสดงว่าการใช้ การสอนการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL ส่งผลให้คะแนนความสามารถ การประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยในครั้งนี้ว่า “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยการสอนการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการ ประยุกต์ของอนุพันธ์หลังเรียน สูงกว่า ก่อนเรียน และสอดคล้องกับผลคะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ เรียนโดยใช้การสอนการเรียนรู้โดยใช้การสอนด้วยเทคนิค KWDL มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าร้อยละ 50 สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้”

ผลจากการวิจัยทำให้ผู้วิจัยได้ค้นพบแนวทางการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนด้วย กระบวนการวิจัย สามารถนำไปใช้ในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไปได้อีกในเนื้อหาวิชาหน่วย การเรียนรู้อื่น ๆ ส่วนผู้เรียนมีความกระตือรือร้นสนใจมากขึ้น เพราะผู้เรียนมีความคิดเห็นว่าเป็นการแก้ไขปัญหา ของตนได้อย่างรวดเร็วในระยะเวลาอันสั้น ไม่ล้าสนกับเนื้อหาทั้งเก่าและเนื้อหาใหม่ ไม่ทำให้ผู้เรียนวิตกกังวลไป กลุ่มผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็กเกิดการเรียนรู้ เข้าใจได้มากกว่า กล้าสอบถาม ครูดูแลนักเรียนได้อย่างทั่วถึง อีกทั้งผู้วิจัย ยังเห็นแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนด้วยโมเดลนี้สามารถประยุกต์ใช้ในวิชาอื่น ๆ ได้อีกด้วย

ข้อเสนอแนะในการทำงานวิจัย

ข้อคิดเห็นในการนำผลการวิจัยไปใช้ให้สอดคล้องกับประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอน

การสอนการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ KWDL นี้ สามารถนำไปใช้ต่อยอดการทำวิจัยครั้งต่อไป โดย พัฒนา ขยายผลการใช้กระบวนการวิจัยนี้ให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น ในเนื้อหาสาระอื่นที่สามารถบูรณาการด้วยกันได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แทนที่จะใช้วิธีการของ โพลยาเพียงอย่างเดียว เพราะการวิจัยในชั้น เรียนครั้งนี้เป็นการวิจัยกับนักเรียนในกลุ่มเล็ก ๆ ควรขยายผลทดลองใช้กับนักเรียนทั้งระดับชั้นบ้าง

ข้อเสนอแนะในการทำการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรศึกษาวิจัยเพิ่มเติมเกี่ยวกับการนำทักษะกระบวนการคณิตศาสตร์อื่น ทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา ทักษะ/กระบวนการด้านการให้เหตุผล ทักษะการสื่อสาร ทักษะ/กระบวนการด้านความริเริ่มสร้างสรรค์ โดยเฉพาะทักษะกระบวนการคิด อาจนำมาบูรณาการกับเนื้อหาสาระของนักเรียนเพิ่มเติม เพื่อพัฒนาการเรียนของ นักเรียนได้อย่างเต็มศักยภาพ
2. ควรศึกษาวิจัยเพิ่มเติมเกี่ยวกับโมเดลในการพัฒนาผู้เรียนที่มีความสามารถปานกลาง หรือมีความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์ ว่ารูปแบบในการพัฒนาการเรียนรู้นี้เหมาะสมด้วยกระบวนการวิจัยนี้เหมาะกับนักเรียนกลุ่มใด เพื่อเป็นอีกทางในการพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพต่อไป

กรมวิชาการ. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ:

คุรุสภาลาดพร้าว.

กนกวลี อุษณกรกุลและ รณชัย มาเจริญทรัพย์.แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เพิ่มเติมม.6 เล่ม2.สำนักพิมพ์เดอะบุค.กรุงเทพฯ

อัมพรพรรณ เทพหล้า. แผนการจัดการเรียนรู้ บทประยุกต์ของอนุพันธ์ .โรงเรียนคณะราษฎรบำรุง
จังหวัดยะลา.สพม. ๑๕ จาก <http://www.research-culture.net/วัฒนธรรมวิจัย>

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.เอกสารแนวดำเนินการสร้างวัฒนธรรมการวิจัย.จาก
<http://www.research-culture.net/วัฒนธรรมวิจัย>. สืบค้นเมื่อ 18 พฤศจิกายน 2556

โรงเรียนวัฒนาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้รายหน่วย

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ชื่อหน่วยการเรียนรู้ การประยุกต์ของอนุพันธ์

จำนวน 8 คาบ

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 4 รหัส ค 32202 ชั้น ม.5/1-3
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ครูผู้สอน นายันทพล มียิ่ง

1. เป้าหมายการเรียนรู้

1.1 ผลการเรียนรู้

1. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
2. นำความรู้เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้ได้

1.2 สาระสำคัญ

แคลคูลัสเป็นสาระการเรียนรู้ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง เช่น การเจริญเติบโตของร่างกายในแต่ละวัน การเพิ่มของพลเมืองในแต่ละประเทศ การเกิดและการตายของพืชและสัตว์ การละลายของสารเคมี และการเคลื่อนที่ของวัตถุ ในบทเรียนของแคลคูลัสนั้นเริ่มต้นจาก ลิมิตของฟังก์ชัน ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน แล้วจึงเรียนเพิ่มเติมต่อเนื่องไปถึง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร อนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ อนุพันธ์อันดับสูง การประยุกต์ของอนุพันธ์ ความชันของเส้นโค้ง ปริพันธ์ ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต ปริพันธ์จำกัดเขต และพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง ตามลำดับ

1.3 สาระการเรียนรู้

1. อัตราการเปลี่ยนแปลง
2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
3. ความชันของเส้นโค้ง
4. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้สูตร
5. อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท
6. อนุพันธ์อันดับสูง
7. การประยุกต์ของอนุพันธ์

1.4 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
3. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี

1.5 คุณลักษณะอันพึงประสงค์

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| 1. มีวินัย | 2. ใฝ่เรียนรู้ |
| 3. มุ่งมั่นในการทำงาน | 4. คิดอย่างเป็นระบบ |

2. หลักฐานการเรียนรู้

2.1 ภาระงาน/ชิ้นงาน ที่นักเรียนทำได้ตามผลการเรียนรู้

1. แบบฝึกหัดเสริมทักษะ เรื่อง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน
2. แบบทดสอบ เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์
3. รายงานผลจากชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการวิจัย

2.2 การวัดผลและการประเมินผล

กำหนดประเด็นการประเมินชิ้นงาน /ภาระงาน (Rubric Score)

เกณฑ์ประเมินผลของการทำแบบฝึกหัด/แบบฝึกเสริมทักษะ

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
ความครบถ้วน	4 (ดีมาก) 3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- ทำแบบฝึกหัดครบถ้วน - ทำแบบฝึกหัดได้มากกว่า 70 % แต่ไม่ถึง 100 % - ทำแบบฝึกหัดได้มากกว่า 50 % แต่ไม่ถึง 70 % - ทำแบบฝึกหัดได้ต่ำกว่า 50 %
ความถูกต้อง	4 (ดีมาก) 3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องมากกว่า 80 % - ทำแบบฝึกหัดได้มากกว่า 60 % แต่ไม่ถึง 80 % - ทำแบบฝึกหัดได้มากกว่า 40 % แต่ไม่ถึง 60 % - ทำแบบฝึกหัดได้ต่ำกว่า 40 %
ความเหมาะสม ของลำดับ ขั้นตอน	4 (ดีมาก) 3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- แสดงลำดับขั้นตอนของการทำแบบฝึกหัดได้ชัดเจนเหมาะสม - แสดงลำดับขั้นตอนของการทำแบบฝึกหัดมากกว่าครึ่งหนึ่ง - แสดงลำดับขั้นตอนของการทำแบบฝึกหัดสลับขั้นตอน หรือไม่ ระบุขั้นตอนชัดเจน - แสดงลำดับขั้นตอนของการทำแบบฝึกหัดสลับขั้นตอน ไม่ สัมพันธ์กับโจทย์หรือไม่ระบุขั้นตอน หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอน
ความตรงต่อ เวลา	4 (ดีมาก) 3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- ทำแบบฝึกหัดเสร็จตามกำหนดเวลาทุกครั้ง - ทำแบบฝึกหัดเสร็จตามกำหนดเวลาเกือบทุกครั้ง - ทำแบบฝึกหัดเสร็จตามกำหนดเวลาเป็นบางครั้ง - ทำแบบฝึกหัดไม่เสร็จตามกำหนดเวลา

แบบประเมินทักษะกระบวนการ

ระดับคุณภาพ	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
-------------	----	-------	----------

ประเด็น	(3)	(2)	(1)
การตั้งคำถาม 1.วิเคราะห์โจทย์ปัญหา 2.ระบุประเด็นปัญหา 3.บอกจุดประสงค์ 4.ตั้งสมมุติฐาน	ปรากฏครบทุกข้อ มีความถูกต้อง ชัดเจน	ปรากฏครบทุกข้อ ถูกต้องบางส่วน ไม่ชัดเจน	ไม่ครบทุกข้อ มีการผิดพลาด
การเตรียม การค้นหาคำตอบ กำหนดวิธีดำเนินการทดสอบ สมมุติฐาน	ออกแบบได้หลากหลายวิธี มีความถูกต้องและชัดเจน	ออกแบบได้ลักษณะ เดียว มีความ เป็นไปได้	ออกแบบวิธีการที่ไม่ เหมาะสม ไม่สมเหตุผล
ดำเนินการค้นหาและตรวจสอบ คำตอบ ดำเนินการทดสอบสมมุติฐาน	ดำเนินการทดสอบได้ ถูกต้อง ครบถ้วนตามที่ กำหนด	ดำเนินการทดสอบ ได้	ไม่สามารถดำเนินการ ทดสอบ
สรุปและนำเสนอผลการค้นหา คำตอบ 1. เก็บรวบรวมข้อมูล 2. วิเคราะห์ข้อมูล 3. ลงข้อสรุป 4. นำเสนอรายงานผล	ปรากฏครบทุกข้อ มีความถูกต้อง ชัดเจน	ปรากฏครบทุกข้อ มีความถูกต้อง บางส่วน ไม่ชัดเจน	ไม่ครบทุกข้อ มีความถูกต้องบางส่วน ไม่ชัดเจน

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน (รายบุคคล)

รายการ	ลักษณะงานที่ปรากฏให้เห็น
--------	--------------------------

1. การวางแผน มี	() มี () ไม่มี	
2. แผนผัง/ปฏิทินการดำเนินงาน	() มี () ไม่มี	
3. การดำเนินงานตามแผน	() ทำ () ไม่ทำ	
4. การนำเสนองานเป็นระบบ	() ชัดเจน () ไม่ชัดเจน	
5. การตรงต่อเวลา	() ตามกำหนด () ล่าช้า	

สรุปเกณฑ์การประเมินจากการสังเกตด้านคุณลักษณะ

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดี)	มีการวางแผนก่อนลงมือทำงาน มีแผนผังการดำเนินงาน ดำเนินงานตามแผนที่กำหนด นำเสนอชิ้นงานเป็นระบบชัดเจน และส่งงานตรงต่อเวลา
2 (พอใช้)	มีการวางแผนก่อนลงมือทำงาน ไม่มีแผนผังการดำเนินงาน ไม่ดำเนินงานตามแผนที่กำหนด นำเสนอชิ้นงานเป็นระบบ และส่งงานตรงต่อเวลา
1 (ปรับปรุง)	ไม่มีการวางแผนก่อนลงมือทำงาน ดำเนินงานไม่มีขั้นตอน นำเสนอชิ้นงานไม่เป็นระบบ ส่งงานล่าช้า

3. กิจกรรมการเรียนรู้

	บทประยุกต์ของอนุพันธ์
กิจกรรมที่ 1	

กระบวนการ วิธีสอนแบบบรรยาย / กระบวนการกลุ่ม
วันที่ 1-4 กุมภาพันธ์ 2556

จำนวน 8 คาบ

ผลการเรียนรู้ 1,2

จุดประสงค์

1. ด้านความรู้

- 1.1 ใช้ความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ประยุกต์เพื่อหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง
- 1.2 ใช้ความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ประยุกต์เพื่อหาความเร็ว ความเร่งของวัตถุ ขณะเวลา t ใด ๆ
- 1.3 ใช้ความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อบอกให้ได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

2. ด้านทักษะ/กระบวนการ

- 2.1 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อประยุกต์ในการคำนวณค่าต่างของฟังก์ชัน
- 2.2 เชื่อมโยงความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันกับความเร็ว ความเร่งของวัตถุ ขณะ เวลาใด ๆ
- 2.3 สื่อสารและนำเสนอเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และเขียนกราฟของฟังก์ชันโดยใช้อนุพันธ์
- 2.4 แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

3. ด้านคุณลักษณะ

- 3.1 มีความร่วมมือและรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
- 3.2 มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียน
- 3.3 กล้าแสดงความคิดเห็น
- 3.5 มีความรอบคอบในการทำงาน

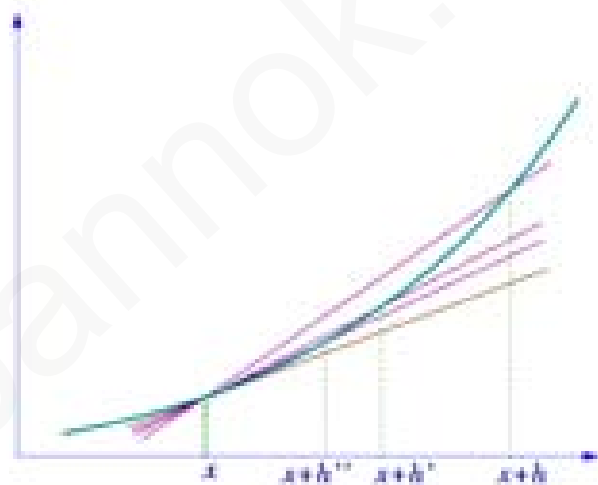
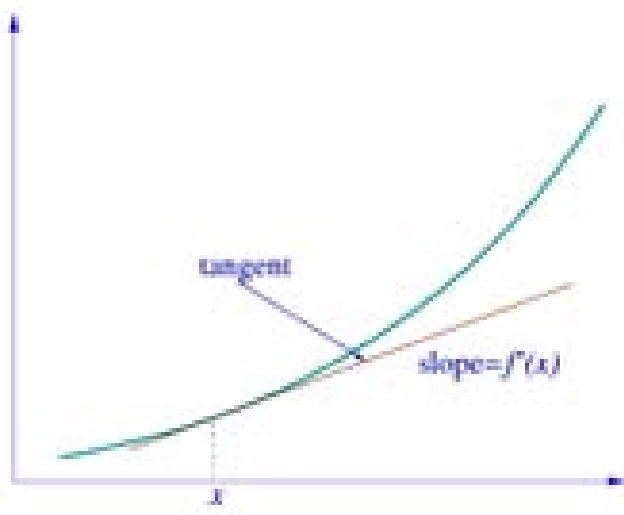
ชั่วโมง 1-4

1. ครูแนะนำนิยามของความชันของเส้นโค้ง ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง หรือความชันของเส้นโค้งที่จุด $A(x_1, y_1)$ ใดๆของฟังก์ชัน

$$y = f(x) \text{ คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชันที่จุดนั้นๆ } = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

$$= \frac{dy}{dx} = y' = f'(x) \text{ ที่จุดซึ่ง } x = x_1$$

พร้อมกับพิจารณากราฟในหนังสือหน้า 87



2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตัวอย่างในหนังสือหน้า 88 ในการหาค่าสมการเส้นสัมผัสเส้น

โค้ง $y = x^5 + 3x^3 - 2x + 7$ ณ จุด (1,1)

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.7 ในการประยุกต์อนุพันธ์เกี่ยวกับความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ข้อที่ 1- 5

4. ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาค่าอนุพันธ์อันดับสูง และสรุปวิธีการของการหาอนุพันธ์ โดยเขียนเป็น CONCEPT MAP แล้วทำแบบฝึกหัดที่ 2.9 ข้อที่ 1-8 เป็นการบ้าน

5. ครูให้นักเรียนร่วมกันอธิบายเกี่ยวกับ ระยะทาง ความเร็ว และความเร่ง ที่สัมพันธ์กับอนุพันธ์อันดับสูง ว่าสัมพันธ์กันอย่างไรบ้าง ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย

6. ครูยกตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 9 หน้า 97 ในหนังสือแบบเรียน ให้นักเรียนคำนวณระยะทาง ความเร็ว และความเร่ง จากสมการ $S = 16 t^2 + 5t - 3$

7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 5 คน ร่วมกันหาโจทย์ที่เกี่ยวกับอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องกับ ความเร็ว ความเร่ง และระยะทาง แล้วเขียนโจทย์ลงกระดานรูป แล้วให้แต่ละกลุ่มนำเสนอ

8. ครูสอดแทรกเกี่ยวกับคุณธรรมประจำใจ โดยให้นักเรียนศึกษาบทความ “คุณธรรมคือหน้าที่”

จาก เว็บไซต์ <http://variety.teenee.com/foodforbrain/2551.html>

9. ครุยักตัวอย่างเกี่ยวกับ ฟังก์ชันเพิ่มและลดเพื่อทบทวนให้นักเรียนทำความเข้าใจดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$ จงหา

1. ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันลด
2. ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$

เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันพหุนาม

ดังนั้น f มีความต่อเนื่องทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง

จาก $f(x)$ ที่โจทย์กำหนด จะได้

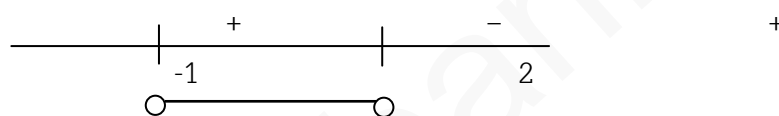
$$f'(x) = x^2 - x - 2$$

- 1) เนื่องจากค่า x ที่จะทำให้ f เป็นฟังก์ชันลดคือค่า x ที่ทำให้ $f'(x)$ เป็นจำนวนลบ

$$\text{นั่นคือ } f'(x) < 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0$$

$$(x - 2)(x + 1) < 0$$



จากกราฟช่วงที่ทำให้ $f'(x) < 0$ คือ $(-1, 2)$

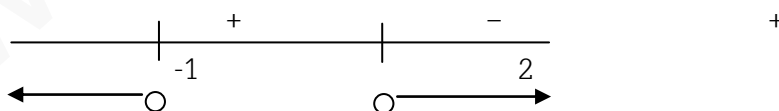
\therefore ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันลด คือ $[-1, 2]$ ตอบ

- 2) เนื่องจากค่า x ที่จะทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มคือ ค่า x ที่ทำให้ $f'(x)$ เป็นจำนวนบวก

$$\text{นั่นคือ } f'(x) > 0$$

$$x^2 - x - 2 > 0$$

$$(x - 2)(x + 1) > 0$$



จากกราฟช่วงที่ทำให้ $f'(x) > 0$ คือ $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

\therefore ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม คือ $(-\infty, -1] \cup [2, \infty)$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาช่วงที่ทำให้ฟังก์ชัน $f(x) = x^3 - 3x + 2$ เป็นฟังก์ชันลด

วิธีทำ จาก $f(x) = x^3 - 3x + 2$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 3$$

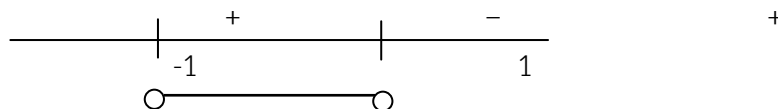
พิจารณาค่า x ที่ทำให้ $f'(x) < 0$

$$3x^2 - 3 < 0$$

$$3(x^2 - 1) < 0$$

$$x^2 - 1 < 0$$

$$(x + 1)(x - 1) < 0$$



จากกราฟ จะพบว่าช่วงที่ทำให้ $3x^2 - 3 < 0$ คือ $(-1, 1)$

\therefore ช่วงที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันลด คือ $[-1, 1]$

10. ครุยกตัวอย่างเกี่ยวกับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ ดังนี้

ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

ค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน นิยามได้ดังนี้

บทนิยาม ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = c$ ถ้ามีช่วง $(a, b) \subset D_f$ และ $c \in (a, b)$ โดยที่ $f(c) \geq f(x)$ สำหรับทุก x ในช่วง (a, b) ที่ $x \neq c$

ฟังก์ชัน f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = c$ ถ้ามีช่วง $(a, b) \subset D_f$ และ $c \in (a, b)$ โดยที่ $f(c) \leq f(x)$ สำหรับทุก x ในช่วง (a, b) ที่ $x \neq c$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน f เมื่อกำหนดให้

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 7$$

วิธีทำ จาก $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 7$

$$\text{จะได้ } f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$$

$$\text{ให้ } 6x^2 + 6x - 12 = 0$$

$$6(x^2 + x - 2) = 0$$

$$6(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -2, 1$$

$$\text{ถ้า } x < -2 \text{ จะได้ } f'(x) > 0$$

$$\text{ถ้า } x > -2 \text{ จะได้ } f'(x) < 0$$

$\therefore f$ มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -2$ และมีค่าเท่ากับ 13

$$\text{ถ้า } x < 1 \text{ จะได้ } f'(x) < 0$$

$$\text{ถ้า } x > 1 \text{ จะได้ } f'(x) > 0$$

$\therefore f$ มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$ และมีค่าเท่ากับ -14

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ $f(x) = x^3 - 3x$

วิธีทำ จาก $f(x) = x^3 - 3x$

$$\text{จะได้ } f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$\text{ให้ } f'(x) = 0$$

$$\therefore 3x^2 - 3 = 0$$

$$3(x^2 - 1) = 0$$

$$3(x + 1)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -1$$

$$\text{จาก } f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(1) = 6$$

$$f''(-1) = -6$$

$\therefore f$ มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$ และมีค่าเท่ากับ 2

และ f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 1$ และมีค่าเท่ากับ -2

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป เกี่ยวกับขั้นตอนดังนี้

สรุป วิธีการหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ มีขั้นตอนดังนี้

จากฟังก์ชัน $y = f(x)$ ที่โจทย์กำหนดให้

1. หา $f'(x)$

2. ให้ $f'(x) = 0$

หาค่า x ที่ทำให้สมการนั้นเป็นจริง

ซึ่งค่า x ที่ได้เรียกว่า ค่าวิกฤต

3. นำค่าวิกฤตไปตรวจสอบ ซึ่งมีวิธีตรวจสอบ 2 วิธี คือ

3.1 ตรวจสอบโดยพิจารณาจากความชันของเส้นสัมผัส

- ถ้าความชันเปลี่ยนจากบวกไปเป็นลบ จะให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์

- ถ้าความชันเปลี่ยนจากลบไปเป็นบวก จะให้ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

3.2 ตรวจสอบโดยใช้อนุพันธ์อันดับที่ 2 ดังนี้

- ถ้า $f''(x) > 0$ จะให้ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

- ถ้า $f''(x) < 0$ จะให้ค่าสูงสุดสัมพัทธ์

- ถ้า $f''(x) = 0$ แสดงว่าตรวจสอบวิธีนี้ได้ไม่ได้ ต้องตรวจสอบ

โดยวิธีตรวจสอบจากความชันของเส้นสัมผัส

12. ครูอธิบายการนำไปใช้ เกี่ยวกับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ และการประยุกต์ตามตัวอย่าง ดังนี้

ค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

ค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน นิยามได้ดังนี้

บทนิยาม ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ ถ้า $f(c) \geq f(x)$

สำหรับทุก x ในโดเมนของ f ที่ $x \neq c$

ฟังก์ชัน f มีค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ ถ้า $f(c) \leq f(x)$

สำหรับทุก x ในโดเมนของ f ที่ $x \neq c$

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 1$ เป็นฟังก์ชันบนช่วงปิด $[-4, 2]$

จงหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์ และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน

วิธีทำ ขั้นที่ 1 หาค่าวิกฤตของฟังก์ชัน

$$\text{จาก } f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 1$$

$$\text{จะได้ } f'(x) = 3x^2 + 2x - 8$$

$$\text{ให้ } f'(x) = 0$$

$$\therefore 3x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, -2$$

$$\text{ค่าวิกฤต คือ } x = \frac{4}{3} \text{ และ } x = -2$$

$$\begin{aligned} \therefore f\left(\frac{4}{3}\right) &= \left(\frac{4}{3}\right)^3 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 8\left(\frac{4}{3}\right) - 1 \\ &= -\frac{203}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-2) &= (-2)^3 + (-2)^2 - 8(-2) - 1 \\ &= 11 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 เนื่องจากจุดปลายของช่วงเปิด $[-4, 2]$ คือ $x = -4$ และ $x = 2$

$$\begin{aligned} \therefore f(-4) &= (-4)^3 + (-4)^2 - 8(-4) - 1 \\ &= -17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(2) &= 2^3 + 2^2 - 8(2) - 1 \\ &= -5 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 3 นำค่าของ $f\left(\frac{4}{3}\right)$, $f(-2)$, $f(-4)$ และ $f(2)$ มาเปรียบเทียบกัน

$$\text{จะได้ } f(-2) = 11 \text{ มีค่ามากที่สุด}$$

$$\text{และ } f(-4) = -17 \text{ มีค่าน้อยที่สุด}$$

$$\left. \begin{array}{l} \therefore \text{ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ จะมีค่าเท่ากับ } 11 \\ \text{ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ จะมีค่าเท่ากับ } -17 \end{array} \right\}$$

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ เป็นฟังก์ชันบนช่วง $[0, 5]$ จงหาค่าสูงสุด
สัมบูรณ์หรือค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

วิธีทำ จาก $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

จะพบว่า ฟังก์ชัน f ต่อเนื่องบนช่วงปิด $[0, 5]$

$$\text{จะได้ } f'(x) = -2x + 4$$

$$\therefore -2x + 4 = 0$$

$$x = 2$$

จะพบว่า $x = 2$ เป็นค่าวิกฤตเพียงค่าเดียวบนช่วง $[0, 5]$

จึงสามารถตรวจสอบค่าวิกฤตว่า จะทำให้เกิดค่าสูงสุดสัมบูรณ์หรือค่าต่ำสุดสัมบูรณ์หรือไม่
โดยใช้อนุพันธ์อันดับสอง

$$f''(x) = -2$$

เอา $x = 2$ ไปแทน จะได้

$$f''(2) = -2 < 0$$

แสดงว่า $x = 2$ เป็นค่าวิกฤตที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดสัมบูรณ์

$$\therefore f(2) = -(2)^2 + 4(2) + 5 = 9$$

\therefore ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ เท่ากับ 9

ข้อสังเกต ① ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ไม่จำเป็นต้องเป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์ อาจจะเป็น
ค่าของฟังก์ชันที่จุดปลายของโดเมนของฟังก์ชันก็ได้

② ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ไม่จำเป็นต้องเป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ อาจจะเป็น
ค่าของฟังก์ชันที่จุดปลายโดเมนของฟังก์ชันก็ได้

วิธีการหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

กำหนดให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a, b]$

1) หาค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

2) หาค่า $f(a)$ และ $f(b)$

3) นำค่าที่ได้จากข้อ 1 และ 2 มาเปรียบเทียบกัน ค่ามากที่สุดคือ
ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ ค่าที่น้อยที่สุด คือ ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

13. ครูให้นักเรียนสรุปในรูปแบบ concept map

กิจกรรมที่ 2	บทประยุกต์ของอนุพันธ์	
	กระบวนการ KWDL / กระบวนการกลุ่ม วันที่ 6-11 กุมภาพันธ์ 2556	จำนวน 6คาบ

ผลการเรียนรู้ 1,2

จุดประสงค์

1. ด้านความรู้

- 1.1 ใช้ความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ประยุกต์เพื่อหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดได้
- 1.2 ใช้ความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ประยุกต์เพื่อหาความเร็ว ความเร่งของวัตถุ ขณะเวลา t ใด ๆ

2 ด้านทักษะ/กระบวนการ

- 2.1 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อประยุกต์ในการคำนวณค่าต่างของฟังก์ชัน
- 2.2 เชื่อมโยงความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันกับความเร็ว ความเร่งของวัตถุ ขณะ เวลาใด ๆ
- 2.3 สื่อสารและนำเสนอเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และเขียนกราฟของฟังก์ชันโดยใช้อนุพันธ์
- 2.4 แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

3. ด้านคุณลักษณะ

- 3.1 มีความร่วมมือและรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
- 3.2 มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียน
- 3.3 กล้าแสดงความคิดเห็น
- 3.5 มีความรอบคอบในการทำงาน

ชั่วโมง 5-8

ขั้นนำกิจกรรม

1. ครูอธิบายทบทวนเกี่ยวกับ โจทย์ปัญหาค่าสูงสุดต่ำสุดสัมพัทธ์ โดยใช้กระบวนการถาม-ตอบ
2. นักเรียนรับใบกิจกรรม Research Base ซึ่งได้กำหนดโจทย์ปัญหา และปฏิบัติตามคำสั่งใบกิจกรรม

กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากด้านกว้าง 28 ซม. และด้านยาว 38 ซม. ต้องการตัดมุมทั้งสี่ ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วพับเป็นกล่องฝาเปิด อยากทราบว่าขนาดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกไปยาวด้านละเท่าไร จึงทำให้กล่องที่ได้มีปริมาตรมากที่สุด

3. ครูและนักเรียนในกลุ่มร่วมอภิปรายตั้งคำถามลักษณะดังต่อไปนี้

- คำว่า “ปริมาตร” หมายถึงอะไร (ความจุของกล่อง)
- ด้านยาวมีผลทำให้กล่องมีความจุมากหรือน้อย หรือไม่
- ด้านกว้างมีผลทำให้กล่องมีความจุมากหรือน้อย หรือไม่
- ส่วนใดที่ส่งผลต่อความจุของกล่อง
- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกตรงมุมทั้งสี่ของกระดาษเป็นส่วนใดของกล่อง
- การตัดมุมทั้งสี่ออกขนาดเท่าไร จะทำให้พับเป็นกล่องไม่ได้

- ถ้านักเรียนทุกคนได้รับกระดาษขนาดเดียวกันหมด นำไปสร้างกล่องจะได้กล่องทุกใบที่มีความจุของกล่องเท่ากันหรือไม่
- จุดประสงค์ของโจทย์ปัญหาต้องการให้หาอะไร
(ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ทำให้ปริมาตรมากที่สุด)
- คำถามที่ถามว่า “ขนาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกไปยาวด้านละเท่าไร”
เป็นประเด็นของปัญหานี้ ใช่หรือไม่ (ไม่ใช่)
- ประเด็นของปัญหานี้คืออะไร (ปริมาตร)

มากที่สุด)

ให้หัวหน้ากลุ่มแต่ละกลุ่มสรุปคำตอบในกลุ่มที่อภิปรายได้ส่งครู

4. นักเรียนทุกกลุ่มรับกระดาษขนาด 28×38 ตารางเซนติเมตร กลุ่มละ 3 ใบ สร้างกล่องแบบไม่มีฝาปิดแล้ว เปรียบเทียบกล่องใ้มีความจุมากที่สุด พร้อมคิดตั้งคำถาม เช่น

- ทำไมกล่องที่พับได้จากกระดาษที่มีขนาดเท่ากันแต่ได้กล่องที่มีความจุไม่เท่ากัน
- การตัดมุมทั้งสี่ออกขนาดด้านกว้าง ด้านยาวและสูงเท่าใดที่ทำให้พับเป็นกล่องไม่ได้
- คาดเดาคำตอบของด้านรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และปริมาตรของกล่องที่มากที่สุด

แล้วบันทึกตอบคำถามในใบกิจกรรม และเก็บรวบรวมข้อมูลที่ได้ทั้งเพื่อนในกลุ่ม หรือต่างกลุ่ม และคำนวณหาปริมาตรบันทึกลงในตารางใบกิจกรรม

กล่องที่สร้าง ได้จาก	ขนาดของกล่อง			ปริมาตรกล่อง
	ด้านกว้าง	ด้านยาว	ส่วนสูง	กว้าง \times ยาว \times สูง
ของตนเอง				
กลุ่ม 1				
กลุ่ม 2				
กลุ่ม 3				
...				

5. นักเรียนทั้งห้องร่วมอภิปรายว่ากล่องที่มีความจุมากที่สุดนั้นมีอยู่ใช่หรือไม่
ถ้านักเรียนกลุ่มที่ตอบว่า “ใช่” ครูถามนักเรียนกลุ่มนี้ว่า แน่ใจหรือไม่ ?
ถ้านักเรียนกลุ่มที่ตอบว่า “ไม่ใช่” ครูถามนักเรียนกลุ่มนี้ว่า จะต้องใช้วิธีอะไร
ขั้นเตรียมการค้นหาคำตอบ และดำเนินการค้นหา

6. เรื่องสืบเนื่องจากการให้นักเรียนไปคิดหาวิธีอื่น ๆ ของการแก้ปัญหา เช่น ใช้ความรู้ พืชคณิตหรือกราฟที่เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมาแก้ปัญหา กรณีที่นักเรียนคิดไม่ออก ครูอาจช่วยกระตุ้นด้วยคำถาม เช่น จำนวนอะไรเอ่ย รวมกัน 2 แล้วได้เท่ากับ 5 หากจะแสดงวิธีคิดให้ประจักษ์ ต้องทำอย่างไรจากที่เคยเรียนมา (ให้สมมติตัวที่ต้องการหาด้วยตัวแปร x)

7. นักเรียนในกลุ่มร่วมอภิปรายตั้งคำถาม ลักษณะดังนี้

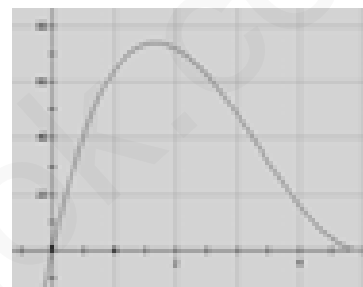
- ประเด็นของปัญหาคืออะไร (ปริมาตรมาก
ที่สุด)
- ก่อตั้งจะมีปริมาตรมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับอะไร (ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
- จุดประสงค์ของโจทย์ต้องการให้หาอะไร (ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
- หากกำหนดตัวแปรของสิ่งที่ให้หา มีอะไรบ้าง (ประเด็นของปัญหา และสิ่งที่ให้หา)
- กำหนดตัวแปรประเด็นของปัญหาเป็นอะไร (ตัวแปร Y)
- กำหนดตัวแปรของสิ่งที่ให้หาเป็นอะไร (ตัวแปร x)

8. ครูและนักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับปัญหา โดยใช้กระบวนการค้นคว้าหาคำตอบด้วยอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

- สมมติให้ x แทนความยาวของด้านรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกจากกระดาษแข็ง

$V(x)$ แทนปริมาตรของกล่อง

$$\text{จะได้ } V(x) = x (28 - 2x) (38 - 2x)$$



- เขียนกราฟของฟังก์ชัน แกน X แทนอะไร
แกน Y แทนอะไร ตอบคำถามข้อ 2 ใบงานที่ 2
- พิจารณาจากกราฟ จุดสูงสุดคืออะไร

9. ให้นักเรียนเปรียบเทียบ ค่าของ x ที่ได้กับข้อาคัดเดาของส่วนสูงในใบกิจกรรม และค่าค่าสูงสุดของฟังก์ชัน (ปริมาตรของกล่อง) กับกล่องมีความจุมากที่สุดในใบกิจกรรม

10. ครูแนะนำผลจากกราฟที่เขียนได้ในใบงานที่ 2 ณ จุดสูงสุดของกราฟ ให้นักเรียนเขียนเส้นสัมผัส ระดมความคิดในกลุ่มตั้งคำถาม สรุปคำตอบของกลุ่ม

- ความชันของเส้นสัมผัสมีค่าเท่ากับเท่าใด (0)
- ความชันของเส้นสัมผัส ณ จุดสูงสุด หรือเรียกว่าอะไร (อนุพันธ์ของฟังก์ชัน)
- ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเขียนเป็นฟังก์ชันได้ว่าอะไร [$y = (38 - 2x) (28 - 2x) x$]
- อนุพันธ์ของฟังก์ชันคืออะไร (หาค่า dy/dx)
- จากความรู้การหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์/ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ หาได้อย่างไร

...

ขั้นสรุปและนำเสนอผลการค้นหาคำตอบ

11. ให้นักเรียนรับใบงานการรายงานผลการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการวิจัย รายงานตามขั้นตอนที่ได้ปฏิบัติ ทุกขั้นตอนตามที่ใบงานกำหนด ซึ่งนักเรียนจะได้ข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวกับใบกิจกรรม

กรณีทำไม่เสร็จให้นำไปทำต่อนอกเวลาเรียน พร้อมนัดนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือจากครูในคาบว่าง

จุดสำคัญในข้อสรุป นักเรียนต้องค้นพบ หลักการแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด คือ

(1) อ่านโจทย์ให้เข้าใจ แล้วสมมติตัวแปรที่โจทย์ต้องการค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดให้

เป็นตัวแปร y หรือตัวแปรอื่น ๆ ตามความเหมาะสม

(2) พิจารณาว่าค่า y ขึ้นอยู่กับค่าของอะไรแทนสิ่งนั้นด้วยตัวแปร x หรือตัวแปรอื่น ๆ

- (3) เขียน y ในรูปของตัวแปร x กล่าวคือ $y = f(x)$
- (4) หา $f'(x)$
- (5) ให้ $f'(x)$ แล้วแก้สมการหาค่า x ค่า x ที่ได้จะเป็นค่าวิกฤต
- (6) นำค่าวิกฤตในข้อ 5 มาทำการตรวจสอบว่าทำให้ y มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดหรือไม่
นำค่า x ที่ได้จากข้อ 6 ไปแทนค่าเพื่อหาค่า y ซึ่งเป็นค่าสูงสุดหรือต่ำสุดตามต้องการ

12. ให้นักเรียนส่งชิ้นงานรายงานการใช้กระบวนการวิจัยส่งเป็นรายกลุ่ม โดยนำเสนอด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ Power point

13. ให้นักเรียนใช้กระบวนการวิจัย สร้างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน โดยการนำค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดไปประยุกต์ใช้ คนละ 2 ข้อ ส่งครูเป็นรายบุคคล

14. ครูติดกระดาศไว้ข้างฝาผนังของห้องเรียน ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นอย่างเสรีต่อการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการวิจัยนอกเวลาเรียน เพื่อเป็นข้อสังเกตในการเรียนการสอนครั้งต่อไป

4. สื่อ / นวัตกรรม / แหล่งการเรียนรู้

1. โปรแกรม MICROSOFT POWER POINT เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันและการประยุกต์
2. ชุดกิจกรรม การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการวิจัย เรื่อง การประยุกต์อนุพันธ์
3. เอกสารประกอบการสอนคณิตศาสตร์ E-LEARNING ใน เว็บไซต์ของโรงเรียน
4. เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันและการประยุกต์

5.การวัด / เกณฑ์การประเมิน/ประเมินผล

สิ่งที่ประเมิน	วิธีการประเมิน	เกณฑ์การประเมิน
กิจกรรม 1 ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน		
ความสามารถในการนำอนุพันธ์ไปประยุกต์ใช้ในประยุกต์ของอนุพันธ์	ตรวจจากการทำแบบฝึกหัดที่ 4	ทำโจทย์ได้ 8 ข้อ จาก 10 ข้อ
กิจกรรม 7 Research Base		
ความสามารถในการนำอนุพันธ์ไปประยุกต์ใช้ในประยุกต์ของอนุพันธ์ ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด	1.ตรวจจากการทำกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ด้วยการสังเกต 2.พิจารณาการตอบคำถามและตรวจจากการทำกิจกรรมในกลุ่ม	1.มีกระบวนการทำงานอย่างเป็นระบบ วางแผนงาน วิเคราะห์ 2. ระบุปัญหา วัตถุประสงค์ สมมติฐาน กระบวนการค้นหา คำตอบอย่างครบถ้วน 3. ความถูกต้อง ใกล้เคียงกับคำตอบ

6.ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

(นายนันทพล มียิ่ง)

อาจารย์ผู้สอน

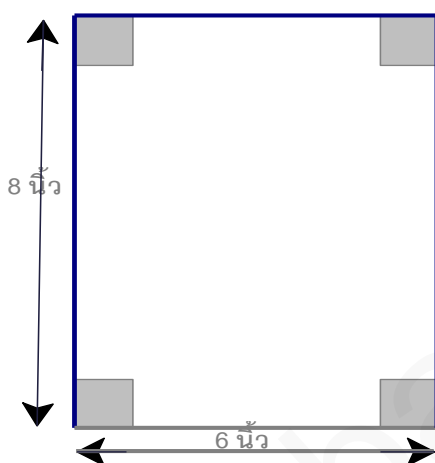
..... / /

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ KWDL
 สถานการณ์ปัญหา 1 ปัญหาเรื่องกล่องที่มีปริมาตรสูงสุด

กิจกรรมคณิตศาสตร์

ฉบับเตรียมการค้นหาคำตอบ

กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากด้านกว้าง 38 เซนติเมตร และด้านยาว 28 เซนติเมตร ต้องการตัดมุมทั้งสี่ ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วพับเป็นกล่องฝาเปิด อยากทราบว่าขนาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกไปยาวด้านละเท่าไร จึงทำให้กล่องที่ได้มีปริมาตรมากที่สุด



ให้นักเรียนปฏิบัติจริงตามประเด็นปัญหา และอภิปรายกันในกลุ่มตอบคำถาม ดังนี้
 จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้

- คำว่า “ปริมาตร” หมายถึงอะไร
- ด้านยาวมีผลทำให้กล่องมีความจุมากหรือน้อย หรือไม่
- ด้านกว้างมีผลทำให้กล่องมีความจุมากหรือน้อย หรือไม่
- ส่วนใดที่ส่งผลต่อความจุของกล่อง
- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกตรงมุมทั้งสี่ของกระดาษเป็นส่วนใดของกล่อง
- การตัดมุมทั้งสี่ออกขนาดเท่าไร จะทำให้พับเป็นกล่องไม่ได้
- ถ้านักเรียนทุกคนได้รับกระดาษขนาดเดียวกันหมด นำไปสร้างกล่องจะได้กล่องทุกใบที่มี ความจุของกล่องเท่ากันหรือไม่
- จุดประสงค์ของโจทย์ปัญหาต้องการให้หาอะไร
- คำถามที่ถามว่า “ขนาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกไปยาวด้านละเท่าไร” เป็นประเด็นของ ปัญหานี้ ใช่หรือไม่
- ประเด็นของปัญหานี้คืออะไร

ให้หัวหน้ากลุ่มแต่ละกลุ่มสรุปคำตอบในกลุ่มที่อภิปรายได้ส่งครู

.....

นักเรียนรับกระดาษสร้างกล่องตามโจทย์ปัญหา แล้วบันทึกผล

1. ระบุประเด็นของปัญหา
2. ขนาดของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกตรงมุมทั้งสี่ของกระดาษ
มีความสัมพันธ์กับส่วนใดของกล่อง
- การตัดมุมทั้งสี่ออกขนาดจะทำให้พับเป็นกล่องไม่ได้
3. นักเรียนนำกล่องที่ทำได้ไปเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ ต่างกลุ่ม พร้อมรวบรวมข้อมูลของขนาด
กล่องที่มีความจุมากที่สุดของแต่ละกลุ่ม วัดขนาดส่วนต่าง ๆ คำนวณหาปริมาตรของกล่อง

กล่องที่สร้าง ได้จาก	ขนาดของกล่อง			ปริมาตรกล่อง
	ด้านกว้าง	ด้านยาว	ส่วนสูง	กว้าง × ยาว × สูง
ของตนเอง				
กลุ่ม 1				
กลุ่ม 2				
กลุ่ม 3				
กลุ่ม 4				
กลุ่ม 5				
กลุ่ม 6				
กลุ่ม 7				

4. ตั้งข้อคาดเดาว่า แนวโน้มส่วนสูงขนาดใดจึงจะให้กล่องมีปริมาตรสูงสุด

.....

5. กล่องมีความจุมากที่สุดลูกบาศก์หน่วย
6. อภิปรายกับเพื่อนในกลุ่ม พร้อมบันทึกข้อคาดเดาของกลุ่มได้ว่าอย่างไร

.....

7. กล่องทั้งชั้นที่นักเรียนสร้างได้ คิดว่ากล่องที่มีความจุมากที่สุดอยู่ใช่หรือไม่

ถ้า ตอบ ใช่ จะได้คำถาม แนใจ ?

ถ้า ตอบ ไม่ใช่ จะได้คำถาม จะต้องใช้วิธีอะไร

คิด ! คิด ! คิด ! โปรดติดตามตอนต่อไป

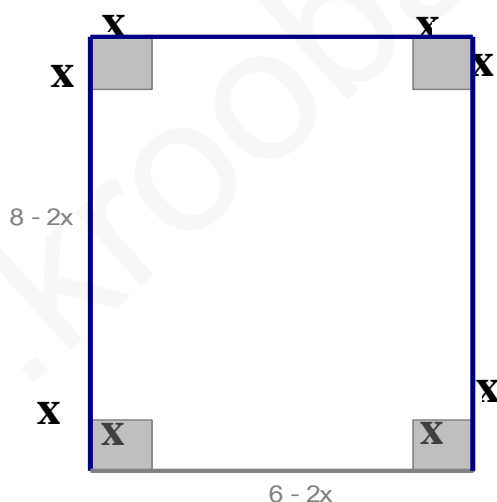
กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากด้านกว้าง 38 ซม. และด้านยาว 28 ซม. ต้องการตัดมุมทั้งสี่ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วพับเป็นกล่องฝาเปิด อยากทราบว่าขนาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกไปยาวด้านละเท่าไร จึงทำให้กล่องที่ได้มีปริมาตรมากที่สุด

ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม ตอบคำถาม ดังนี้

- ประเด็นของปัญหาคืออะไร
- กล่องนี้จะมีปริมาตรมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับอะไร
- จุดประสงค์ของโจทย์ต้องการให้หาอะไร
- หากกำหนดตัวแปรของสิ่งที่ให้หา มีอะไรบ้าง
- กำหนดตัวแปรประเด็นของปัญหาเป็นอะไร
- กำหนดตัวแปรของสิ่งที่ให้หาเป็นอะไร
- การตัดมุมทั้งสี่ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ช่วงใดที่จะทำให้พับเป็นกล่องได้

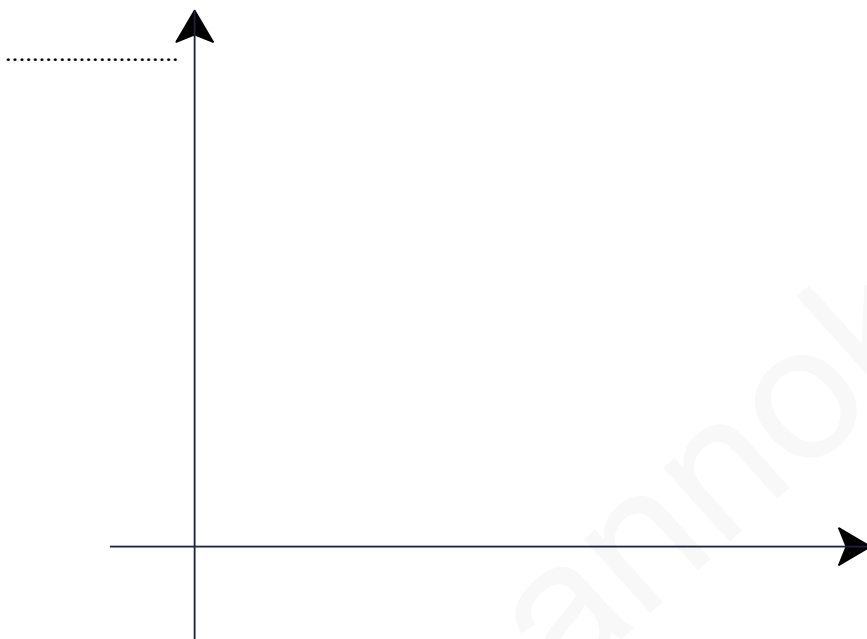
ให้หัวหน้ากลุ่มแต่ละกลุ่มสรุปคำตอบในกลุ่มที่อภิปรายได้ส่งครู

นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์



1. ให้ แทนปริมาตรของกล่อง
เมื่อ แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่จะตัดออก
ซึ่งมีความยาวที่เป็นไปได้ช่วง
ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเขียนเป็นฟังก์ชัน

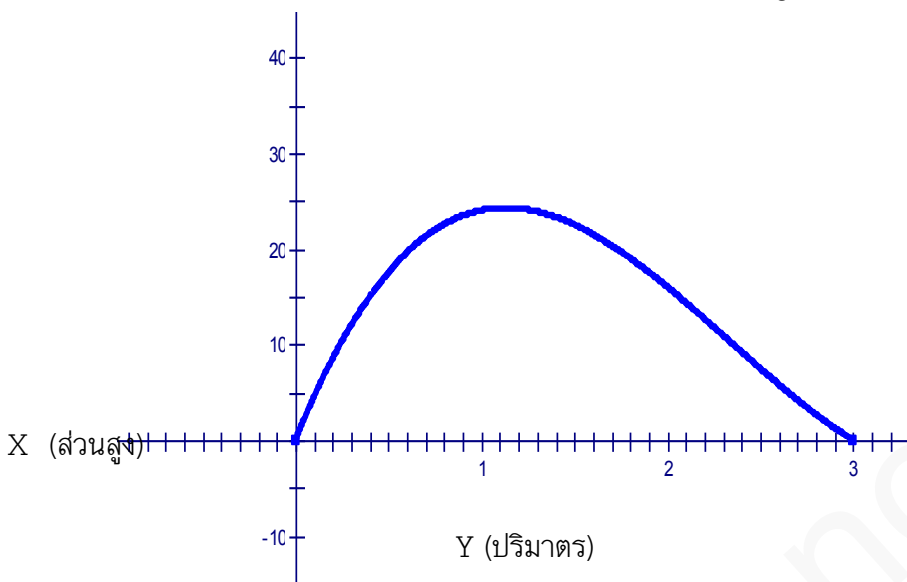
2. ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรกับส่วนสูง
(ใส่ข้อความความหมายของแกนทั้งสอง)



3. ประมาณค่าของ x ที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด
4. ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน (ปริมาตรของกล่อง)
5. ให้นักเรียนเปรียบเทียบ ค่าของ x ที่ได้กับข้อาคัดเตาของส่วนสูงในใบงานที่ 1
.....
6. ให้นักเรียนเปรียบเทียบ ค่าค่าสูงสุดของฟังก์ชัน (ปริมาตรของกล่อง) กับกล่องมีความจุมากที่สุดใบงานที่ 1
.....
7. นักเรียนคิดว่า การได้คำตอบจากกราฟนั้น จะได้คำตอบที่ถูกต้องแม่นยำหรือไม่
ถ้า ตอบ ใช่ จะได้คำถาม แนใจ ?
ถ้า ตอบ ไม่ใช่ จะได้คำถาม มีวิธีอะไรอีก
คิด ! คิด ! คิด ! เพิ่งเรียนไปสด ๆ ร้อน ๆ

ผลจากการดำเนินงานใบงานที่ 2

(การจำลองแบบปัญหาโดยใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชัน)



- ให้นักเรียนสร้างเส้นสัมผัส ณ จุดค่าสูงสุดของปริมาตร อภิปรายกันในกลุ่มตอบคำถาม ดังนี้
 - ความชันของเส้นสัมผัสมีค่าเท่ากับเท่าใด
 - ความชันของเส้นสัมผัส ณ จุดสูงสุด หรือเรียกว่าอะไร
 - ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเขียนเป็นฟังก์ชันได้ว่าอะไร
 - อนุพันธ์ของฟังก์ชันคืออะไร
 - จากความรู้การหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์/ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ หาได้อย่างไร
- ให้นักเรียนเขียนกราฟอนุพันธ์ของฟังก์ชัน (กราฟอยู่ด้านบน) พิจารณาแล้วตอบคำถาม
 - ค่าของ x ที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด
 - ณ จุดค่าสูงสุดสัมพัทธ์ กราฟอนุพันธ์ฟังก์ชันมีค่าเท่ากับ
 - ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน(ปริมาตรของกล่อง) เท่ากับ
- ให้นักเรียนเปรียบเทียบ ค่าของ x ที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด กับค่าของ x ที่ได้ในใบงานที่ 2 กับข้อาคัดเดาของส่วนสูงในใบงานที่ 1
.....
- ให้นักเรียนเปรียบเทียบ ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน(ปริมาตรของกล่อง) กับค่าสูงสุดของฟังก์ชัน (ปริมาตรของกล่อง) ในใบงานที่ 2 กับกล่องมีความจุมากที่สุดใบงานที่ 1
.....
- ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม แล้วบันทึกผลการเปรียบเทียบของกลุ่ม

กิจกรรมคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการ KWDL

เรื่องการประยุกต์ของอนุพันธ์ (โจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด)

กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากด้านกว้าง 38 ซม. และด้านยาว 28 ซม. ต้องการตัดมุมทั้งสี่ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้วพับเป็นกล่องฝาเปิด อยากทราบว่าขนาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกไปยาวด้านละเท่าไร จึงทำให้กล่องที่ได้มีปริมาตรมากที่สุด

ระบุปัญหา

.....

ตั้งสมมุติฐาน (ข้อคาดเดาที่คิดไว้ก่อนหาคำตอบ)

.....

จุดประสงค์

.....

ทดสอบสมมุติฐาน (เตรียมการค้นหาคำตอบ)

.....

วิธีการดำเนินงาน (ดำเนินการค้นหาและตรวจสอบคำตอบ)

.....

เก็บรวบรวมข้อมูล (รวบรวมข้อมูลของทุก ๆ กลุ่มที่ปฏิบัติได้แต่ละวิธี)

.....

วิเคราะห์ข้อมูล แปลผล (ข้อมูลของทุก ๆ กลุ่มที่ปฏิบัติได้แต่ละวิธี และแปลผล)

สรุปผล (สรุปผลการค้นหาคำตอบ พบหลักการแก้ปัญหาว่า....)

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ KWDL
สถานการณ์ปัญหา 2 ปัญหาเรื่องพื้นที่สูงสุด (ตัวอย่าง)

ลวดยาว 100 เซนติเมตร นำมางอเพื่อทำเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ถ้าต้องการพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมากที่สุด อยากรทราบว่าจะต้องงอลวดให้มีขนาดกว้างและยาวเท่าใด

จึงจะมีพื้นที่สูงสุด

นักเรียนลวดไปงอตามโจทย์ปัญหา แล้วบันทึกผล

1. ระบุประเด็นของปัญหา
2. ขนาดของด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความสัมพันธ์กับส่วนใดของพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก
.....
3. นักเรียนนำสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้ไปเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ ต่างกลุ่ม พร้อมรวบรวมข้อมูลของ
ขนาด วัดขนาดความกว้างและความยาวส่วนต่าง ๆ คำนวณหาพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก

กล่องที่สร้าง ได้จาก	ขนาด		พื้นที่
	ด้านกว้าง	ด้านยาว	กว้าง × ยาว
ของตนเอง			
กลุ่ม 1			
กลุ่ม 2			
กลุ่ม 3			
กลุ่ม 4			
กลุ่ม 5			
กลุ่ม 6			
กลุ่ม 7			

4. ตั้งข้อาคัดเดาว่า แนวโน้มความยาวขนาดใดจึงจะให้พื้นที่สูงสุด
.....
5. พื้นที่สูงสุดตารางเซนติเมตร
6. อภิปรายกับเพื่อนในกลุ่ม พร้อมบันทึกข้อาคัดเดาของกลุ่มได้ว่าอย่างไร
.....
7. พื้นที่ที่นักเรียนสร้างได้ คิดว่าพื้นที่มากที่สุดอยู่ใช่หรือไม่
ถ้า ตอบ ใช่จะได้คำถามไหม ?
ถ้า ตอบ ไม่ใช่จะได้คำถามจะต้องใช้วิธีอะไร

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ KWDL
สถานการณ์ปัญหา 3 ปัญหาเรื่องการกั้นรั้วริมแม่น้ำ (ตัวอย่าง)

รื้อยาว 400 เมตร นำมากั้นที่ริมแม่น้ำเพื่อทำเป็นเล้าเลี้ยงเปิด โดยด้านที่ติดแม่น้ำไม่กั้น จึงกั้นเป็นสามด้านเท่านั้น ถ้าต้องการพื้นที่สำหรับเล้าเลี้ยงเปิดมากที่สุด อยากทราบว่าต้องกั้นเล้าเลี้ยงให้มีขนาดกว้างและยาวเท่าใด จึงจะมีพื้นที่สูงสุด

นักเรียนลวดไปงอตามโจทย์ปัญหา แล้วบันทึกผล

1. ระบุประเด็นของปัญหา
2. ขนาดของด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความสัมพันธ์กับส่วนใดของพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก
.....
3. นักเรียนนำสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ได้ไปเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ ต่างกลุ่ม พร้อมรวบรวมข้อมูลของ
ขนาด วัดขนาดความกว้างและความยาวส่วนต่าง ๆ คำนวณหาพื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก

กล่องที่สร้าง ได้จาก	ขนาด		พื้นที่
	ด้านกว้าง	ด้านยาว	กว้าง × ยาว
ของตนเอง			
กลุ่ม 1			
กลุ่ม 2			
กลุ่ม 3			
กลุ่ม 4			
กลุ่ม 5			
กลุ่ม 6			
กลุ่ม 7			

4. ตั้งข้อาคัดเดาว่า แนวโน้มความยาวขนาดใดจึงจะให้พื้นที่สูงสุด
.....
5. พื้นที่สูงสุดตารางเมตร
6. อภิปรายกับเพื่อนในกลุ่ม พร้อมบันทึกข้อาคัดเดาของกลุ่มได้ว่าอย่างไร
.....
7. พื้นที่ที่นักเรียนสร้างได้ คิดว่าพื้นที่มากที่สุดอยู่ใช่หรือไม่
ถ้า ตอบ ใช่จะได้คำถามไหม ?
ถ้า ตอบ ไม่ใช่จะได้คำถามจะต้องใช้วิธีอะไร

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์

- ❶ สายยี่ห้อต้องการจะกันรั้วรอบที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าไว้ปลูกส้ม โดยใช้รั้วบ้านเป็นรั้วด้านหนึ่งของที่ดินแปลงนี้ ถ้าเขามีลวดหนามยาว 400 เมตร และต้องการปลูกส้มหนึ่งต้นต่อที่ดินทุก ๆ 5 ตารางเมตร เขาจะปลูกส้มได้มากที่สุดกี่ต้น

- ❷ ชายคนหนึ่งมีไม้ระแนงสำหรับทำรั้วได้ยาว 80 เมตร เขาต้องการล้อมบริเวณสี่เหลี่ยมผืนผ้าพร้อมทั้งกันเป็น 4 ช่อง เท่า ๆ กัน ดังรูป พื้นที่มากที่สุดที่เขาจะล้อมได้ รวมทั้งสิ้นเท่าใด

--	--	--	--

๓ จากการวิเคราะห์ข้อมูลในการปลูกมะม่วงบนที่ดินแปลงหนึ่งพบว่า ถ้าปลูกมะม่วงตั้งแต่ 1 ต้น ถึง 30 ต้น ต่อไร่ มะม่วงจะให้ผลผลิต 400 ผลต่อต้นต่อปีโดยเฉลี่ย ถ้าปลูกมะม่วงเกินกว่า 30 ต้นต่อไร่ ผลผลิตของมะม่วงต่อต้นต่อปีจะลดลง 10 ผลต่อต้นที่เกิน 1 ต้น เกษตรกรควรจะปลูกมะม่วงบนที่ดินไร่ละกี่ต้นจึงจะทำให้ได้ผลผลิตรวมต่อปีมากที่สุด

๔ พ่อค้าคนหนึ่ง ทราบว่าถ้าเขาตั้งราคาสินค้าอย่างหนึ่งขึ้นละ 20 บาท ในหนึ่งสัปดาห์เขาจะขายสินค้าได้ 1,000 ชิ้น ถ้าเขาลดราคาลงขึ้นละ 1 บาท เขาจะขายสินค้าได้เพิ่มอีก 100 ชิ้น เป็น 1,100 ชิ้น ถ้าเขาลดราคาลงขึ้นละ 2 บาท เขาจะขายสินค้าได้เพิ่มอีก 200 ชิ้น เป็น 1,200 ชิ้น ถ้าเป็นเช่นนี้เรื่อย ๆ ไป เขาควรจะตั้งราคาสินค้าเท่าใด จึงจะได้ เงินจากการขายมากที่สุด

๕ สามเหลี่ยมมุมฉากหนึ่ง มีด้านทั้งสามยาว 3, 4 และ 5 นิ้ว ตามลำดับ สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่มากที่สุดที่สามารถบรรจุ ในสามเหลี่ยมนี้ได้ จะมีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว

๖ กระจาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 10 นิ้ว ถ้าตัดตรงมุมทั้งสี่ของกระจาดออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และพับทำเป็นกล่องให้มีปริมาตรมากที่สุด แล้วจงหาปริมาตรของกล่อง

- ๗ ลินค้าชนิดหนึ่งขายราคาขึ้นละ 24 บาท ต้นทุนในการผลิต x ชิ้นเท่ากับ $16+16x+0.2x^{\frac{3}{2}}$ บาท เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด ควรผลิตจำนวนเท่าใด

- ๘ โรงกลั่นน้ำมันแห่งหนึ่งมีกำลังการผลิตอยู่ระหว่าง 5,000 ถึง 10,000 บาร์เรลต่อวัน ถ้ากลั่นน้ำมันวันละ 5,000 บาร์เรล จะได้กำไรบาร์เรลละ 75 บาท แต่ถ้ากลั่นน้ำมันเกินวันละ 5,000 บาร์เรล ผลกำไรคิดเป็น บาทจะลดลงบาร์เรลละ 0.01 คูณกับจำนวนบาร์เรลที่เพิ่มขึ้นจาก 5,000 เพื่อให้ได้กำไรสูงสุด โรงกลั่นแห่งนี้ ควรจะกลั่นน้ำมันวันละเท่าไร

๑ ในการไปทัศนศึกษาครั้งหนึ่ง ผู้จัดคิดค่าบริการเป็นเงื่อนไขดังนี้ ถ้ามีผู้ร่วมเดินทาง 50 คน ผู้จัดจะคิดค่าบริการอัตราหนึ่ง, ถ้ามีผู้ร่วมเดินทาง 51 คน ค่าบริการจะลดลงคนละ 2 บาท, ถ้ามีผู้ร่วมเดินทาง 52 คน ค่าบริการจะลดลงคนละ 4 บาท, ถ้ามีผู้ร่วมเดินทาง 53 คน ค่าบริการจะลดลงคนละ 6 บาท เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ปรากฏว่า ถ้ามีผู้ร่วมเดินทาง 90 คน แล้วจะเก็บค่าบริการได้มากที่สุด ถ้ามีผู้ร่วมเดินทาง 100 คน จะเก็บค่าบริการได้ทั้งหมดเป็นเงินเท่าใด