

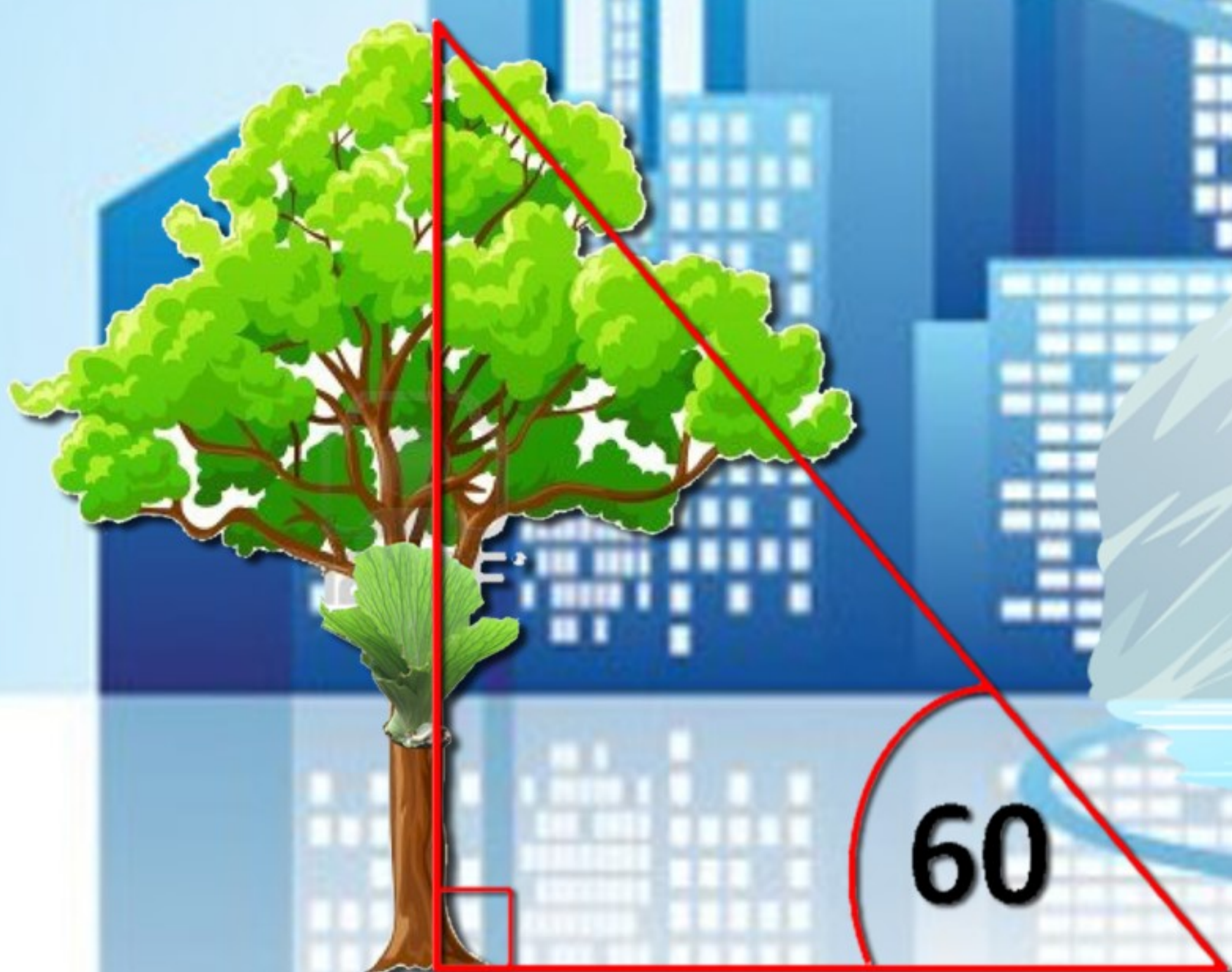
แบบฝึกหัด

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1

อัตราส่วนตรีโกณมิติ



จัดทำโดย นายนฤตล คงนุรัตน์
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนวิวัฒโนโยธิน อำเภอเมืองสุรินทร์ จังหวัดสุรินทร์
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33



คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู

แบบฝึกทักษะ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดนี้ใช้สำหรับประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 การใช้แบบฝึกทักษะชุดนี้ ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญเป็นอย่างยิ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ครูผู้สอนควรศึกษารายละเอียดต่าง ๆ ทั้งด้านเนื้อหา กิจกรรมและกระบวนการจัดการเรียนรู้ รวมทั้งการปฏิบัติตนก่อนใช้แบบฝึกทักษะดังนี้

1. แบบฝึกทักษะ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีทั้งหมด 6 ชุด ได้แก่

ชุดที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชุดที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60°

ชุดที่ 3 เรื่อง การหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติจากตาราง

ชุดที่ 4 เรื่อง การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติจากความสัมพันธ์ของด้านและมุม

ชุดที่ 5 เรื่อง สมบัติบางประการของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชุดที่ 6 เรื่อง การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

2. แบบฝึกทักษะชุดนี้เป็นชุดที่ **1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ใช้เวลา 2 ชั่วโมง**

3. ครูต้องเตรียมแบบฝึกทักษะ เครื่องมือวัดและประเมินผลให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของนักเรียน

4. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ อย่างชัดเจน และประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยแบบฝึกทักษะ

5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียนในการเรียนด้วยแบบฝึกทักษะให้เข้าใจ และเน้นย้ำความซื่อสัตย์ในการเรียน โดยไม่ลอกเพื่อนหรือไม่ดูเฉลยก่อนลงมือทำด้วยตนเอง

6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้พื้นฐานของนักเรียน

7. แจ้งมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนทราบ

8. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหา และทำแบบฝึกทักษะแล้วเปลี่ยนกันตรวจตามที่เฉลยไว้ในภาคผนวก

9. เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยแบบฝึกทักษะของนักเรียนแต่ละคน แต่ละกลุ่มอาจจะไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสม

10. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน

11. ในกรณีที่มึนักเรียนคนใดขาดเรียน ให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลด้วยตนเองนอกเวลาเรียนจากแบบฝึกทักษะ





คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

แบบฝึกทักษะ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใช้สำหรับประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อให้การเรียนรู้ด้วยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและเกิดประโยชน์สูงสุด นักเรียนควรอ่านคำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะ และปฏิบัติให้ถูกต้องดังนี้

1. อ่านคำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน ให้เข้าใจก่อนลงมือปฏิบัติกิจกรรม
2. นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยตามที่ครูแจ้ง
3. แต่ละกลุ่มเลือกหัวหน้ากลุ่มและเลขานุการกลุ่ม แล้วแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบภายในกลุ่ม โดยเน้นความร่วมมือกันและช่วยเหลือกันด้านการเรียน
4. ศึกษารายละเอียดให้เข้าใจตามลำดับดังนี้
 - 2.1 มาตรฐานการเรียนรู้
 - 2.2 ตัวชี้วัด
 - 2.3 จุดประสงค์การเรียนรู้
5. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนการเรียนรู้ด้วยแบบฝึกทักษะชุดนี้
6. ศึกษาทำความเข้าใจในเนื้อหา และตัวอย่างจนเข้าใจอย่างถ่องแท้ ถ้ายังไม่เข้าใจให้ปรึกษากันในกลุ่มของตนเองก่อนถามครูผู้สอน
7. ลงมือทำแบบฝึกทักษะ ถ้าหากข้อใดเกิดปัญหาให้สมาชิกภายในกลุ่มระดมความคิด อภิปรายหาข้อสรุปร่วมกัน แต่ถ้าหากไม่สามารถหาข้อยุติได้ให้สอบถามครูผู้สอนเพื่อฟังคำแนะนำ
8. ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อดูความก้าวหน้าหลังจากการเรียนรู้ด้วยแบบฝึกทักษะชุดนี้
9. เมื่อสมาชิกทุกคนในกลุ่มทำแบบฝึกทักษะและแบบทดสอบ ครบทุกข้อแล้วให้สมาชิกสลับกันตรวจ โดยดูเฉลยจากภาคผนวก
10. เมื่อนักเรียนแต่ละคนทราบคะแนนของตัวเองแล้ว ให้บันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนนทุกครั้ง
11. นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง โดยไม่ดูเฉลยก่อนเรียนด้วยแบบฝึกทักษะ
12. หากนักเรียนได้คะแนนจากการทำแบบฝึกทักษะ หรือแบบทดสอบหลังเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด นักเรียนต้องกลับไปศึกษาเนื้อหาใหม่ แล้วทำแบบฝึกทักษะหรือแบบทดสอบหลังเรียนจนได้คะแนนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดจึงจะสามารถไปศึกษาในแบบฝึกทักษะชุดถัดไปได้





มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเน
ขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ตัวชี้วัด

- ค 2.1 ม. 4 - 6/1 : ใช้ความรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม
ในการคาดคะเนระยะทางและความสูง
- ค 2.2 ม. 4 - 6/1 : แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง
โดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้
3. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

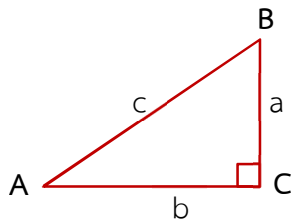


แบบทดสอบก่อนเรียน



1. แบบทดสอบก่อนเรียน มีจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงกระดาษคำตอบที่ครูแจกให้ จากตัวเลือก ก ข ค หรือ ง ที่ เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ข้อใดผิด



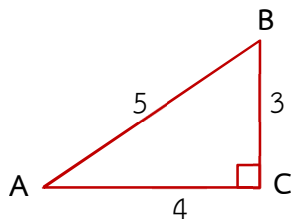
ก. $\sin A = \frac{a}{c}$

ข. $\cos B = \frac{a}{c}$

ค. $\tan A = \frac{b}{a}$

ง. $\sin B = \frac{b}{c}$

2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ค่าของ $\sin A + \sin B + \tan A$ เท่ากับข้อใด



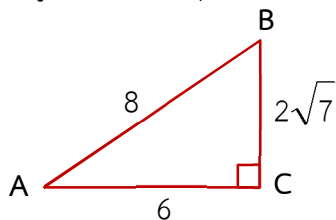
ก. 1.95

ข. 2.15

ค. 2.35

ง. 2.73

3. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ค่าของ $\sin A \cdot \tan B$ เท่ากับข้อใด



ก. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

ข. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

ค. $\frac{4}{3}$

ง. $\frac{3}{4}$

4. ถ้า $\cos A = \frac{5}{13}$ แล้ว $\tan A$ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{12}{5}$

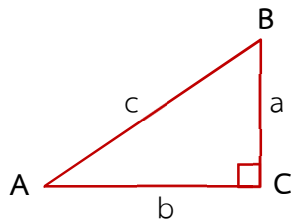
ข. $\frac{5}{12}$

ค. $\frac{13}{12}$

ง. $\frac{12}{13}$



5. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ข้อใดต่อไปนี้ไม่มีค่าเท่ากับ $\frac{a+b}{c}$



- ก. $\sin A + \cos B$
 ข. $\sin A + \sin B$
 ค. $\cos A + \tan B$
 ง. $\tan A + \sin B$

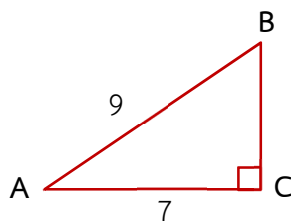
6. ถ้า $\sin A = \frac{1}{2}$ แล้ว $1 + \tan^2 A$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $\frac{3}{4}$
 ข. 1
 ค. $\frac{4}{3}$
 ง. $\frac{3}{2}$

7. ถ้า $\tan A = 0.75$ แล้ว $\sin A + \cos A$ มีค่าเท่ากับข้อใด

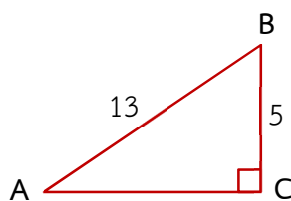
- ก. 1.4
 ข. 1.6
 ค. 2.4
 ง. 4.8

8. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ค่าของ $(\tan A) \cdot (\tan B)$



- ก. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$
 ข. $\frac{7}{4\sqrt{2}}$
 ค. $\frac{7}{4}$
 ง. 1

9. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ข้อใดมีค่าเท่ากับ 0.54



- ก. $\cos B - \cos A$
 ข. $\sin B - \sin A$
 ค. $1 - \sin A$
 ง. $1 - \sin B$

10. ถ้า $\sin A = \frac{4}{5}$ แล้ว $\frac{\sin A + 1}{\cos A}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

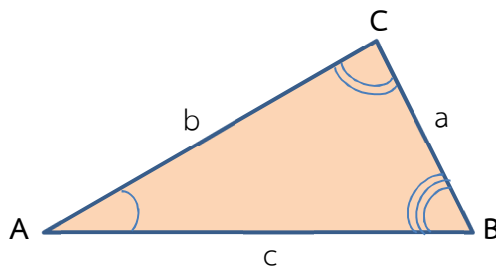
- ก. $\frac{1}{3}$
 ข. $\frac{3}{2}$
 ค. 3
 ง. $\frac{2}{3}$



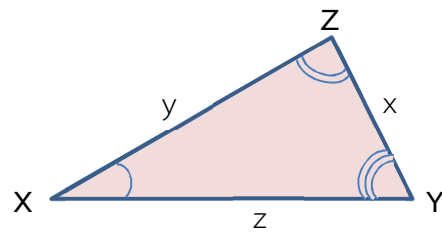
ใบความรู้ที่ 1.1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

Trigonometry มาจากภาษากรีก trigonon มุม 3 มุม และ metro การวัด Trigonometry เป็นสาขาของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการวัดและหาความสัมพันธ์ระหว่างด้าน มุม และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ในภาษาไทย “ตรีโกณมิติ” มาจากคำว่า ตรี (แปลว่า สาม) + โณน (อ่านว่า โจนะ แปลว่า มุม หรือเหลี่ยม) + มิติ (แปลว่า การวัด) เป็นวิชาเกี่ยวกับการวัดรูปสามเหลี่ยมต่าง ๆ โดยหาความสัมพันธ์ระหว่าง ด้าน มุม และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งคำว่า Trigonometry เริ่มใช้ในศตวรรษที่ 17 ได้มีการนำความรู้วิชาตรีโกณมิติไปใช้ในการหาระยะทาง พื้นที่ มุม และทิศทางที่ยากแก่การวัดโดยตรง เช่น การหาความสูงของภูเขา การหาความกว้างของแม่น้ำ ในสมัยก่อนตรีโกณมิติจึงว่าด้วยความสัมพันธ์ระหว่างด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยม ต่อมาวิชานี้ได้พัฒนาขึ้นโดยลำดับ และได้มีการนำไปประยุกต์ใช้ในหลายสาขาวิชา เช่น ฟิสิกส์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น

ถ้านักเรียนนึกถึงเรื่องราวเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะพบว่าถ้ารูปสามเหลี่ยม 2 รูป มีมุมเท่ากันมุมต่อมุมทั้ง 3 คู่ แล้วสามเหลี่ยม 2 รูปนี้จะคล้ายกัน ดังรูป



รูปที่ 1



รูปที่ 2

จากรูป นักเรียนจะพบว่า

$$\hat{A} = \hat{X}, \quad \hat{B} = \hat{Y} \text{ และ } \hat{C} = \hat{Z}$$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม ABC คล้ายกับรูปสามเหลี่ยม XYZ จากสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยม จะได้ผลตามมา คือ

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

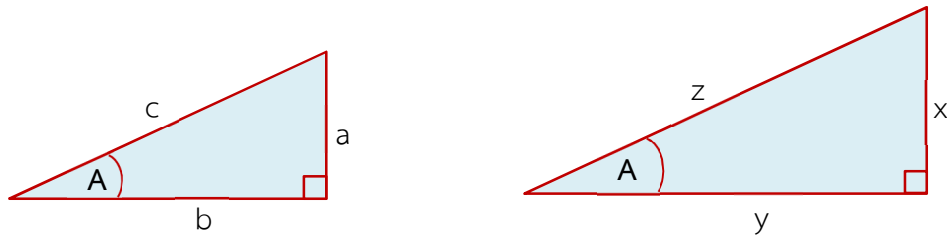
ถ้านักเรียนหยิบมาพิจารณาทีละคู่ จะได้ผลเพิ่มเติมดังนี้

$\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$	→	$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$
$\frac{a}{x} = \frac{c}{z}$	→	$\frac{a}{c} = \frac{x}{z}$
$\frac{b}{y} = \frac{c}{z}$	→	$\frac{b}{c} = \frac{y}{z}$



นั่นคือ ถ้ามีรูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง จะเท่ากับอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง โดยที่ด้านของรูปสามเหลี่ยมที่หาความยาวนั้นจะต้องเป็นด้านที่สมนัยกัน อยู่ตรงข้ามกับมุมที่เท่ากัน

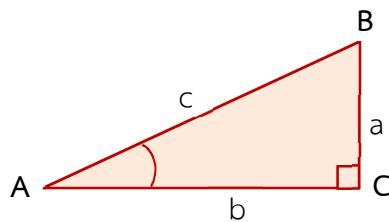
ในทำนองเดียวกัน ถ้ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีมุมที่ไม่เป็นมุมฉากเท่ากันสมมติว่าเป็นมุม A ดังรูป



นักเรียนจะพบว่ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปนี้คล้ายกัน (มีมุมเท่ากันมุมต่อมุม ทั้ง 3 คู่) ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$\frac{a}{c} = \frac{x}{z}, \quad \frac{a}{b} = \frac{x}{y}, \quad \frac{c}{b} = \frac{z}{y} \quad \text{เป็นต้น}$$

ต่อไปเราจะศึกษาอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมเพียงรูปเดียว และรูปสามเหลี่ยมที่จะศึกษานั้นจะศึกษาเฉพาะรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมอีก 2 มุม เป็นมุมแหลม



จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก

เราเรียก	อัตราส่วน $\frac{a}{c}$	ว่า	ไซน์ (sine)	ของมุม A
และเรียก	อัตราส่วน $\frac{b}{c}$	ว่า	โคไซน์ (cosine)	ของมุม A
และเรียก	อัตราส่วน $\frac{a}{b}$	ว่า	แทนเจนต์ (tangent)	ของมุม A

โดยทั่วไปเรานิยมเขียน

$\sin A$ แทน ไซน์ของมุม A

$\cos A$ แทน โคไซน์ของมุม A

$\tan A$ แทน แทนเจนต์ของมุม A

นั่นคือ

$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \frac{a}{b}$$



สรุป

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ถ้า A เป็นมุมแหลม

$$\sin A \text{ คือ } \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

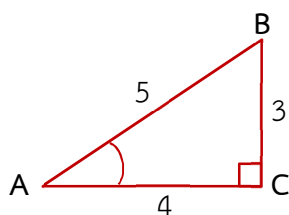
$$\cos A \text{ คือ } \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\tan A \text{ คือ } \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

ข้อสังเกต

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \text{ นั่นเอง}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีความยาวของแต่ละด้าน ดังรูป จงหาค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม B



วิธีทำ

$$\text{จากรูป } \sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{3}{5}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{4}{5}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{3}{4}$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า

$$\sin B = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } B}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos B = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } B}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{3}{5}$$

$$\tan B = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } B}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } B} = \frac{4}{3}$$

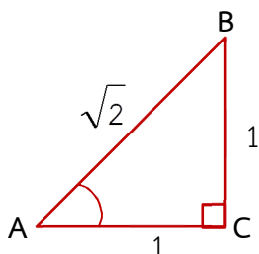


แบบฝึกทักษะ 1.1

คำชี้แจง

จงหาค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A จากรูปที่กำหนดให้ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.

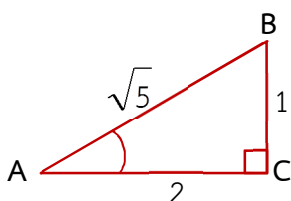


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$

2.

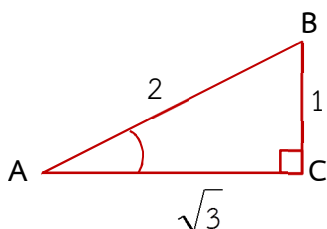


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$

3.

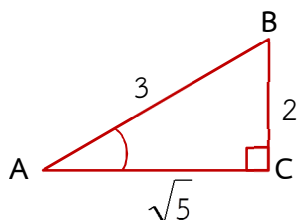


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$

4.



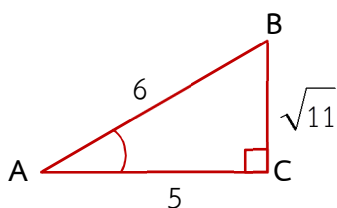
$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$



5.

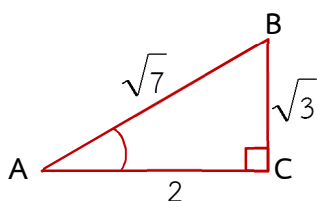


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$

6.

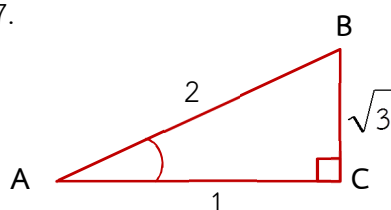


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$

7.

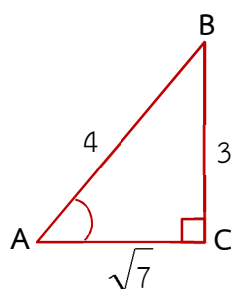


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$

8.



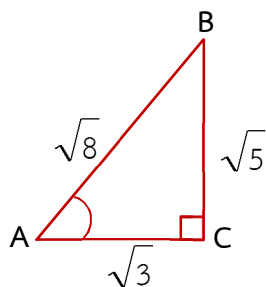
$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$



9.

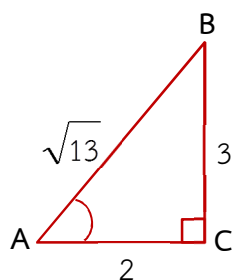


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$

10.



$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \dots\dots\dots$$

จำได้หรือยังครับ...

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}$$

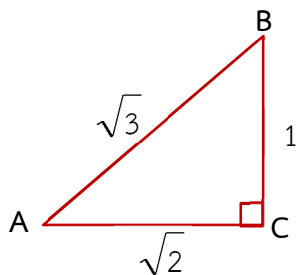


แบบฝึกทักษะ 1.2

คำชี้แจง

จงหาค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม จากรูปที่กำหนดให้ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.

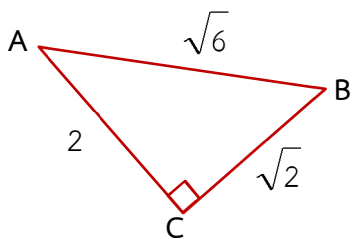


$\sin B = \dots\dots\dots$

$\cos B = \dots\dots\dots$

$\tan B = \dots\dots\dots$

2.

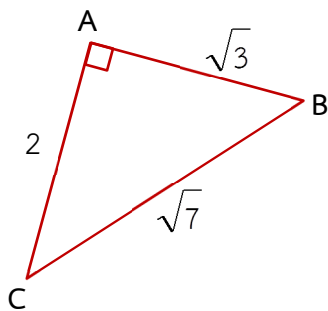


$\sin A = \dots\dots\dots$

$\cos A = \dots\dots\dots$

$\tan A = \dots\dots\dots$

3.

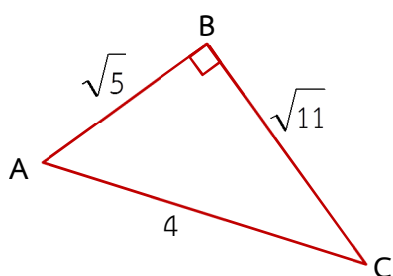


$\sin C = \dots\dots\dots$

$\cos C = \dots\dots\dots$

$\tan C = \dots\dots\dots$

4.



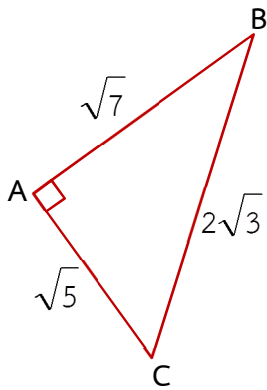
$\sin A = \dots\dots\dots$

$\cos A = \dots\dots\dots$

$\tan A = \dots\dots\dots$



5.

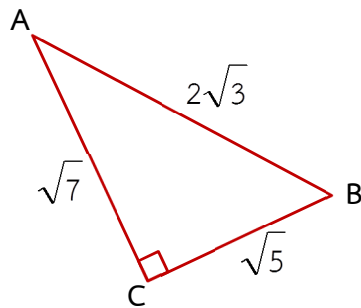


$$\sin B = \dots\dots\dots$$

$$\cos B = \dots\dots\dots$$

$$\tan B = \dots\dots\dots$$

6.

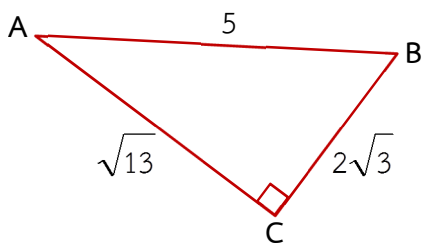


$$\sin B = \dots\dots\dots$$

$$\cos B = \dots\dots\dots$$

$$\tan B = \dots\dots\dots$$

7.

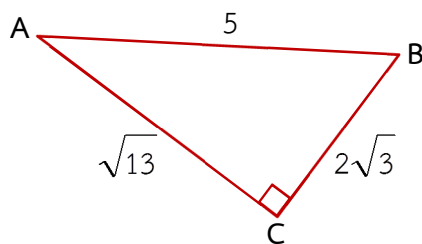


$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

8.



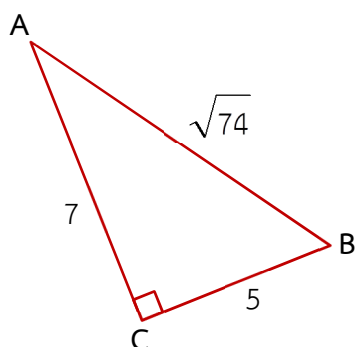
$$\sin B = \dots\dots\dots$$

$$\cos B = \dots\dots\dots$$

$$\tan B = \dots\dots\dots$$



9.

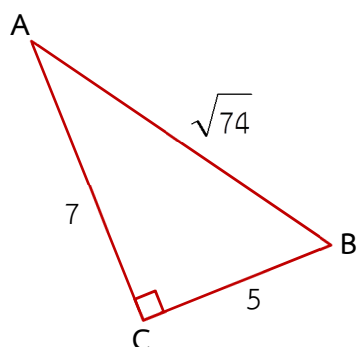


$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

10.



$$\sin B = \dots\dots\dots$$

$$\cos B = \dots\dots\dots$$

$$\tan B = \dots\dots\dots$$

ไม่อยากเลยใช่ไหมครับ

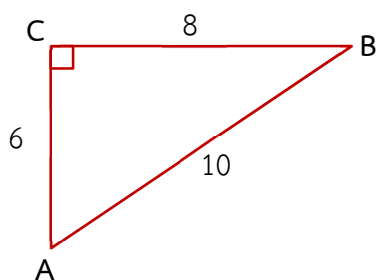


แบบฝึกทักษะ 1.3

คำชี้แจง

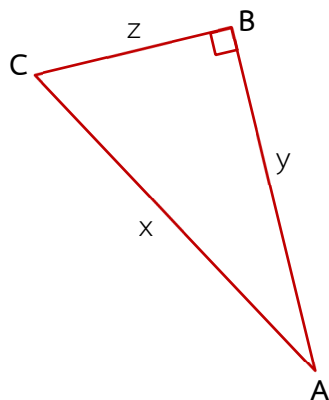
จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

รูปต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 1 – 5



1. $\sin \dots\dots\dots = \frac{4}{5}$
2. $\sin \dots\dots\dots = \frac{3}{5}$
3. $\cos \dots\dots\dots = \frac{4}{5}$
4. $\cos \dots\dots\dots = \frac{3}{5}$
5. $\tan \dots\dots\dots = \frac{3}{4}$

รูปต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 6 – 10



6. $\sin \dots\dots\dots = \frac{y}{x}$
7. $\sin \dots\dots\dots = \frac{z}{x}$
8. $\cos \dots\dots\dots = \frac{y}{x}$
9. $\cos \dots\dots\dots = \frac{z}{x}$
10. $\tan \dots\dots\dots = \frac{z}{y}$

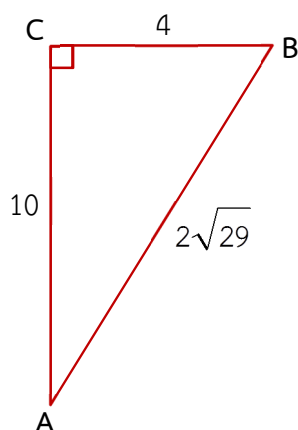


แบบฝึกทักษะ 1.4

คำชี้แจง

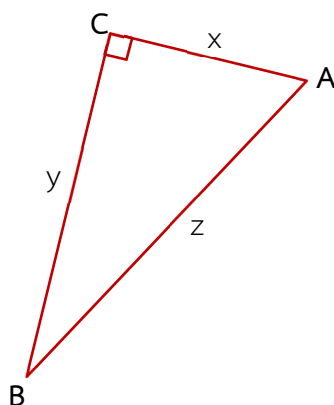
จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

รูปต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 1 – 5



1. A = $\frac{2}{5}$
2. A = $\frac{5}{\sqrt{29}}$
3. B = $\frac{5}{2}$
4. B = $\frac{2}{\sqrt{29}}$
5. B = $\frac{5}{\sqrt{29}}$

รูปต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 6 – 10

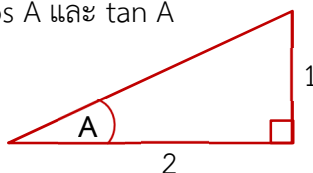


6. A = $\frac{x}{z}$
7. A = $\frac{y}{x}$
8. A = $\frac{y}{z}$
9. B = $\frac{x}{y}$
10. B = $\frac{y}{z}$



ใบความรู้ที่ 1.2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ต่อ)

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป
จงหา $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$



วิธีทำ ก่อนอื่นนักเรียนต้องหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเสียก่อน

โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

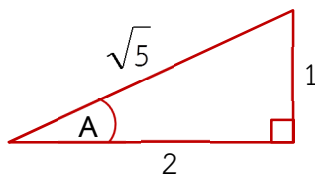
ให้ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ($c > 0$)

$$\text{จะได้ว่า } c^2 = 2^2 + 1^2 = 5$$

$$c = \sqrt{5}$$

ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้

จากรูป จะได้ว่า



$$\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

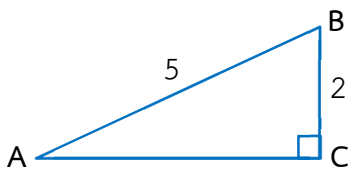
$$\cos A = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\tan A = \frac{1}{2}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\sin A = \frac{2}{5}$ จงหา $\cos A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\sin A = \frac{2}{5}$

ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

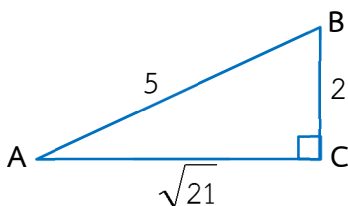
หาความยาวของด้าน AC ได้ดังนี้

$$5^2 = (AC)^2 + 2^2$$

$$(AC)^2 = 25 - 4 = 21$$

$$AC = \sqrt{21}$$

$\therefore$ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



$$\cos A = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\tan A = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

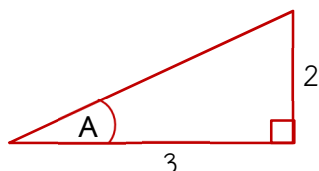


แบบฝึกทักษะ 1.5

คำชี้แจง

จงหาค่า $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ (ข้อละ 2 คะแนน)

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป



วิธีทำ ให้ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ($c > 0$)

จะได้ว่า $c^2 = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$c = \dots\dots\dots$

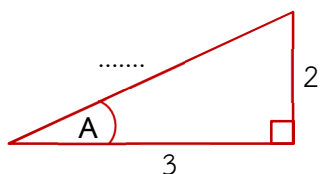
ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้

จากรูป จะได้ว่า

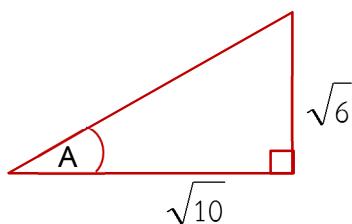
$\sin A = \dots\dots\dots$

$\cos A = \dots\dots\dots$

$\tan A = \dots\dots\dots$



2. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป



วิธีทำ ให้ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ($c > 0$)

จะได้ว่า $c^2 = \dots\dots\dots$

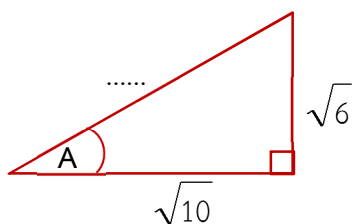
$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$c = \dots\dots\dots$



ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



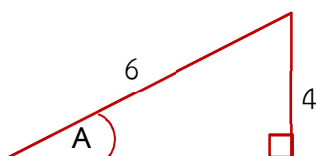
จากรูป จะได้ว่า

$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

3. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป



วิธีทำ ให้ b เป็นความยาวของด้าน..... ($b > 0$)

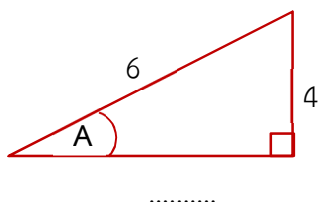
จะได้ว่า =

$$b^2 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



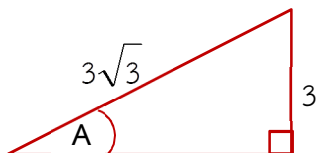
จากรูป จะได้ว่า

$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

4. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป



วิธีทำ ให้ b เป็นความยาวของ..... ($b > 0$)

จะได้ว่า =

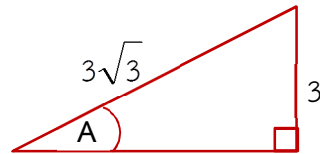
$$b^2 = \dots\dots\dots$$



$$= \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



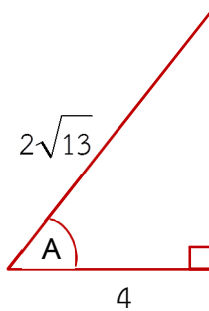
จากรูป จะได้ว่า

$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

5. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป



วิธีทำ ให้ a เป็นความยาวของ..... A ($a > 0$)

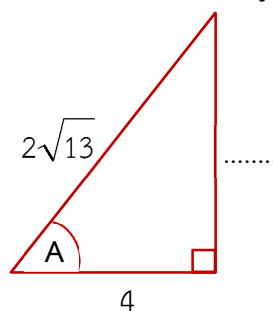
$$\text{จะได้ว่า } \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$a^2 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$a = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูป จะได้ว่า

$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\cos A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$



แบบฝึกทักษะ 1.6

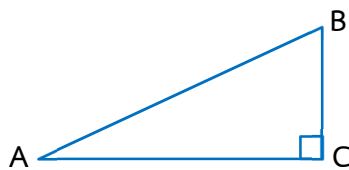
คำชี้แจง

จงแสดงวิธีทำ (ข้อละ 2 คะแนน)

1. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\sin A = \frac{3}{7}$ จงหา $\cos A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\sin A = \frac{3}{7}$

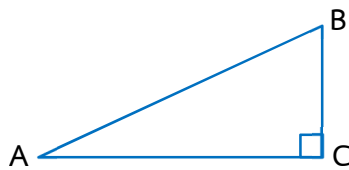
ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน AC ได้ดังนี้

.....
.....
.....

∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



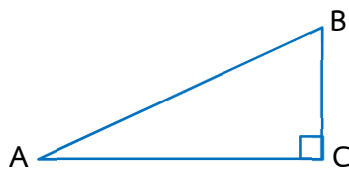
$\cos A =$

$\tan A =$

2. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\sin A = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{38}}$ จงหา $\cos A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\sin A = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{38}}$

ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้

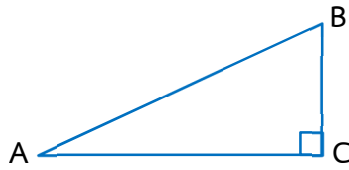


จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน..... ได้ดังนี้

.....
.....
.....



∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



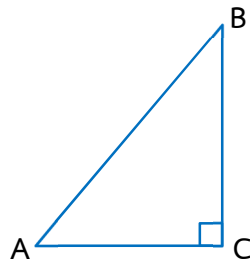
$$\cos A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

3. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\cos A = \frac{\sqrt{19}}{10}$ จงหา $\sin A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\cos A = \frac{\sqrt{19}}{10}$

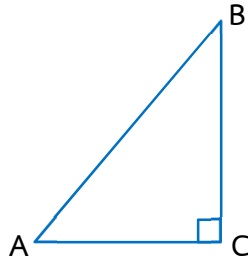
ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน..... ได้ดังนี้

.....
.....
.....
.....

∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



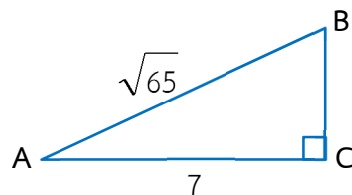
$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\cos A = \frac{7}{\sqrt{65}}$ จงหา $\sin A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\cos A = \frac{7}{\sqrt{65}}$

ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้

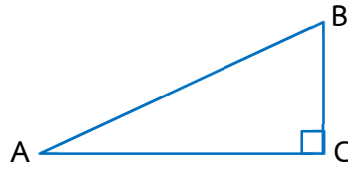


จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน..... ได้ดังนี้

.....
.....
.....
.....



∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



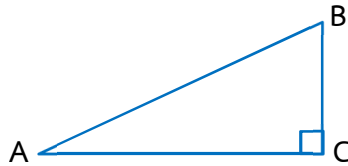
$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

5. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ จงหา $\sin A$ และ $\cos A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

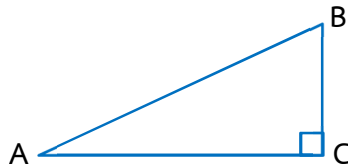
ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน..... ได้ดังนี้

.....
.....
.....

∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



$$\sin A = \dots\dots\dots$$

$$\tan A = \dots\dots\dots$$

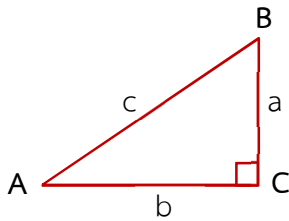


แบบทดสอบหลังเรียน



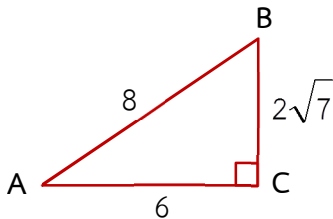
1. แบบทดสอบหลังเรียน มีจำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงกระดาษคำตอบที่ครูแจกให้ จากตัวเลือก ก ข ค หรือ ง ที่ เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

1. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ข้อใดต่อไปนี้ มีค่าเท่ากับ $\frac{a+b}{c}$



- ก. $\sin A + \cos B$
- ข. $\sin A + \sin B$
- ค. $\cos A + \tan B$
- ง. $\tan A + \sin B$

2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ค่าของ $\sin A \cdot \tan B$ เท่ากับข้อใด

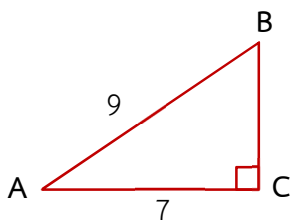


- ก. $\frac{\sqrt{7}}{4}$
- ข. $\frac{\sqrt{7}}{3}$
- ค. $\frac{4}{3}$
- ง. $\frac{3}{4}$

3. ถ้า $\sin A = \frac{1}{2}$ แล้ว $1 + \tan^2 A$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- ก. $\frac{3}{4}$
- ข. 1
- ค. $\frac{4}{3}$
- ง. $\frac{3}{2}$

4. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ค่าของ $(\tan A) \cdot (\tan B)$



- ก. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$
- ข. $\frac{7}{4\sqrt{2}}$
- ค. $\frac{7}{4}$
- ง. 1



5. ถ้า $\cos A = \frac{5}{13}$ แล้ว $\tan A$ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{12}{5}$

ข. $\frac{5}{12}$

ค. $\frac{13}{12}$

ง. $\frac{12}{13}$

6. ถ้า $\sin A = \frac{4}{5}$ แล้ว $\frac{\sin A + 1}{\cos A}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{1}{3}$

ข. $\frac{3}{2}$

ค. 3

ง. $\frac{2}{3}$

7. ถ้า $\tan A = 0.75$ แล้ว $\sin A + \cos A$ มีค่าเท่ากับข้อใด

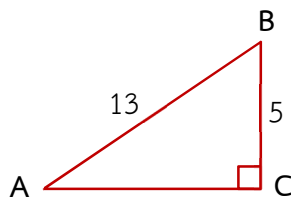
ก. 1.4

ข. 1.6

ค. 2.4

ง. 4.8

8. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ข้อใดมีค่าเท่ากับ 0.54



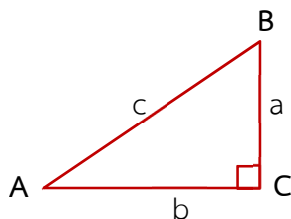
ก. $\cos B - \cos A$

ข. $\sin B - \sin A$

ค. $1 - \sin A$

ง. $1 - \sin B$

9. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ข้อใดผิด



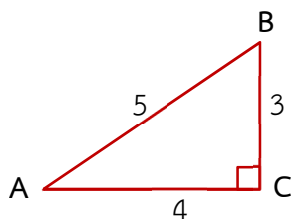
ก. $\sin A = \frac{a}{c}$

ข. $\cos B = \frac{a}{c}$

ค. $\tan A = \frac{b}{a}$

ง. $\sin B = \frac{b}{c}$

10. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ค่าของ $\sin A + \sin B + \tan A$ เท่ากับข้อใด



ก. 1.95

ข. 2.15

ค. 2.35

ง. 2.73



แบบบันทึกคะแนน

ชื่อ - นามสกุล..... ชั้น ม. 4/..... เลขที่.....

คำชี้แจง

ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ที่ช่องสรุปผล เมื่อนักเรียนได้คะแนนผ่านหรือไม่ผ่านเกณฑ์การประเมิน

1. คะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน

ที่	แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ร้อยละ	ระดับคุณภาพ	สรุปผล	
						ผ่าน	ไม่ผ่าน
1	ก่อนเรียน	10					
2	หลังเรียน	10					
ผลการพัฒนา							

2. คะแนนแบบฝึกทักษะ

ที่	แบบฝึกทักษะ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ร้อยละ	ระดับคุณภาพ	สรุปผล	
						ผ่าน	ไม่ผ่าน
1	1.1	10					
2	1.2	10					
3	1.3	10					
4	1.4	10					
5	1.5	10					
6	1.6	10					
รวม		100					

เกณฑ์การประเมิน

ร้อยละ 9 - 10	ระดับคุณภาพ	ดีมาก
ร้อยละ 7 - 8	ระดับคุณภาพ	ดี
ร้อยละ 5 - 6	ระดับคุณภาพ	พอใช้
ร้อยละ 0 - 4	ระดับคุณภาพ	ควรปรับปรุง
การผ่านเกณฑ์การประเมิน เมื่อได้คะแนนตั้งแต่ 7 คะแนนขึ้นไป		





- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. เทคนิคสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม. 4 (2 ภาคเรียน) Pure...Pure กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด, 2547.
- มาโนชญ์ วณิชชานนท์. ค011 เสริมทักษะ คณิตศาสตร์ ม.3. กรุงเทพฯ : บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด, 2539.
- วิชาการและมาตรฐานการศึกษา, สำนัก. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2551.
- วินิจ วงศ์รัตน์. สรุปหลัก & สูตร คณิตศาสตร์ ม. 3 เล่มรวม 1-2. กรุงเทพฯ : บริษัท ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด, ไม่ปรากฏปีที่พิมพ์.
- วิวัฒน์ อัสวานิชย์. MATHS TESTS 1-2-3. กรุงเทพฯ : บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด, 2540.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.
- สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพร เหล่าวานิชย์. คณิตศาสตร์ 2 (พื้นฐาน + เพิ่มเติม). กรุงเทพฯ : บริษัท ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด, ไม่ปรากฏปีที่พิมพ์.
- สุเทพ จันทรสมศักดิ์ และสุเทพ ทองอยู่. คู่มือ-เตรียมสอบ คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 2 ค 012. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ ภูมิบัณฑิต, ไม่ปรากฏปีที่พิมพ์.





เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

ข้อ	คำตอบ
1.	ค
2.	ข
3.	ง
4.	ก
5.	ข
6.	ค
7.	ก
8.	ง
9.	ข
10.	ค

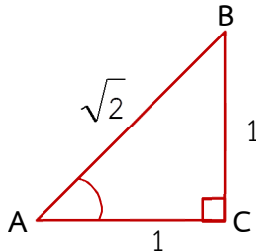


เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1

คำชี้แจง

จงหาค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A จากรูปที่กำหนดให้ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.

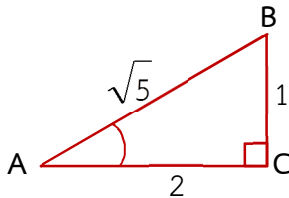


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = 1$$

2.

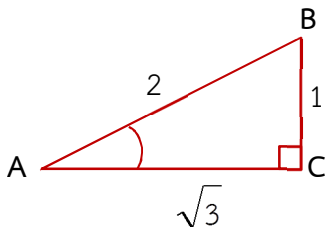


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{1}{2}$$

3.

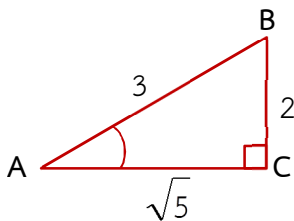


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

4.



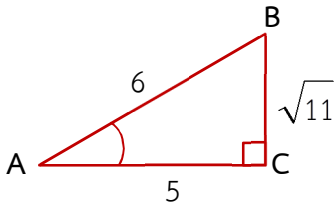
$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{2}{3}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



5.

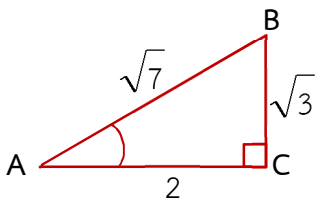


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{5}{6}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{\sqrt{11}}{5}$$

6.

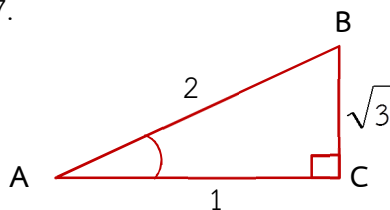


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

7.

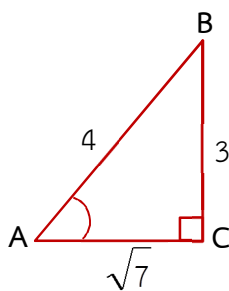


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{1}{2}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \sqrt{3}$$

8.



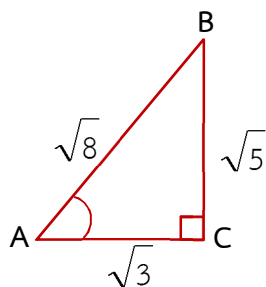
$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{3}{4}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$



9.

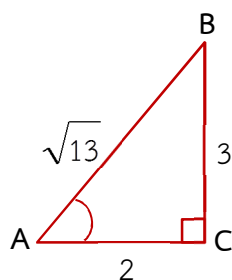


$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

10.



$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{3}{2}$$

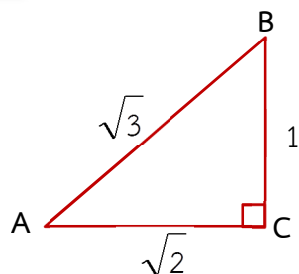


เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.2

คำชี้แจง

จงหาค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม จากรูปที่กำหนดให้ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.

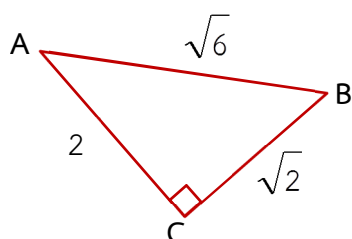


$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\cos B = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan B = 1$$

2.

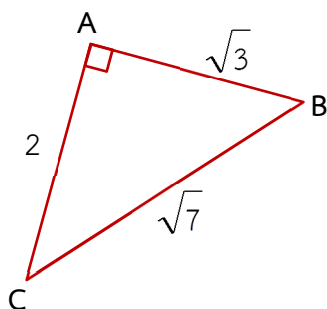


$$\sin A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos A = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

3.

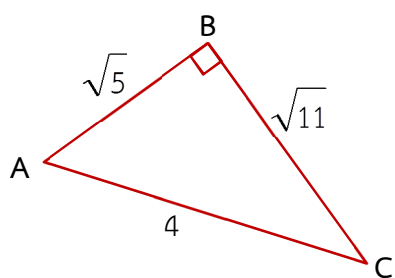


$$\sin C = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\cos C = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\tan C = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

4.

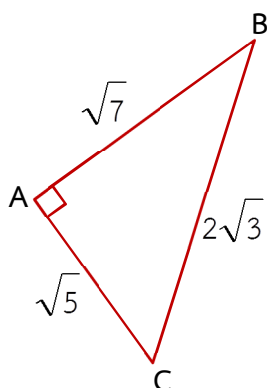


$$\sin A = \frac{\sqrt{11}}{4}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}}$$

5.



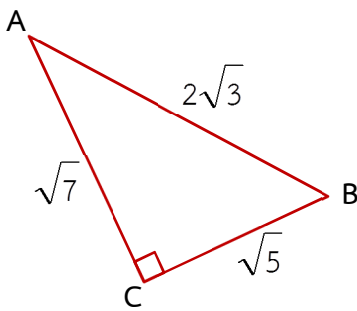
$$\sin B = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$

$$\cos B = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$$

$$\tan B = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$$



6.

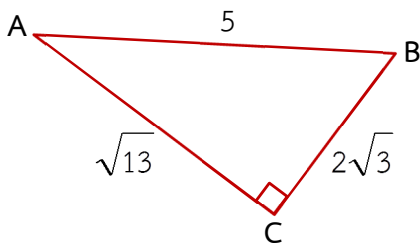


$$\sin B = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$$

$$\cos B = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$

$$\tan B = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$$

7.

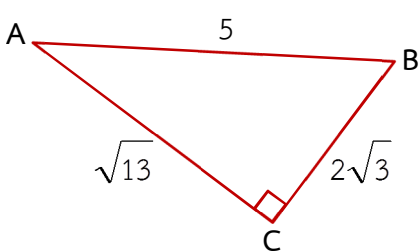


$$\sin A = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{13}}{5}$$

$$\tan A = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$$

8.

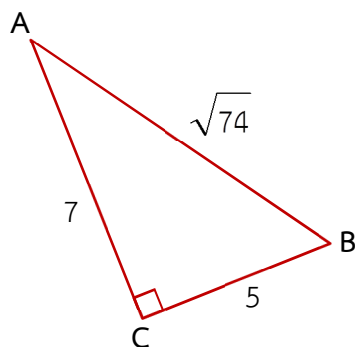


$$\sin B = \frac{\sqrt{13}}{5}$$

$$\cos B = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$\tan B = \frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{3}}$$

9.

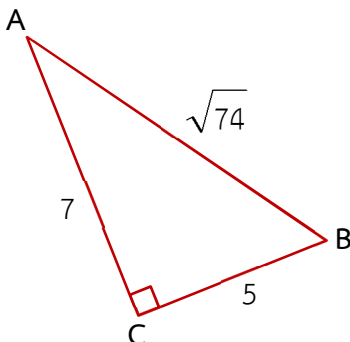


$$\sin A = \frac{5}{\sqrt{74}}$$

$$\cos A = \frac{7}{\sqrt{74}}$$

$$\tan A = \frac{5}{7}$$

10.



$$\sin B = \frac{7}{\sqrt{74}}$$

$$\cos B = \frac{5}{\sqrt{74}}$$

$$\tan B = \frac{7}{5}$$

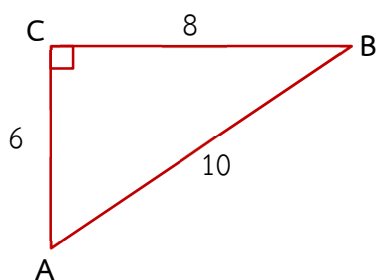


เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.3

คำชี้แจง

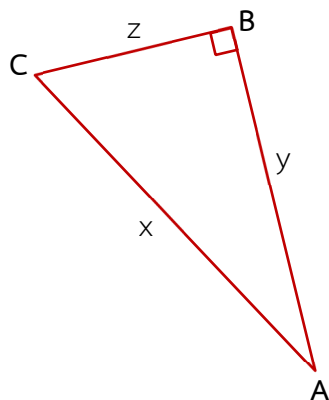
จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

รูปต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 1 – 5



1. $\sin A = \frac{4}{5}$
2. $\sin B = \frac{3}{5}$
3. $\cos B = \frac{4}{5}$
4. $\cos A = \frac{3}{5}$
5. $\tan B = \frac{3}{4}$

รูปต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 6 – 10



6. $\sin C = \frac{y}{x}$
7. $\sin A = \frac{z}{x}$
8. $\cos A = \frac{y}{x}$
9. $\cos C = \frac{z}{x}$
10. $\tan A = \frac{z}{y}$

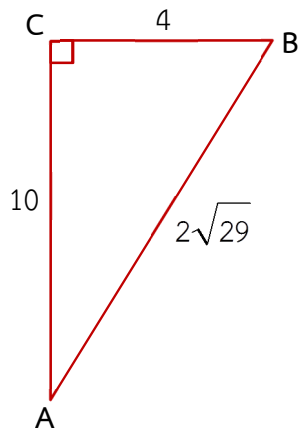


เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.4

คำชี้แจง

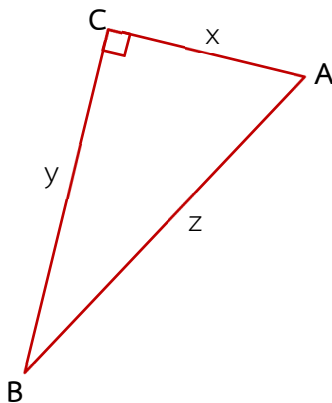
จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

รูปต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 1 – 5



1. $\tan A = \frac{2}{5}$
2. $\cos A = \frac{5}{\sqrt{29}}$
3. $\tan B = \frac{5}{2}$
4. $\cos B = \frac{2}{\sqrt{29}}$
5. $\sin B = \frac{5}{\sqrt{29}}$

รูปต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 6 – 10



6. $\cos A = \frac{x}{z}$
7. $\tan A = \frac{y}{x}$
8. $\sin A = \frac{y}{z}$
9. $\tan B = \frac{x}{y}$
10. $\cos B = \frac{y}{z}$

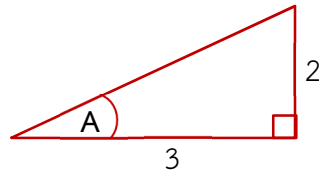


เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.5

คำชี้แจง

จงหาค่า $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$ จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ (ข้อละ 2 คะแนน)

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป

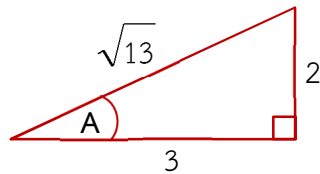


วิธีทำ ให้ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ($c > 0$)

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } c^2 &= 3^2 + 2^2 \\ &= 9 + 4 \\ &= 13 \\ c &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้

จากรูป จะได้ว่า

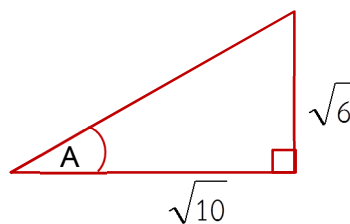


$$\sin A = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\cos A = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\tan A = \frac{2}{3}$$

2. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป

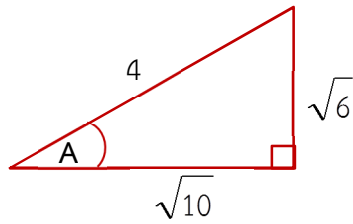


วิธีทำ ให้ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ($c > 0$)

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } c^2 &= (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{6})^2 \\ &= 10 + 6 \\ &= 16 \\ c &= 4 \end{aligned}$$



ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



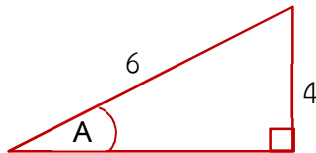
จากรูป จะได้ว่า

$$\sin A = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}$$

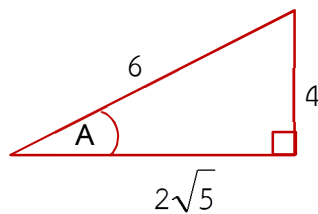
3. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป



วิธีทำ ให้ b เป็นความยาวของด้านประชิดมุม A ($b > 0$)

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } 6^2 &= 4^2 + b^2 \\ b^2 &= 36 - 16 \\ &= 20 \\ b &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



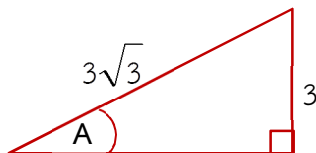
จากรูป จะได้ว่า

$$\sin A = \frac{2}{3}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

4. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป



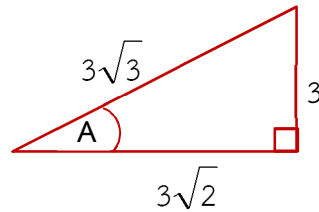
วิธีทำ ให้ b เป็นความยาวของด้านประชิดมุม A ($b > 0$)

$$\text{จะได้ว่า } (3\sqrt{3})^2 = 3^2 + b^2$$



$$\begin{aligned}
 b^2 &= 27 - 9 \\
 &= 18 \\
 b &= 3\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

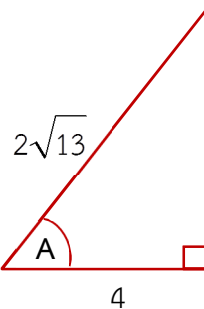
ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูป จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \sin A &= \frac{1}{\sqrt{3}} \\
 \cos A &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\
 \tan A &= \frac{1}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

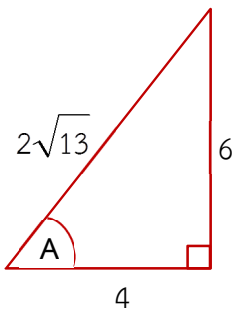
5. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากพร้อมทั้งความยาวของแต่ละด้านดังรูป



วิธีทำ ให้ a เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A ($a > 0$)

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ว่า } (2\sqrt{13})^2 &= a^2 + 4^2 \\
 a^2 &= 52 - 16 \\
 &= 36 \\
 a &= 6
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูป จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \sin A &= \frac{3}{\sqrt{13}} \\
 \cos A &= \frac{2}{\sqrt{13}} \\
 \tan A &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$



เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.6

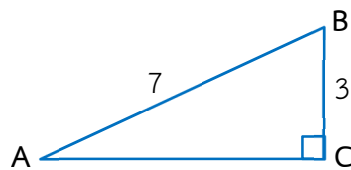
คำชี้แจง

จงแสดงวิธีทำ (ข้อละ 2 คะแนน)

- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\sin A = \frac{3}{7}$ จงหา $\cos A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\sin A = \frac{3}{7}$

ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน AC ได้ดังนี้

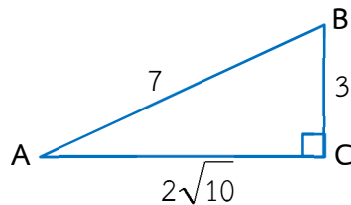
$$7^2 = (AC)^2 + 3^2$$

$$(AC)^2 = 49 - 9$$

$$= 40$$

$$AC = 2\sqrt{10}$$

$\therefore$ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



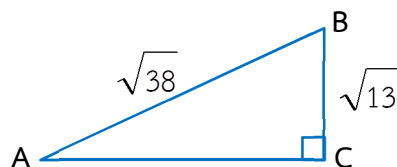
$$\cos A = \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

$$\tan A = \frac{3}{2\sqrt{10}}$$

- กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\sin A = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{38}}$ จงหา $\cos A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\sin A = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{38}}$

ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน AC ได้ดังนี้

$$(\sqrt{38})^2 = (AC)^2 + (\sqrt{13})^2$$

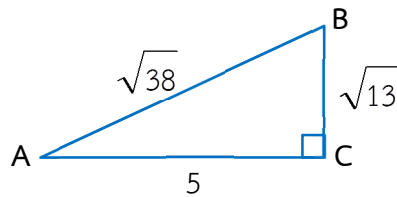
$$(AC)^2 = 38 - 13$$

$$= 25$$

$$AC = 5$$



∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



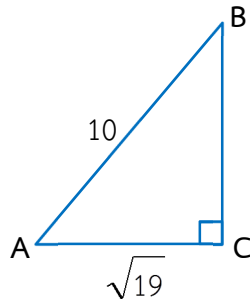
$$\cos A = \frac{5}{\sqrt{38}}$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{13}}{5}$$

3. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\cos A = \frac{\sqrt{19}}{10}$ จงหา $\sin A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\cos A = \frac{\sqrt{19}}{10}$

ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน BC ได้ดังนี้

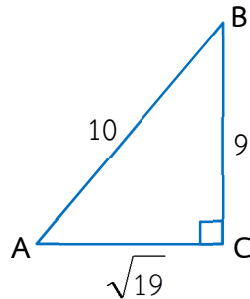
$$10^2 = (BC)^2 + (\sqrt{19})^2$$

$$(BC)^2 = 100 - 19$$

$$= 81$$

$$BC = 9$$

∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



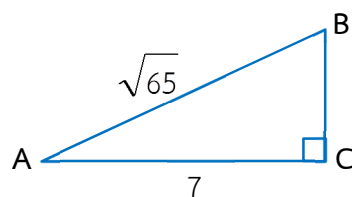
$$\sin A = \frac{9}{10}$$

$$\tan A = \frac{9}{\sqrt{19}}$$

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\cos A = \frac{7}{\sqrt{65}}$ จงหา $\sin A$ และ $\tan A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\cos A = \frac{7}{\sqrt{65}}$

ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน BC ได้ดังนี้

$$(\sqrt{65})^2 = (BC)^2 + 7^2$$

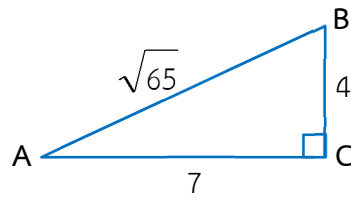
$$(BC)^2 = 65 - 49$$

$$= 16$$

$$BC = 4$$



∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



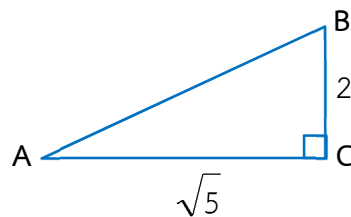
$$\sin A = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\tan A = \frac{4}{7}$$

5. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ จงหา $\sin A$ และ $\cos A$

วิธีทำ เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

ดังนั้น ลักษณะของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นดังนี้



จากรูปใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
หาความยาวของด้าน AB ได้ดังนี้

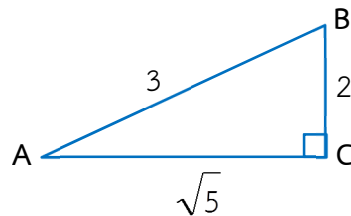
$$(AB)^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2$$

$$(AB)^2 = 4 + 5$$

$$= 9$$

$$AB = 3$$

∴ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จะเป็นดังนี้



$$\sin A = \frac{2}{3}$$

$$\tan A = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

ข้อ	คำตอบ
1.	ข
2.	ง
3.	ค
4.	ง
5.	ก
6.	ค
7.	ก
8.	ข
9.	ค
10.	ข





แบบฝึกทักษะ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใช้สำหรับประกอบการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง เน้นให้นักเรียนได้มีความรู้ ความเข้าใจ นำไปสู่ทักษะการคิดคำนวณ และการวิเคราะห์โจทย์ ตามความสามารถและความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน เป็นสื่อการสอนที่ช่วยแบ่งเบาภาระของครูผู้สอน เป็นนวัตกรรมสำหรับให้ครูผู้สอนสามารถนำไปใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี

แบบฝึกทักษะชุดนี้ประกอบด้วย คำนำ สารบัญ คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู-นักเรียน มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ แบบทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียนพร้อมเฉลย ใบความรู้ แบบฝึกทักษะพร้อมเฉลย แบบบันทึกคะแนน และบรรณานุกรม ซึ่งผู้จัดทำได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัยต่าง ๆ เพื่อสร้างและพัฒนาแบบฝึกทักษะให้มีประสิทธิภาพมากที่สุดตามเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งสามารถนำมาพัฒนานักเรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น

แบบฝึกทักษะชุดนี้ ผู้จัดทำได้คิดหารูปแบบในเรียนที่หลากหลาย เรียงลำดับการเรียนรู้จากเนื้อหาที่ง่ายไปสู่เนื้อหาที่ซับซ้อน เพื่อให้ให้นักเรียนได้คิดอย่างเป็นระบบและเป็นขั้นตอน ง่ายต่อการทำความเข้าใจ นักเรียนสามารถตรวจสอบความก้าวหน้าของตนเองได้ทันที มีความมั่นใจในการเรียนมากขึ้น และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนนักเรียนเรียน ครูผู้สอน และผู้ที่มีความสนใจในการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณคณะผู้บริหาร คณะครู และบุคลากรทางการศึกษาของโรงเรียน ตลอดจนผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ให้การช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ และให้กำลังใจในการจัดทำแบบฝึกทักษะชุดนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี จึงขอขอบคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้

นฤตล คงนุรัตน์





	หน้า
คำนำ.....	ก
สารบัญ.....	๒
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู.....	1
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน.....	2
มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้.....	3
แบบทดสอบก่อนเรียน.....	4
ใบความรู้ที่ 1.1 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ.....	6
แบบฝึกทักษะ 1.1.....	9
แบบฝึกทักษะ 1.2.....	12
แบบฝึกทักษะ 1.3.....	15
แบบฝึกทักษะ 1.4.....	16
บทเรียนที่ 1.2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ (ต่อ).....	17
แบบฝึกทักษะ 1.5.....	18
แบบฝึกทักษะ 1.6.....	21
แบบทดสอบหลังเรียน.....	24
แบบบันทึกคะแนน.....	26
บรรณานุกรม.....	27
ภาคผนวก.....	29
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน.....	29
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1.....	30
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.2.....	33
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.3.....	35
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.4.....	36
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.5.....	37
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.6.....	40
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน.....	43

