

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์
โดยใช้เทคนิค KWDL
เรื่อง ความน่าจะเป็น

เล่มที่

1

5 แผนการสอนคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

แผนภาพต้นไม้

นางรัชดาภรณ์ ศรีจันทร์ ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ
โรงเรียนบางมูลนากภูมิวิทยาคม
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 41

คำนำ

แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชา ค32102คณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งภายในเล่มแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ชุดนี้ ประกอบด้วย คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับครูและนักเรียนสาระสำคัญ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ ใบความรู้ แบบฝึกทักษะ แบบทดสอบก่อนเรียน แบบทดสอบหลังเรียน และเฉลยแบบฝึกทักษะ เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน โดยเนื้อหาแต่ละเรื่องมีตัวอย่างประกอบชัดเจน นักเรียนสามารถศึกษาแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL ตามลำดับขั้นตอน พร้อมทั้งตรวจคำตอบที่ถูกต้องของแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL ได้ด้วยตนเอง

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ เล่มนี้ จะมีประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รายวิชา ค32102คณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น และการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียนเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญและผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำและคำปรึกษาที่ดี เพื่อปรับปรุงแก้ไขแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ เล่มนี้ ให้มีความสมบูรณ์และสำเร็จลุล่วงด้วยดี

นางรัชดาภรณ์ ศรีจันทร์

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL	1
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับครู	2
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับนักเรียน	3
ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL	4
สาระสำคัญ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้	5
แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง แผนภาพต้นไม้	7
ใบความรู้ที่ 1.1 แผนภาพต้นไม้	11
แบบฝึกทักษะ 1.1 แผนภาพต้นไม้	23
แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง แผนภาพต้นไม้	34
บรรณานุกรม	38
ภาคผนวก	
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1 แผนภาพต้นไม้	40
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง แผนภาพต้นไม้	51
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง แผนภาพต้นไม้	55

คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL

1. แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชา ค32102 คณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ใช้เวลาเรียน 1 ชั่วโมง

2. แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ ประกอบด้วย

- 2.1 สารสำคัญ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้
- 2.2 แบบทดสอบก่อนเรียน
- 2.3 ใบความรู้
- 2.4 แบบฝึกทักษะ
- 2.5 แบบทดสอบหลังเรียน
- 2.6 แบบบันทึกคะแนน
- 2.7 แบบบันทึกคะแนนความก้าวหน้า
- 2.8 เกณฑ์การให้คะแนน
- 2.9 บรรณานุกรม

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับครู

สำหรับครูผู้สอน : ครูผู้สอนควรปฏิบัติดังนี้

1. ศึกษารายละเอียด เนื้อหา และแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ ก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกครั้ง
2. ทำความเข้าใจเกี่ยวกับเทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL ทุกขั้นตอนอย่างละเอียด
3. เตรียมแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ ให้ครบถ้วนเพียงพอแก่นักเรียน
4. แจ้งให้นักเรียนทราบวิธีการใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ อย่างชัดเจน รวมถึงวิธีการวัดผลและประเมินผล
5. ควบคุม ดูแลการปฏิบัติกิจกรรมอย่างใกล้ชิดและเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์สุจริตในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL สำหรับนักเรียน

สำหรับนักเรียน : นักเรียนควรปฏิบัติดังนี้

1. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง แผนภาพต้นไม้
2. นักเรียนทำความเข้าใจเกี่ยวกับเทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL ทุกขั้นตอน
3. นักเรียนศึกษาเนื้อหาบทเรียนเกี่ยวกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ศึกษาตัวอย่างให้เข้าใจ สามารถแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อน ๆ หรือครูผู้สอนได้ หากมีข้อสงสัย
4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ อย่างรอบคอบและมีความซื่อสัตย์สุจริต โดยจะต้องทำให้ครบทุกแบบฝึกทักษะ
5. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนเรียน เรื่อง แผนภาพต้นไม้
6. นักเรียนส่งแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL เล่มที่ 1 เรื่อง แผนภาพต้นไม้ ให้ครูผู้สอนตรวจ

ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

- อ่านโจทย์ / พิจารณาสถานการณ์อย่างละเอียดว่า โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

- หาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ / สิ่งที่นักเรียนต้องการรู้
- ใช้วิธีการใดในการหาคำตอบ
- มีวิธีการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้อย่างไร

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

- ต้องทำอะไรบ้าง เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ
- ดำเนินการตามแผนและขั้นตอน วิธีการที่วางไว้เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

- สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากโจทย์ เช่น สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร ได้คำตอบมาอย่างไร
- มีขั้นตอนการแก้ปัญหามาอย่างไร

สาระสำคัญ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้

สาระ

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่าง สมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 5.2 ม.4 - 6/2 อธิบายการทดลองสุ่มเหตุการณ์ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

ค 5.3 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.4 - 6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.4 - 6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.4 - 6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.4 - 6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ค 6.1 ม.4 - 6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ค 6.1 ม.4 - 6/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายขั้นตอนวิธีในการหาจำนวนวิธีของเหตุการณ์ที่กำหนดได้
2. ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาจำนวนผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นของเหตุการณ์แบบต่าง ๆ ได้
3. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ (P) : นักเรียนมีความสามารถ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร และการนำเสนอ
4. การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

1. มีความซื่อสัตย์สุจริต
2. มีวินัย
3. มีความใฝ่เรียนรู้
4. มีความมุ่งมั่นในการทำงาน

แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง แผนภาพต้นไม้

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน
2. ให้นักเรียนใช้แผนภาพต้นไม้ช่วยในการตอบคำถามข้อต่อไปนี

.....

1. หมาก กับ ฅเดช แข่งขันหมากรุก โดยมีกติกาว่า ผู้ชนะคือผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม ตามกติกานี้ จะแข่งขันได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

.....

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

แนวทางแก้ปัญหา คือ

.....

.....

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. นำเลขโดด 1 , 2 และ 3 มาสร้างให้เป็นจำนวนที่มี 2 หลัก และแต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้กี่จำนวน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

.....
.....
.....

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ สามารถสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักใช้เลข

.....

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกตัวเลขมาสร้าง

.....

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ใบความรู้ที่ 1.1

แผนภาพต้นไม้

ในชีวิตประจำวันของเรา มักจะพบปัญหาที่เกี่ยวกับจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ในการกระทำกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่ง เช่น การเลือกรับประทานอาหารคาว – หวาน โดยเลือกอาหารประเภทละ 1 อย่าง จะสามารถเลือกได้แตกต่างกันได้กี่วิธี หรือ การจัดทีมบาสเกตบอลจำนวน 7 ทีม เพื่อแข่งขันกันแบบพบกันหมด จะต้องจัดการแข่งขันกี่ครั้ง เป็นต้น ซึ่งพื้นฐานการคำนวณของจำนวนวิธีทั้งหมดของการทำงานหนึ่ง ๆ สามารถใช้วิธีการที่เรียกว่า แผนภาพต้นไม้ ช่วยในการหาคำตอบได้

แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram)

แผนภาพต้นไม้ เป็นวิธีการอย่างหนึ่ง ในการหาจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ของการกระทำเหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง และแผนภาพต้นไม้แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

- 1) แผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ
- 2) แผนภาพต้นไม้ที่มีแตกออกไม่เป็นระเบียบ



1. แผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ

แผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ หมายถึง แผนภาพต้นไม้ที่แต่ละกิ่งใหญ่ เมื่อแตกออกเป็นกิ่งย่อย ๆ แล้วจะมีจำนวนกิ่งย่อย ๆ เท่ากันทุกกิ่ง

ตัวอย่างที่ 1 ก้นตมมีเสื้อจำนวน 3 ตัว ประกอบด้วย สีเหลือง สีฟ้า และสีเขียว และกางเกง 2 ตัว คือ สีดำ และสีน้ำตาล ก้นตมจะมีจำนวนวิธีที่จะเลือกใส่ชุดที่แตกต่างกันกี่วิธี



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

1. ก้นตมมีเสื้อจำนวน 3 ตัว ประกอบด้วย สีเหลือง สีฟ้า และสีเขียว และกางเกง 2 ตัว คือ สีดำ และสีน้ำตาล
2. ก้นตมจะเลือกใส่ชุดที่แตกต่างกัน

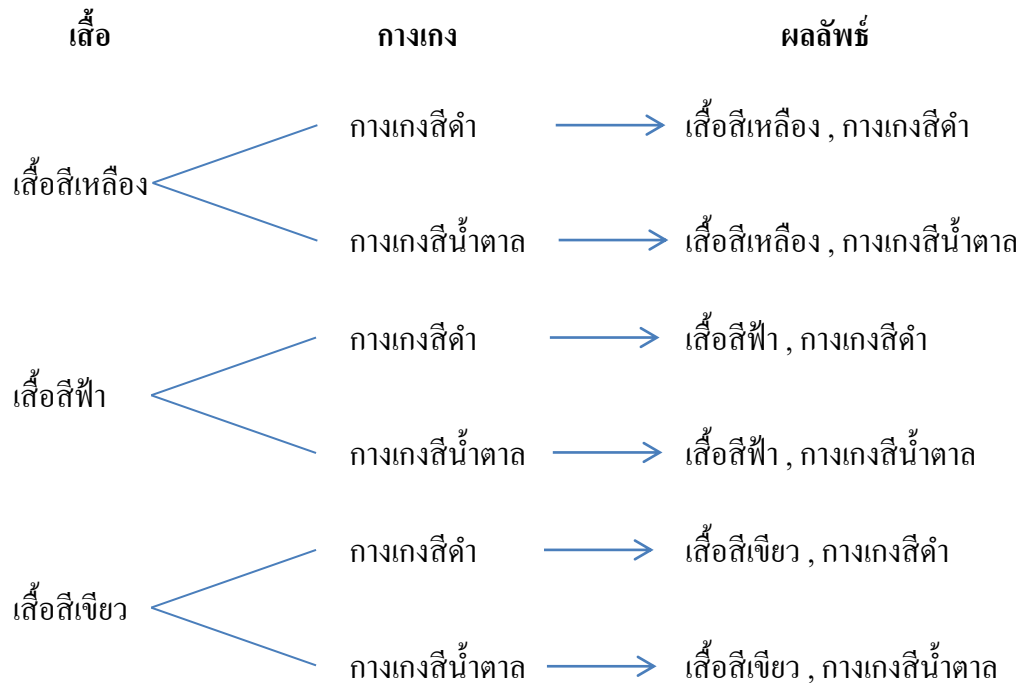
ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ก้นตมจะมีจำนวนวิธีที่จะเลือกใส่ชุดที่แตกต่างกันกี่วิธี
แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกเสื้อมาใส่ เป็นอันดับ 1 และเลือกกางเกงมาใส่เป็นอันดับ 2

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

การเลือกใส่ชุดนั้น จะเสร็จสิ้นสมบูรณ์ได้นั้น ต้องมี 2 ขั้นตอน คือ
ขั้นตอนที่ 1 เลือกเสื้อมาใส่ก่อน (จะเลือกกางเกงมาใส่ก่อนก็ได้) ในขั้นตอนนี้สามารถเลือกได้ 3 วิธี คือ เลือกเสื้อสีเหลือง หรือสีฟ้า หรือสีเขียว
ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีที่เลือกเสื้อนั้น สามารถเลือกกางเกงมาใส่ได้อีก 2 วิธี คือ เลือกกางเกงสีดำ หรือสีน้ำตาล

ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้



จากแผนภาพต้นไม้ จะได้ว่า จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกใส่ชุดที่แตกต่างกัน 6 วิธี คือ (เสื้อสีเหลือง , กางเกงสีดำ), (เสื้อสีเหลือง , กางเกงสีน้ำตาล), (เสื้อสีฟ้า , กางเกงสีดำ), (เสื้อสีฟ้า , กางเกงสีน้ำตาล), (เสื้อสีเขียว , กางเกงสีดำ), (เสื้อสีเขียว , กางเกงสีน้ำตาล)

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการเลือกใส่ชุดของกันดั้ เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. หาจำนวนขั้นตอนของการทำงาน ซึ่ง มี 2 ขั้นตอน คือ เลือกเสื้อและเลือกกางเกง
2. หาจำนวนวิธีของแต่ละขั้นตอน จะได้ว่ามีวิธีที่เลือกเสื้อ 2 วิธี และวิธีเลือกกางเกงได้อีก 2 วิธี
3. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการจับคู่เสื้อและกางเกง





ตัวอย่างที่ 2 การเดินทางจากหมู่บ้านหอไกร มีรถสามล้อเข้าบางมูลนาก 2 คัน จากบางมูลนากมีรถทัวร์ไปพิษณุโลก 2 คัน จากพิษณุโลกมีเครื่องบินไปเชียงใหม่ 3 ลำ ถ้าไบเคยต้องการเดินทาง จากหอไกรไปเชียงใหม่ โดยขึ้นรถสามล้อมาบางมูลนาก จากนั้นขึ้นรถทัวร์ไปพิษณุโลก และขึ้นเครื่องบินจากพิษณุโลกไปเชียงใหม่ ไบเคยจะมีวิธีเดินทางได้กี่วิธี

แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

1. การเดินทางจากหมู่บ้านหอไกร มีรถสามล้อเข้าบางมูลนาก 2 คัน จากบางมูลนากมีรถทัวร์ไปพิษณุโลก 2 คัน จากพิษณุโลกมีเครื่องบินไปเชียงใหม่ 3 ลำ
2. ไบเคยต้องการเดินทางจากหอไกรไปเชียงใหม่ โดยขึ้นรถสามล้อมาบางมูลนาก จากนั้นขึ้นรถทัวร์ไปพิษณุโลก และขึ้นเครื่องบินจากพิษณุโลกไปเชียงใหม่

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ไบเคยจะมีวิธีเดินทางจากหอไกรไปเชียงใหม่ ได้กี่วิธี
แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกรถสามล้อ เป็นอันดับ 1 เลือกรถทัวร์เป็นอันดับ 2 และเลือกเครื่องบินเป็นอันดับ 3

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

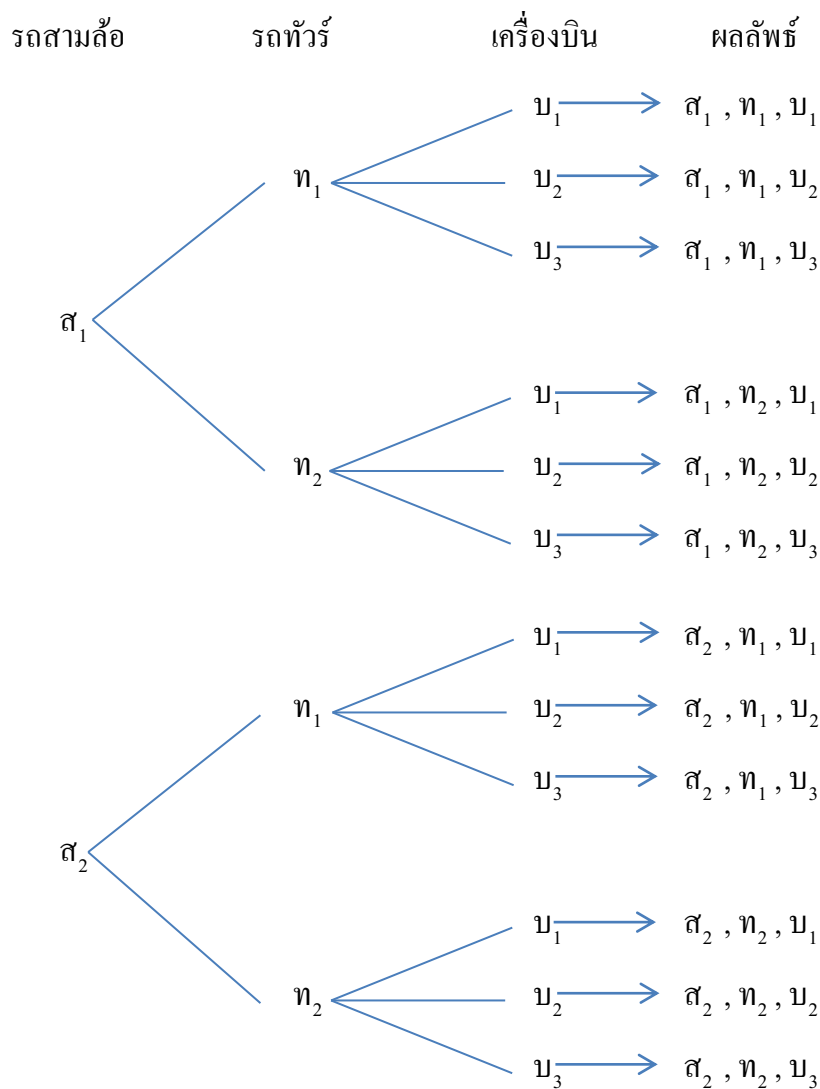
การเดินทางจากหอไกรไปเชียงใหม่จะเสร็จสิ้นสมบูรณ์ได้นั้น ต้องมี 3 ขั้นตอน คือ
ขั้นตอนที่ 1 เลือกรถสามล้อจากหอไกรไปบางมูลนากก่อน ในขั้นตอนนี้สามารถเลือกได้ 3 วิธี คือ รถสามล้อคันที่ 1 หรือรถสามล้อคันที่ 2
ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีที่เลือกรถสามล้อจากหอไกรไปบางมูลนาก สามารถเลือกรถทัวร์จากพิษณุโลกไปพิษณุโลกได้ 2 วิธี คือ รถทัวร์คันที่ 1 หรือรถทัวร์คันที่ 2
ขั้นตอนที่ 3 ในแต่ละวิธีที่เลือกรถสามล้อจากหอไกรไปบางมูลนาก และเลือกรถทัวร์จากพิษณุโลกไปพิษณุโลก สามารถเลือกเครื่องบินจากพิษณุโลกไปเชียงใหม่ได้ 3 วิธี คือ เครื่องบินลำที่ 1 หรือเครื่องบินลำที่ 2 หรือเครื่องบินลำที่ 3

กำหนดให้ s_n หมายถึง รถสามล้อคันที่ n

t_n หมายถึง รถทัวร์คันที่ n และ

b_n หมายถึง เครื่องบินลำที่ n

ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้



จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเดินทางจากหอไกรไปเชียงใหม่ที่แตกต่างกัน คือ 12 วิธี
 คือ $(s_1, t_1, b_1), (s_1, t_1, b_2), (s_1, t_1, b_3), (s_1, t_2, b_1), (s_1, t_2, b_2), (s_1, t_2, b_3),$
 $(s_2, t_1, b_1), (s_2, t_1, b_2), (s_2, t_1, b_3), (s_2, t_2, b_1), (s_2, t_2, b_2), (s_2, t_2, b_3)$

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการเดินทางจากหอไปเชียงใหม่โดยเป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. หาจำนวนขั้นตอนของการทำงาน ซึ่งมี 3 ขั้นตอน คือ เลือกรถสามล้อ เลือกรถทัวร์และเลือกเครื่องบิน
2. หาจำนวนวิธีของแต่ละขั้นตอน จะได้ว่ามีวิธีที่เลือกรถสามล้อ 3 วิธี วิธีเลือกรถทัวร์ได้ 2 วิธี และเลือกเครื่องบินได้ 2 วิธี
3. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการจับคู่ของรถสามล้อ รถทัวร์และเครื่องบิน

ตัวอย่างที่ 3 ถ้าต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน โดยเลือกใช้เลขโดด 1 , 2 , 3 และ 4 จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

1. มีเลขโดด 1 , 2 , 3 , 4
2. สร้างเลข 3 หลัก
3. เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ สามารถสร้างเลข 3 หลัก ที่เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักร้อย เป็นอันดับ 1 หลักสิบ เป็นอันดับ 2 และหลักหน่วย เป็นอันดับ 3

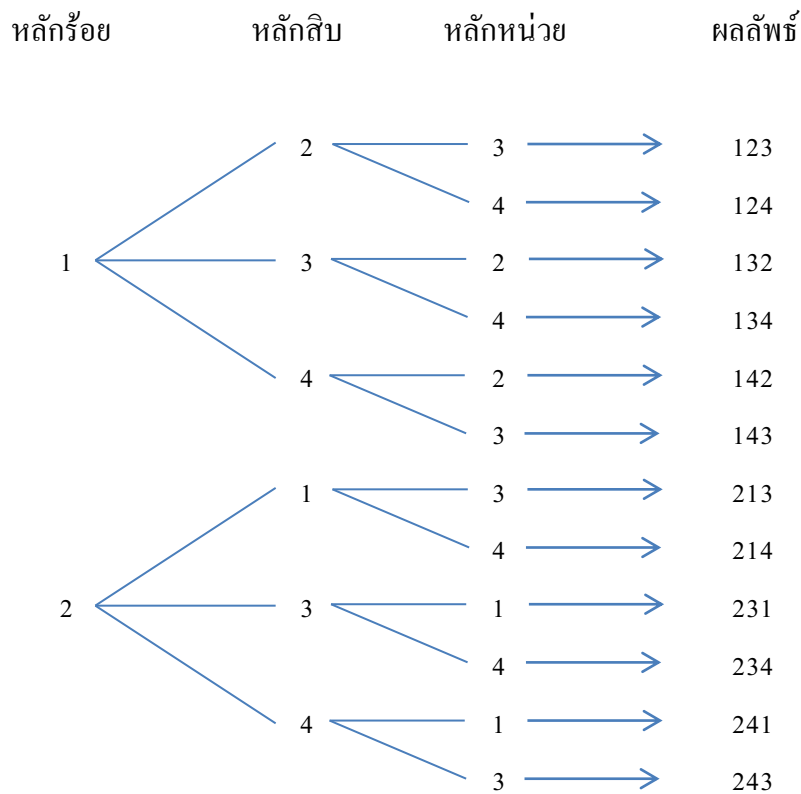
ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

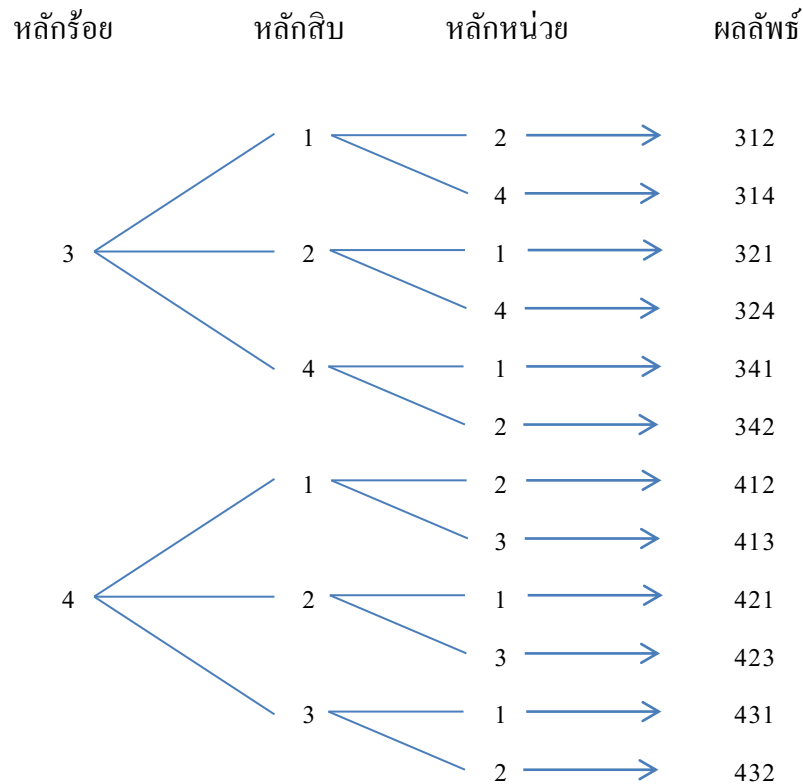
การสามารถสร้างเลข 3 หลัก ที่เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกันจะเสร็จสิ้นสมบูรณ์ได้นั้น ต้องมี 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกตัวเลข 1 ตัว มาสร้างเป็นหลักร้อย ในขั้นตอนนี้ สามารถเลือกได้ 4 วิธี คือ เลข 1 หรือ 2 หรือ 3 หรือ 4

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีที่เลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักร้อย สามารถเลือกตัวเลขอีก 1 ตัว (ต้องไม่ใช่ตัวเลขที่นำไปสร้างเป็นหลักร้อยแล้ว) มาสร้างเป็นหลักสิบ ในขั้นตอนนี้ สามารถเลือกได้ 3 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ในแต่ละวิธีที่เลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักร้อย หลักสิบ สามารถเลือกตัวเลขอีก 1 ตัว (ต้องไม่ใช่ตัวเลขที่นำไปสร้างเป็นหลักร้อย และหลักสิบแล้ว) มาสร้างเป็นหลักสิบ ในขั้นตอนนี้ สามารถเลือกได้ 2 วิธี
ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้





จำนวนวิธีทั้งหมดที่สามารถสร้างเลข 3 หลักที่เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกันที่แตกต่างกันทั้งหมด คือ 12 วิธี คือ 123 , 124 , 132 , 134 , 142 , 143 , 213 , 214 , 231 , 234 , 241 , 243 , 312 , 314 , 321 , 324 , 341 , 342 , 412 , 413 , 421 , 423 , 431 , 432

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการสร้างเลข 3 หลัก ที่เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

- หาจำนวนขั้นตอนของการทำงาน ซึ่งมี 3 ขั้นตอน คือ เลือกตัวเลขมาสร้างหลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย
- หาจำนวนวิธีของแต่ละขั้นตอน จะได้ว่ามีวิธีที่เลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักร้อย 4 วิธี วิธี เลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักสิบได้ 3 วิธี และเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักหน่วยได้ 2 วิธี
- เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการจับคู่ของตัวเลขหลักร้อย หลักสิบและหลักหน่วย



2. แผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกไปไม่เป็นระเบียบ

หมายถึง แผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งใหญ่แต่ละกิ่ง เมื่อแตกออกไปแล้ว จะก่อให้เกิดกิ่งย่อย ๆ จำนวนไม่เท่ากันทุกกิ่ง

ตัวอย่างที่ 4 ในการเล่นเกมอย่างหนึ่งมีกติกาว่า ถ้าเล่นชนะจะได้คะแนน 1 แต้ม ถ้าแพ้จะเสียคะแนน 1 แต้ม และจะเลิกเล่นก็ต่อเมื่อได้คะแนนครบ 3 แต้ม หรือ ไม่มีแต้มเหลือ หรือเล่นครบ 5 ครั้ง ถ้าตอนเริ่มเล่นณเดช มีคะแนนอยู่ 1 แต้ม อยากทราบว่า ณเดชจะมีวิธีเล่นเกมนี้ทั้งหมดกี่วิธี



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ กติกาในเกม เล่นได้แก่

1. ถ้าเล่นชนะจะได้คะแนน 1 แต้ม ถ้าแพ้จะเสียคะแนน 1 แต้ม
2. ถ้าได้คะแนนครบ 3 แต้ม หรือไม่มีแต้มเหลือ หรือเล่นครบ 5 ครั้ง ต้องเลิกเล่น

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ณเดช จะมีวิธีเล่นเกมนี้ทั้งหมดกี่วิธี

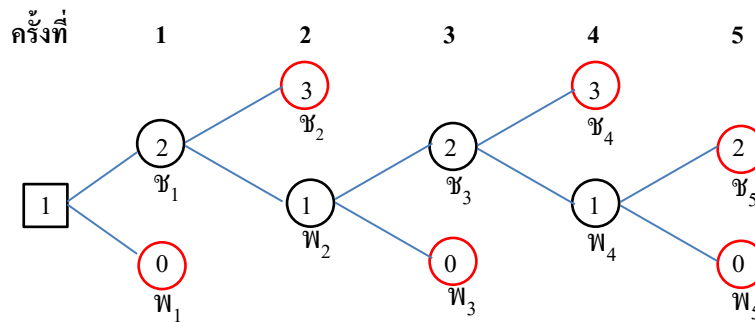
แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเริ่มต้นเล่นด้วยคะแนน 1 แต้ม ในการเล่นเกมแต่ละครั้ง ถ้าชนะจะได้คะแนนเพิ่ม 1 แต้ม แต่ถ้าแพ้จะต้องเสียคะแนน 1 แต้ม เล่นไปเรื่อย ๆ จนคะแนนครบ 3 แต้ม ต้องหยุดเล่น หรือไม่มีคะแนนเหลือ ก็ต้องหยุดเล่น หรือเล่นเกมจนครบ 5 ครั้ง ไม่ว่าจะมีความถี่ที่ตามก็ต้องหยุดเล่น เช่นกัน

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

กำหนดให้ x_n หมายถึง ชนะในเกมที่ n

w_n หมายถึง แพ้ในเกมที่ n และ

สัญลักษณ์ \bigcirc หมายถึง การเลิกเล่น ยุติเกม



จากแผนภาพต้นไม้ สรุปได้ว่าเราจะเล่นเกมได้ทั้งหมด 6 วิธี คือ x_1x_1 , $x_1w_2x_3x_4$, $x_1w_2x_3w_4x_5$, $x_1w_2x_3w_4w_5$, $x_1w_2w_3$, w_1

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการเล่นเกมของณเดช เป็นแผนภาพต้นไม้ ที่มีกิ่งแตกออกไม่เป็นระเบียบเพราะมีกิ่งเล็ก ๆ ที่มีจำนวนไม่เท่ากัน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. พิจารณากติกาในการเล่นของเกมของณเดช ซึ่งกติกา คือ ถ้าเล่นชนะจะได้คะแนน 1 แต้ม ถ้าแพ้จะเสียคะแนน 1 แต้ม และถ้าได้คะแนนครบ 3 แต้ม หรือไม่มีแต้มเหลือ หรือ เล่นครบ 5 ครั้ง ต้องเลิกเล่น
2. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการเล่นเกมของณเดช โดยถ้าณเดชชนะ เขียนโยงเส้นขึ้นด้านบน แต่ถ้าแพ้โยงเส้นลงด้านล่าง
3. นับจำนวนกิ่งสุดท้ายของแต่ละกิ่ง



ตัวอย่างที่ 5 ในการแข่งขันแบดมินตัน ระหว่างอ้มกับพลอย โดยมีกติกาว่า ผู้ชนะ คือ ผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เซต หรือชนะรวมกัน 3 เซต จงหาว่าหากเล่นตามกติกา อ้มกับพลอยจะแข่งขัน ได้ทั้งหมดกี่วิธี



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ การแข่งขันแบดมินตัน ระหว่างอ้มกับพลอย โดยมีกติกาว่า ผู้ชนะคือผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เซต หรือชนะรวมกัน 3 เซต

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ อ้มกับพลอยจะแข่งขันได้ทั้งหมดกี่วิธี
แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยมีกติกาของการแข่งขันแบดมินตันครั้งนี้ว่า การแข่งขันจะยุติลงเมื่อ มีผู้ชนะที่ชนะติดต่อกัน 2 เซต หรือชนะรวมกัน 3 เซต

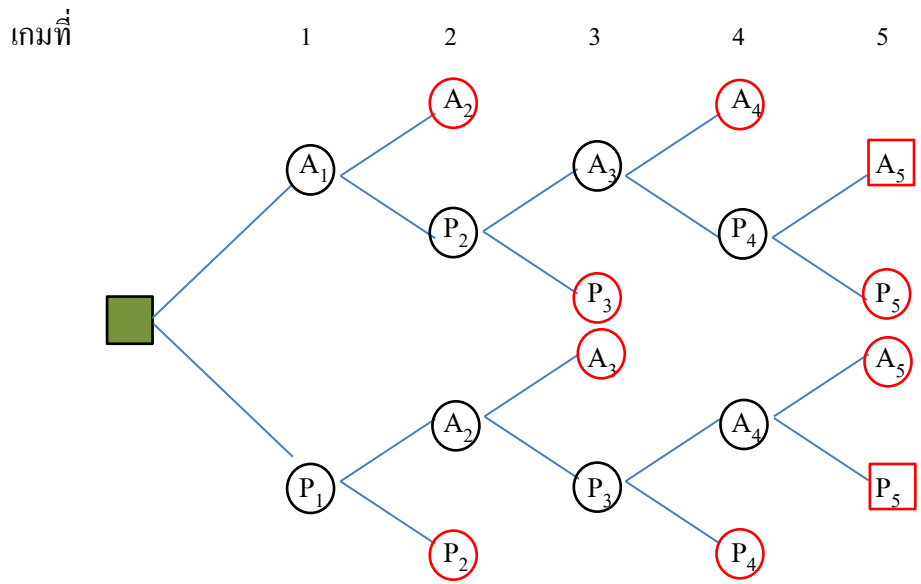
ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

แทนการเลิกเล่น ยุติเกม เมื่อชนะติดต่อกัน 2 เซต

แทนการเลิกเล่น ยุติเกม เมื่อชนะรวมกัน 3 เซต

A_n แทน อ้มเป็นผู้ชนะในเกมที่ n

P_n แทน พลอยเป็นผู้ชนะในเกมที่ n



จากแผนภาพต้นไม้ สรุปได้ว่า อัมกับพลอยจะแข่งขันได้ทั้งหมด 10 วิธี คือ A_1A_2 , $A_1P_2A_3A_4$, $A_1P_2A_3P_4A_5$, $A_1P_2A_3P_4P_5$, $P_1A_2A_3$, $P_1A_2P_3A_4A_5$, $P_1A_2P_3A_4P_5$, $P_1A_2P_3P_4$, P_1P_2

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการแข่งขันแบบมินตันระหว่างอัมกับพลอย เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกไม่เป็นระเบียบ เพราะมีกิ่งเล็ก ๆ ที่มีจำนวนไม่เท่ากัน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. พิจารณากติกาในการแข่งขันแบบมินตันระหว่างอัมกับพลอย ซึ่งกติกา คือ ผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เซต หรือชนะรวมกัน 3 เซต เป็นผู้ชนะ
2. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการแข่งขันแบบมินตันระหว่างอัมกับพลอย โดยถ้าอัมชนะ เขียนอักษร A และโยงเส้นขึ้นด้านบน แต่ถ้าพลอยชนะ เขียนอักษร P และโยงเส้นลงด้านล่าง
3. นับจำนวนกิ่งสุดท้ายของแต่ละกิ่ง



แบบฝึกทักษะที่ 1.1

แผนภาพต้นไม้

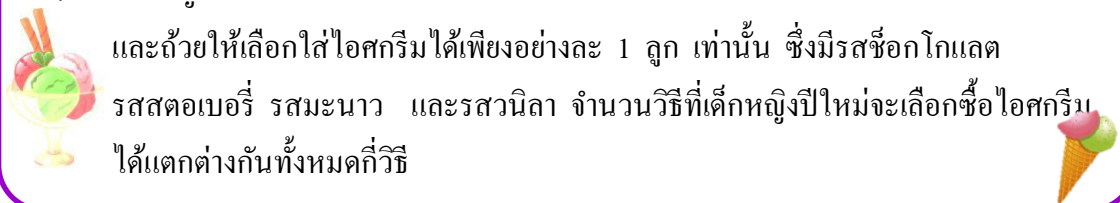
จุดประสงค์

นักเรียนสามารถใช้แผนภาพต้นไม้อย่างง่ายในการหาจำนวนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นของเหตุการณ์ได้

คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดโดยใช้แผนภาพต้นไม้

1. เด็กหญิงปิใหม่ ต้องการเลือกซื้อไอศกรีมที่ร้านไอศกรีมแห่งหนึ่ง โดยทางร้านมีโคนและถ้วยให้เลือกใส่ไอศกรีมได้เพียงอย่างละ 1 ลูก เท่านั้น ซึ่งมีรสช็อกโกแลต รสสตอเบอร์รี่ รสมะนาว และรสวานิลลา จำนวนวิธีที่เด็กหญิงปิใหม่จะเลือกซื้อไอศกรีมได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

แนวทางแก้ปัญหา คือ

.....

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดงานเลี้ยงปีใหม่ให้กับนักเรียน โดยจัดให้มีอาหารคาว 3 อย่าง อาหารหวาน 2 อย่าง เครื่องดื่ม 3 อย่าง และผลไม้ 1 อย่าง ให้นักเรียนที่มาร่วมงาน เลือกอาหารคาว อาหารหวาน เครื่องดื่ม และผลไม้ ได้ชนิดละ 1 อย่าง ถ้าเด็กหญิงส้มแข็ง ได้ไปร่วมงานนี้ด้วย เด็กหญิงส้มแข็งจะมีวิธีเลือกอาหารได้ทั้งหมดกี่วิธี



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

แนวทางแก้ปัญหา คือ

.....

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

.....

ขั้นที่ 4 : L = What we LARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)



3. ทีม A และ ทีม B แข่งขันป้องกัน โดยมีกติกาว่า ถ้าทีมใดชนะ 2 เกม ติดต่อกัน หรือชนะรวม 3 เกม (ไม่จำเป็นต้องเป็นเกมที่ติดต่อกัน) จะเป็นผู้ชนะในการแข่งขัน จะมีวิธีการแข่งขันทั้งหมดกี่วิธี

แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

.....

.....

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

แนวทางแก้ปัญหา คือ

.....

.....

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

.....

.....

.....

.....

4. การโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง จะมีจำนวนวิธีการโยนได้ทั้งหมดกี่วิธี อะไรบ้าง
เมื่อมีคิดว่า ถ้าโยนเหรียญแล้วครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หางายเป็นหน้าเดียวกันให้หยุดโยน
หรือครั้งที่ 2 และครั้งที่ 3 หางายเป็นหน้าเดียวกันให้หยุดโยน



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

.....
.....
.....
.....

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

แนวทางแก้ปัญหา คือ

.....
.....
.....
.....

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง แผนภาพต้นไม้

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน
2. ให้นักเรียนใช้แผนภาพต้นไม้ช่วยในการตอบคำถามข้อต่อไปนี

1. นำเลขโดด 1 , 2 และ 3 มาสร้างให้เป็นจำนวนที่มี 2 หลัก และแต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้กี่จำนวน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

.....

.....

.....

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ สามารถสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักใช้เลข

.....

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกตัวเลขมาสร้าง

.....

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชั้นที่ 4 : L = What we LARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และธรรมาชัย มาเจริญทรัพย์. (2553). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 2. กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.
- กวีญา เนาวประทีป. (2556). เทคนิคการเรียนคณิตศาสตร์ ความน่าจะเป็น. กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (ม.ป.ป.). คู่มือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.4-6 เล่ม 4 สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม. กรุงเทพฯ: ธนรัชการพิมพ์
- เจริญ ภูภัทรพงศ์ และศรีลัดดา ภูภัทรพงศ์. (ม.ป.ป.). คณิตศาสตร์พื้นฐานเข้ม ม.5 เล่ม 2. กรุงเทพฯ: SCIENCE CENTER.
- ณรงค์ ปั่นน้อม , กนกวลี อุษณกรกุล และเรณู สุทธิวาริ. (2537). คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 เล่ม 2 . กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิตการพิมพ์ จำกัด.
- ทรงวิทย์ สุวรรณชาติ. (2555). หนังสือเรียนเสริมมาตรฐานแม่ค. กรุงเทพฯ: ซีแอนด์เอ็นบุ๊ก.
- ชนวัฒน์ สุนทรพรพล. (ม.ป.ป.). คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 เล่ม 4 สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ: SCIENCE CENTER.
- ชนวัฒน์ สุนทรพรพล. (ม.ป.ป.). แบบฝึกหัดทักษะและวิธีคิดเร็ว คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพฯ: อมรการพิมพ์.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร. (2553). คู่มือคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 2. กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2557). หนังสือรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: องค์การค้ำของ สกสค..

ภาคผนวก

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

แผนภาพต้นไม้

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถใช้แผนภาพต้นไม้อย่างง่ายในการหาจำนวนผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นของเหตุการณ์ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดโดยใช้แผนภาพต้นไม้

- เด็กหญิงปิ๋ม ต้องการเลือกซื้อไอศกรีมที่ร้านไอศกรีมแห่งหนึ่ง โดยทางร้านมีคอนและถ้วยให้เลือกใส่ไอศกรีมได้เพียงอย่างละ 1 ลูก เท่านั้น ซึ่งมีรสช็อกโกแลต รสสตอเบอรี่ รสมะนาว และรสวานิลลา จำนวนวิธีที่เด็กหญิงปิ๋มจะเลือกซื้อไอศกรีมได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

- เด็กหญิงปิ๋ม ต้องการเลือกซื้อไอศกรีมที่ร้านไอศกรีม
- ร้านมีคอนและถ้วยให้เลือกใส่ไอศกรีมได้เพียงอย่างละ 1 ลูก
- ไอศกรีมมีรสช็อกโกแลต รสสตอเบอรี่ รสมะนาว และรสวานิลลา
- เด็กหญิงปิ๋มจะเลือกซื้อไอศกรีมโดยเลือกที่ใส่และรสของไอศกรีม

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

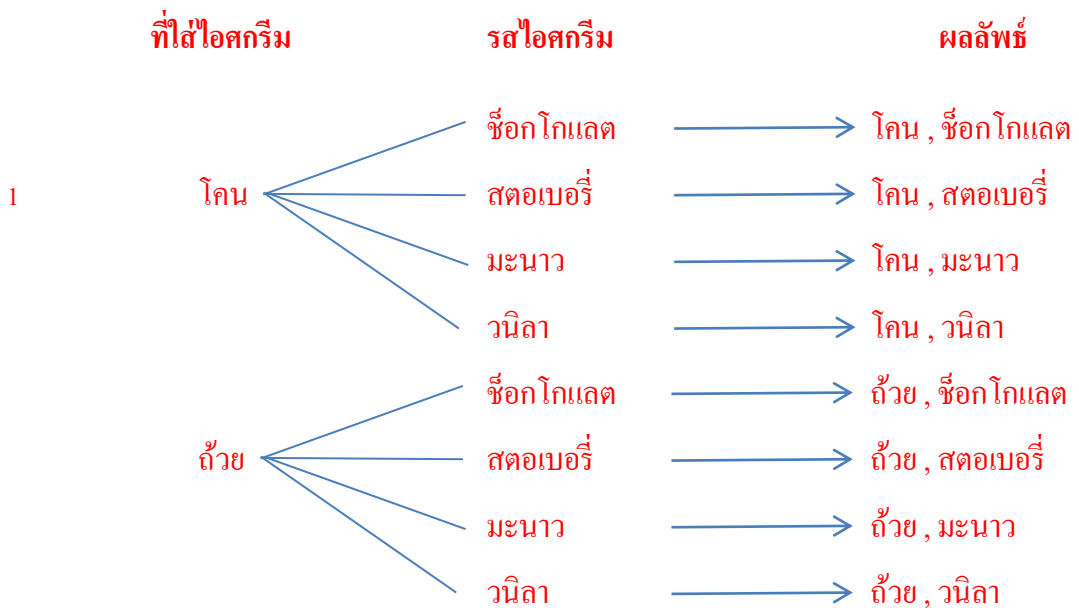
สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวนวิธีที่เด็กหญิงปีใหม่จะเลือกซื้อไอศกรีมได้
แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกที่ใส่ไอศกรีม
เป็นอันดับ 1 และเลือกรสของไอศกรีม เป็นอันดับ 2

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

ดังนั้น การเลือกซื้อไอศกรีมนั้น จะเสร็จสิ้นสมบูรณ์ได้นั้น ต้องมี 2 ขั้นตอน คือ
ขั้นตอนที่ 1 เลือกที่ใส่ไอศกรีมก่อน ในขั้นตอนนี้สามารถเลือกได้ 2 วิธี
คือ เลือกโคนหรือถ้วย

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีที่เลือกที่ใส่ไอศกรีมนั้น สามารถเลือกรสของไอศกรีม
ได้อีก 4 วิธี คือ เลือกรสช็อกโกแลต หรือรสสตอเบอร์รี่ หรือรสมะนาว หรือรสวานิลลา
ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้



จากแผนภาพต้นไม้ จะได้ว่า จำนวนวิธีทั้งหมดที่เด็กหญิงปีใหม่จะเลือกซื้อ
ไอศกรีมได้แตกต่างกันทั้งหมด 8 วิธี คือ (โคน , ช็อกโกแลต), (โคน , สตอเบอร์รี่), (โคน , มะนาว),
(โคน , วานิลลา), (ถ้วย , ช็อกโกแลต), (ถ้วย , สตอเบอร์รี่), (ถ้วย , มะนาว), (ถ้วย , วานิลลา)

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงจำนวนวิธีที่เด็กหญิงปีใหม่จะเลือกซื้อไอศกรีม
เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. หาจำนวนขั้นตอนของการทำงาน ซึ่งมี 2 ขั้นตอน คือ โดยเลือกที่ใส่ไอศกรีมและเลือกรสของไอศกรีม
2. หาจำนวนวิธีของแต่ละขั้นตอน จะได้ว่ามีวิธีที่เลือกที่ใส่ไอศกรีม 2 วิธี และวิธีเลือกที่ใส่ไอศกรีมได้อีก 4 วิธี
3. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการจับคู่ที่ใส่ไอศกรีมและรสของไอศกรีม



2. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดงานเลี้ยงปีใหม่ให้กับนักเรียน โดยจัดให้มีอาหารคาว 3 อย่าง อาหารหวาน 2 อย่าง เครื่องดื่ม 3 อย่าง และผลไม้ 1 อย่าง ให้นักเรียนที่มาร่วมงาน เลือกอาหารคาว อาหารหวาน เครื่องดื่ม และผลไม้ ได้ชนิดละ 1 อย่าง ถ้าเด็กหญิงส้มแข่งได้ไปร่วมงานนี้ด้วย เด็กหญิงส้มแข่งจะมีวิธีเลือกอาหารได้ทั้งหมดกี่วิธี



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

1. ในงานเลี้ยงปีใหม่มีอาหารคาว 3 อย่าง อาหารหวาน 2 อย่าง เครื่องดื่ม 3 อย่าง และผลไม้ 1 อย่าง
2. เด็กหญิงส้มแข่งเลือกอาหารคาว อาหารหวาน เครื่องดื่ม และผลไม้ ได้ชนิดละ 1 อย่าง

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ เด็กหญิงส้มแข่งจะมีวิธีเลือกอาหารได้ทั้งหมดกี่วิธี

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกอาหารคาว เป็นอันดับ 1 เลือกอาหารหวานเป็นอันดับ 2 เลือกเครื่องดื่ม เป็นอันดับ 3 และเลือกผลไม้ เป็นอันดับ 4

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

ดังนั้น การเลือกอาหารของส้มแข่งนั้น จะเสร็จสิ้นสมบูรณ์ได้นั้น ต้องมี 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกอาหารคาวก่อน ในขั้นตอนนี้สามารถเลือกได้ 3 วิธี

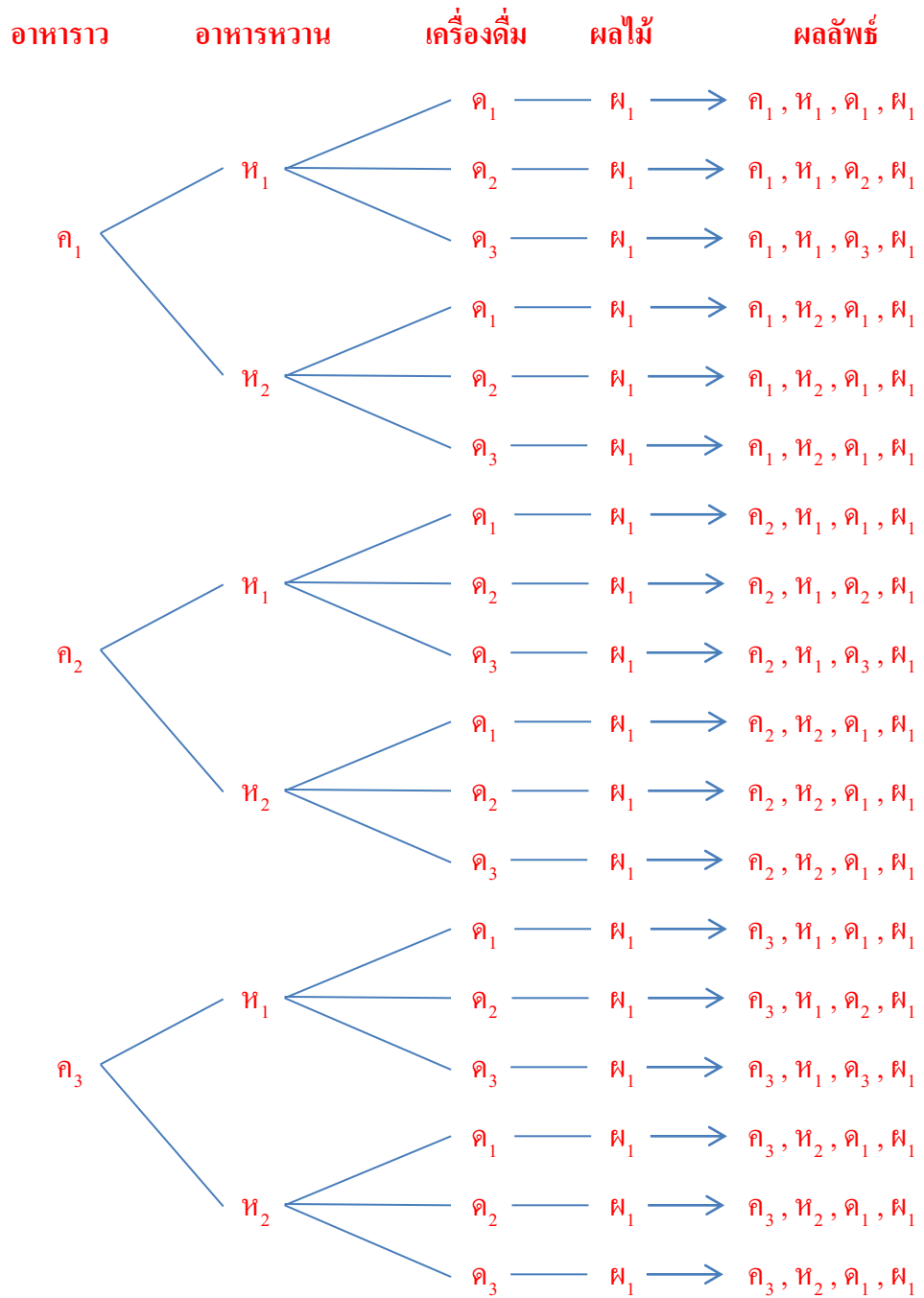
ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีที่เลือกอาหารคาวนั้น สามารถเลือกอาหารหวานได้อีก 2 วิธี

ขั้นตอนที่ 3 ในแต่ละวิธีที่เลือกอาหารคาวและอาหารหวานนั้น สามารถเลือกเครื่องดื่มได้อีก 3 วิธี

ขั้นตอนที่ 4 ในแต่ละวิธีที่เลือกอาหารคาว อาหารหวาน และเครื่องดื่ม นั้น สามารถเลือกผลไม้ได้อีก 1 วิธี

กำหนดให้ c_n หมายถึง อาหารคาวชนิดที่ n
 h_n หมายถึง อาหารหวานชนิดที่ n
 d_n หมายถึง เครื่องดื่มชนิดที่ n และ
 f_n หมายถึง ผลไม้ชนิดที่ n

ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้



จากแผนภาพต้นไม้ จะได้ว่า จำนวนวิธีทั้งหมดที่เด็กหญิงส้มแข็งจะมีวิธีเลือกอาหารได้ทั้งหมด 18 วิธี คือ $(ค_1, ห_1, ค_1, ผ_1), (ค_1, ห_1, ค_2, ผ_1), (ค_1, ห_1, ค_3, ผ_1), (ค_1, ห_2, ค_1, ผ_1), (ค_1, ห_2, ค_1, ผ_1), (ค_1, ห_2, ค_1, ผ_1), (ค_2, ห_1, ค_1, ผ_1), (ค_2, ห_1, ค_2, ผ_1), (ค_2, ห_1, ค_3, ผ_1), (ค_2, ห_2, ค_1, ผ_1), (ค_2, ห_2, ค_1, ผ_1), (ค_2, ห_2, ค_1, ผ_1), (ค_3, ห_1, ค_1, ผ_1), (ค_3, ห_1, ค_2, ผ_1), (ค_3, ห_1, ค_3, ผ_1), (ค_3, ห_2, ค_1, ผ_1), (ค_3, ห_2, ค_1, ผ_1), (ค_3, ห_2, ค_1, ผ_1)$

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงจำนวนวิธีทั้งหมดที่เด็กหญิงส้มแข็งจะมีวิธีเลือกอาหารได้ทั้งหมด เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. หาจำนวนขั้นตอนของการทำงาน ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ โดยเลือกอาหารหวาน เลือกอาหารหวาน เลือกเครื่องดื่ม และเลือกผลไม้
2. หาจำนวนวิธีของแต่ละขั้นตอน จะได้ว่า มีวิธีที่เลือกอาหารหวานได้ 3 วิธี เลือกอาหารหวานได้อีก 2 วิธี เลือกเครื่องดื่มได้ 3 วิธี และเลือกผลไม้ได้อีก 1 วิธี
3. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการจับคู่อาหารหวาน อาหารหวาน เครื่องดื่ม และผลไม้



3. ทีม A และ ทีม B แข่งขันป้องกัน โดยมีกติกาว่า ถ้าทีมใดชนะ 2 เกม ติดต่อกัน หรือชนะรวม 3 เกม (ไม่จำเป็นต้องเป็นเกมที่ติดต่อกัน) จะเป็นผู้ชนะในการแข่งขัน จะมีวิธีการแข่งขันทั้งหมดกี่วิธี



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ กติกาในการแข่งขันป้องกัน 'ได้แก่'

1. ถ้าทีมใดชนะ 2 เกม ติดต่อกัน หรือชนะรวม 3 เกม (ไม่จำเป็นต้องเป็นเกมที่ติดต่อกัน) จะเป็นผู้ชนะในการแข่งขัน

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวนวิธีการแข่งขันป้องกันระหว่างทีม A และ ทีม B มีทั้งหมดกี่วิธี

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยมีกติกาของการแข่งขันป้องกันครั้งนี้ว่า การแข่งขันจะยุติลง เมื่อมีทีมใดชนะ 2 เกม ติดต่อกัน หรือชนะรวม 3 เกม (ไม่จำเป็นต้องเป็นเกมที่ติดต่อกัน)

ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

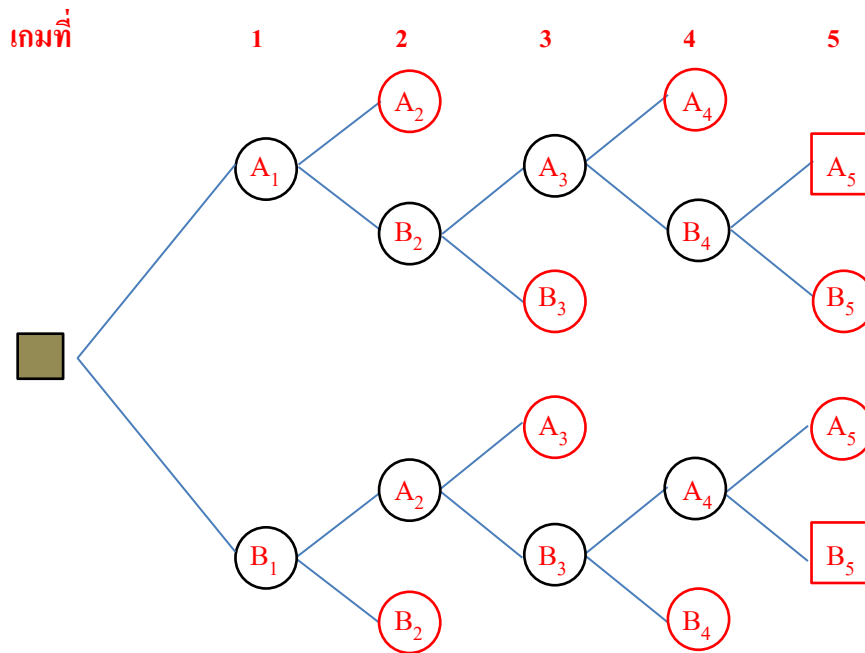
แทนการเลิกเล่น ยูติเกม เมื่อชนะติดต่อกัน 2 เกม

แทนการเลิกเล่น ยูติเกม เมื่อชนะรวมกัน 3 เกม

A_n แทน ทีม A เป็นผู้ชนะในเกมที่ n

B_n แทน ทีม B เป็นผู้ชนะในเกมที่ n

ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้



จากแผนภาพต้นไม้ สรุปได้ว่า วิธีการแข่งขันป้องกันระหว่างทีม A และ ทีม B ได้ทั้งหมด 10 วิธี คือ A_1A_2 , $A_1B_2A_3A_4$, $A_1B_2A_3B_4A_5$, $A_1B_2A_3B_4B_5$, $B_1A_2A_3$, $B_1A_2B_3A_4A_5$, $B_1A_2B_3A_4B_5$, $B_1A_2B_3B_4$, B_1B_2

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการแข่งขันป้องกันระหว่างทีม A และ ทีม B เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกไม่เป็นระเบียบ เพราะมีกิ่งเล็ก ๆ ที่มีจำนวนไม่เท่ากัน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. พิจารณากติกาในการแข่งขันป้องกันระหว่างทีม A และ ทีม B ซึ่งกติกา คือ ผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เซต หรือชนะรวมกัน 3 เซต เป็นผู้ชนะ
2. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงวิธีการแข่งขันป้องกันระหว่างทีม A และ ทีม B โดยถ้า ทีม A ชนะ เขียนอักษร A และโยงเส้นขึ้นด้านบน แต่ถ้าทีม A ชนะ เขียนอักษร B และโยงเส้นลงด้านล่าง
3. นับจำนวนกิ่งสุดท้ายของแต่ละกิ่ง

4. การโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง จะมีจำนวนวิธีการโยนได้ทั้งหมดกี่วิธี อะไรบ้าง
เมื่อมีกติกาว่า ถ้าโยนเหรียญแล้วครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หางายเป็นหน้าเดียวกันให้หยุดโยน
หรือครั้งที่ 2 และครั้งที่ 3 หางายเป็นหน้าเดียวกันให้หยุดโยน



แนวทางการหาคำตอบ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

1. การโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง
2. กติกาในการโยนเหรียญ ได้แก่ ถ้าโยนเหรียญแล้วครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หางายเป็นหน้าเดียวกันให้หยุดโยน หรือ ถ้าโยนเหรียญแล้วครั้งที่ 2 และครั้งที่ 3 หางายเป็นหน้าเดียวกันให้หยุดโยน

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวนวิธีการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง
ได้ทั้งหมดกี่วิธี

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ กติกาในการโยนเหรียญ
ได้แก่ โยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง ถ้าโยนเหรียญแล้วหน้าของเหรียญที่โยน
ได้ในครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หางายเป็นหน้าเดียวกัน คือ หัวทั้งสองเหรียญ หรือก้อย
ทั้งสองเหรียญ ให้หยุดโยน หรือถ้าโยนเหรียญแล้วหน้าของเหรียญที่โยนได้ในครั้งที่ 2
และครั้งที่ 3 หางายเป็นหน้าเดียวกัน คือ หัวทั้งสองเหรียญ หรือก้อยทั้งสองเหรียญ
ให้หยุดโยน

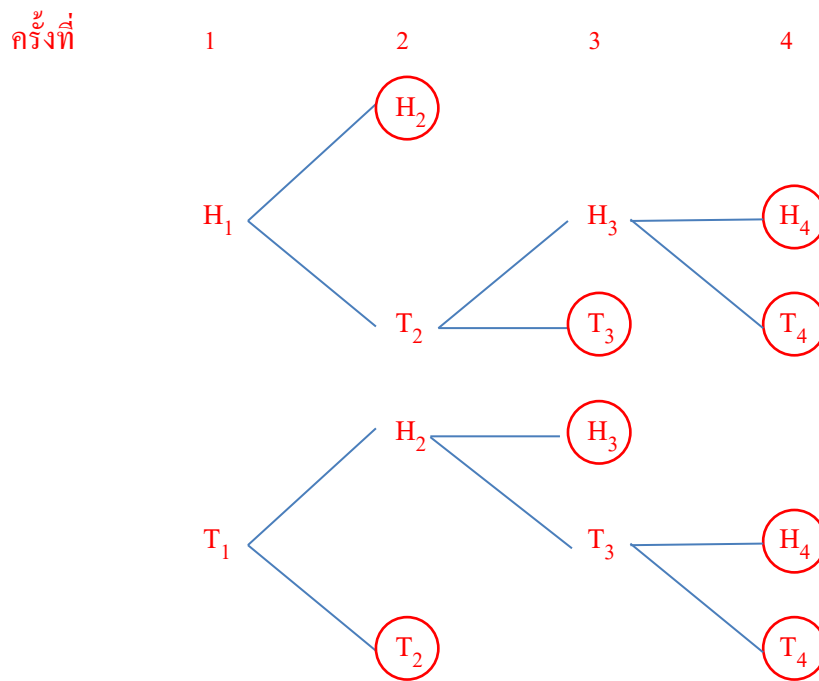
ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

กำหนดให้ H_n หมายถึง หน้าหัวในการโยนเหรียญครั้งที่ n

T_n หมายถึง หน้าก้อยในการโยนเหรียญครั้งที่ n และ

สัญลักษณ์ \bigcirc หมายถึง การหยุดโยนเหรียญ

ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้



จากแผนภาพต้นไม้ สรุปได้จำนวนวิธีของการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง
 ได้ทั้งหมด 8 วิธี คือ H_1H_2 , $H_1T_2H_3H_4$, $H_1T_2H_3T_4$, $H_1T_2T_3$, $T_1H_2H_3$, $T_1H_2T_3H_4$,
 $T_1H_2T_3T_4$, T_1T_2

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงจำนวนวิธีของการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง เป็นแผนภาพต้นไม้ ที่มีกิ่งแตกออกไม่เป็นระเบียบเพราะมีกิ่งเล็ก ๆ ที่มีจำนวนไม่เท่ากัน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. พิจารณาคิดาในการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง ซึ่งคิดาคือ ถ้าเล่นชนะจะได้คะแนน 1 ถ้าโยนเหรียญแล้วครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หางายเป็นหน้าเดียวกันให้หยุดโยน หรือ ถ้าโยนเหรียญแล้วครั้งที่ 2 และครั้งที่ 3 หางายเป็นหน้าเดียวกันให้หยุดโยนหรือโยนครบ 4 ครั้ง ให้หยุดโยน
2. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 4 ครั้ง เขียนตัวอักษร H เมื่อเหรียญหางหน้าหัว และเขียนตัวอักษร T เมื่อเหรียญหางหน้าก้อย
3. นับจำนวนกิ่งสุดท้ายของแต่ละกิ่ง



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่องแผนภาพต้นไม้

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน
2. ให้นักเรียนใช้แผนภาพต้นไม้ช่วยในการตอบคำถามข้อต่อไป

1. หมาก กับ ฅเดช แข่งขันหมากรุก โดยมีกติกาว่า ผู้ชนะคือผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม ตามกติกานี้ จะแข่งขันได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ การแข่งขันหมากรุก ระหว่างหมาก กับ ฅเดช โดยมีกติกาว่า ผู้ชนะคือผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ หมาก กับ ฅเดช จะแข่งขันได้ทั้งหมดกี่วิธี

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยมีกติกาของการแข่งขันหมากรุกครั้งนี้ว่า การแข่งขันจะยุติลงเมื่อ มีผู้ชนะที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม

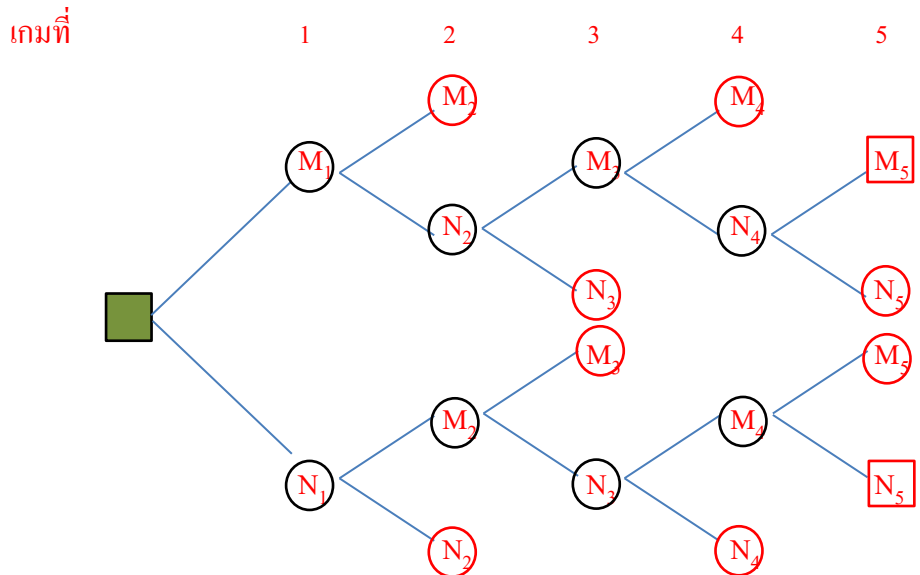
ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

○ แทนการเลิกเล่น ยุติเกม เมื่อชนะติดต่อกัน 2 เกม

□ แทนการเลิกเล่น ยุติเกม เมื่อชนะรวมกัน 3 เกม

M_n แทน หมากเป็นผู้ชนะในเกมที่ n

N_n แทน ฅเดชเป็นผู้ชนะในเกมที่ n



จากแผนภาพต้นไม้ สรุปได้ว่า หมาก กับ ฅเดช จะแข่งขันได้ทั้งหมด 10 วิธี
 คือ M_1M_2 , $M_1N_2M_3M_4$, $M_1N_2M_3N_4M_5$, $M_1N_2M_3N_4N_5$, $M_1N_2N_3$, $N_1M_2N_3$,
 $N_1M_2N_3M_4M_5$, $N_1M_2N_3M_4N_5$, $N_1M_2N_3N_4$, N_1N_2

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการแข่งขันหมากรุกระหว่างหมาก กับ ฅเดช เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกไม่เป็นระเบียบ เพราะมีกิ่งเล็ก ๆ ที่มีจำนวนไม่เท่ากัน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. พิจารณากติกาในการแข่งขันหมากรุกระหว่างหมาก กับ ฅเดช ซึ่งกติกา คือ ผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม เป็นผู้ชนะ
2. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการแข่งขันหมากรุกระหว่างหมาก กับ ฅเดช โดยถ้าหมากชนะ เขียนอักษร M และโยงเส้นขึ้นด้านบน แต่ถ้าฅเดชชนะ เขียนอักษร N และโยงเส้นลงด้านล่าง
3. นับจำนวนกิ่งสุดท้ายของแต่ละกิ่ง

2. นำเลขโดด 1 , 2 และ 3 มาสร้างให้เป็นจำนวนที่มี 2 หลัก และแต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้กี่จำนวน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 : K = What we **KNOW** (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

1. มีเลขโดด 1 , 2 , 3
2. สร้างเลข 2 หลัก
3. เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

ขั้นที่ 2 : W = What we **WANT** to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ สามารถสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักสิบ เป็นอันดับ 1 และหลักหน่วย เป็นอันดับ 2

ขั้นที่ 3 : D = What we **DO** to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

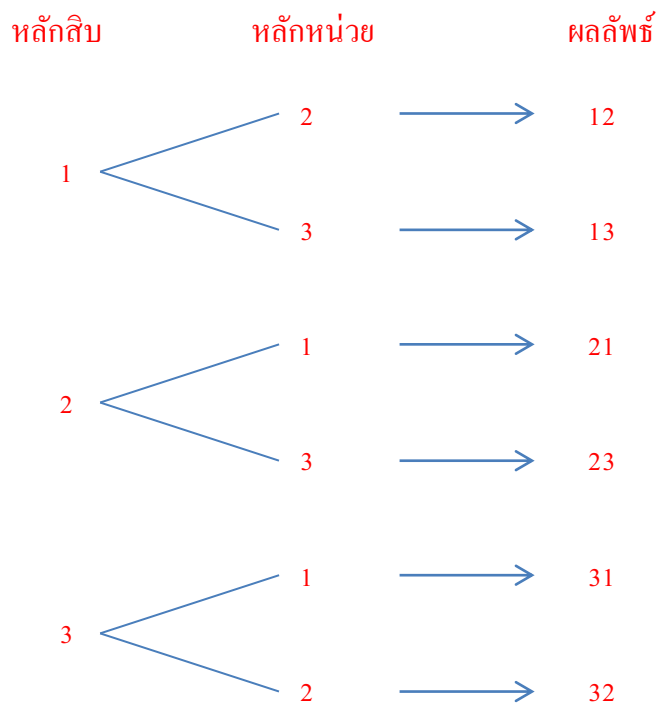
การสามารถสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน

จะเสร็จสิ้นสมบูรณ์ได้นั้น ต้องมี 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกตัวเลข 1 ตัว มาสร้างเป็นหลักสิบ ในขั้นตอนนี้สามารถเลือกได้ 3 วิธี คือ เลข 1 หรือ 2 หรือ 3

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีที่เลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักสิบ สามารถเลือกตัวเลขอีก 1 ตัว (ต้องไม่ใช่ตัวเลขที่นำไปสร้างเป็นหลักสิบแล้ว) มาสร้างเป็นหลักหน่วย ในขั้นตอนนี้ สามารถเลือกได้ 2 วิธี

ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้



จำนวนวิธีทั้งหมดที่สามารถสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ที่แตกต่างกันทั้งหมด คือ 6 วิธี คือ 12 , 13 , 21 , 23 , 31 , 32

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกัน เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. หาจำนวนขั้นตอนของการทำงาน ซึ่ง มี 2 ขั้นตอน คือ เลือกตัวเลขมาสร้างหลักสิบ และหลักหน่วย
2. หาจำนวนวิธีของแต่ละขั้นตอน จะได้ว่ามีวิธีที่เลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักสิบ ได้ 3 วิธี และเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักหน่วย ได้ 2 วิธี
3. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการจับคู่ของตัวเลขหลักสิบและหลักหน่วย

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

เรื่องแผนภาพต้นไม้

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน
2. ให้นักเรียนใช้แผนภาพต้นไม้ช่วยในการตอบคำถามข้อต่อไป

1. นำเลขโดด 1 , 2 และ 3 มาสร้างให้เป็นจำนวนที่มี 2 หลัก และแต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้กี่จำนวน

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 : K = What we **KNOW** (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ

1. มีเลขโดด 1 , 2 , 3
2. สร้างเลข 2 หลัก
3. เลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

ขั้นที่ 2 : W = What we **WANT** to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ สามารถสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักสิบ เป็นอันดับ 1 และหลักหน่วย เป็นอันดับ 2

ขั้นที่ 3 : D = What we **DO** to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

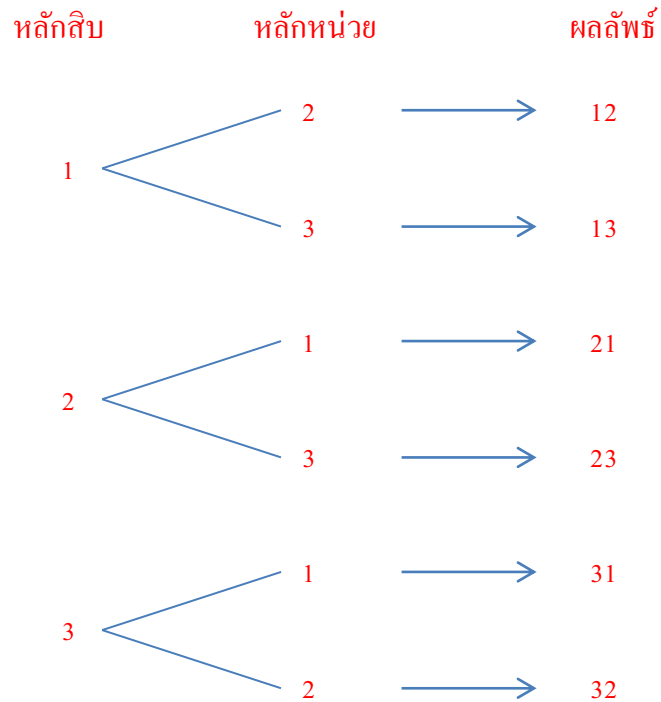
การสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน

จะเสร็จสิ้นสมบูรณ์ได้นั้น ต้องมี 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกตัวเลข 1 ตัว มาสร้างเป็นหลักสิบ ในขั้นตอนนี้สามารถเลือกได้ 3 วิธี คือ เลข 1 หรือ 2 หรือ 3

ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละวิธีที่เลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักสิบ สามารถเลือกตัวเลขอีก 1 ตัว (ต้องไม่ใช่ตัวเลขที่นำไปสร้างเป็นหลักสิบแล้ว) มาสร้างเป็นหลักหน่วย ในขั้นตอนนี้ สามารถเลือกได้ 2 วิธี

ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ ได้ดังนี้



จำนวนวิธีทั้งหมดที่สามารถสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ที่แตกต่างกันทั้งหมด คือ 6 วิธี คือ 12 , 13 , 21 , 23 , 31 , 32

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการสร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกัน เป็นแผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกเป็นระเบียบ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. หาจำนวนขั้นตอนของการทำงาน ซึ่ง มี 2 ขั้นตอน คือ เลือกตัวเลขมาสร้างหลักสิบ และหลักหน่วย
2. หาจำนวนวิธีของแต่ละขั้นตอน จะได้ว่ามีวิธีที่เลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักสิบ ได้ 3 วิธี และเลือกตัวเลขมาสร้างเป็นหลักหน่วย ได้ 2 วิธี
3. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการจับคู่ของตัวเลขหลักสิบและหลักหน่วย

2. หมาก กับ ฅเดช แข่งขันหมากรุก โดยมีกติกาว่า ผู้ชนะคือผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม ตามกติกานี้ จะแข่งขันได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 : K = What we KNOW (สิ่งที่โจทย์กำหนดให้)

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ การแข่งขันหมากรุก ระหว่างหมาก กับ ฅเดช โดยมีกติกาว่า ผู้ชนะคือผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม

ขั้นที่ 2 : W = What we WANT to know (สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ หมาก กับ ฅเดช จะแข่งขันได้ทั้งหมดกี่วิธี

แนวทางแก้ปัญหา คือ ใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบ โดยมีกติกาของการแข่งขันหมากรุกครั้งนี้ว่า การแข่งขันจะยุติลงเมื่อ มีผู้ชนะที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม

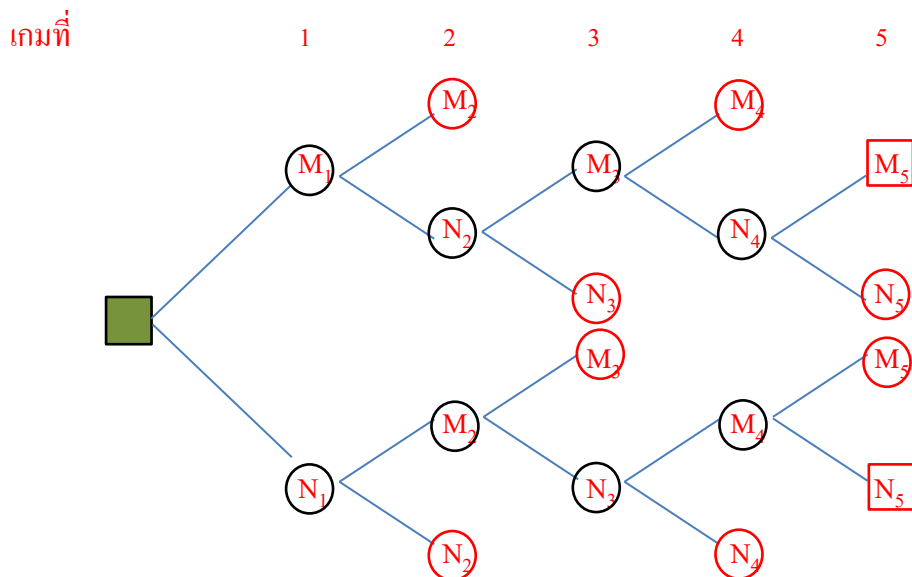
ขั้นที่ 3 : D = What we DO to find out (ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ)

○ แทนการเลิกเล่น ยุติเกม เมื่อชนะติดต่อกัน 2 เกม

□ แทนการเลิกเล่น ยุติเกม เมื่อชนะรวมกัน 3 เกม

M_n แทน หมากเป็นผู้ชนะในเกมที่ n

N_n แทน ฅเดชเป็นผู้ชนะในเกมที่ n



จากแผนภาพต้นไม้ สรุปได้ว่า หมาก กับ ฅเดช จะแข่งขันได้ทั้งหมด 10 วิธี
คือ M_1M_2 , $M_1N_2M_3M_4$, $M_1N_2M_3N_4M_5$, $M_1N_2M_3N_4N_5$, $M_1N_2N_3$, $N_1M_2N_3$,
 $N_1M_2N_3M_4M_5$, $N_1M_2N_3M_4N_5$, $N_1M_2N_3N_4$, N_1N_2

ขั้นที่ 4 : L = What we LEARNED (สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา)

การเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงการแข่งขันหมากรุกระหว่างหมาก กับ ฅเดช เป็น
แผนภาพต้นไม้ที่มีกิ่งแตกออกไม่เป็นระเบียบ เพราะมีกิ่งเล็ก ๆ ที่มีจำนวนไม่เท่ากัน ซึ่งมี
ขั้นตอนดังนี้

1. พิจารณาดูกาในการแข่งขันหมากรุกระหว่างหมาก กับ ฅเดช ซึ่งกติกา คือ
ผู้ที่ชนะติดต่อกัน 2 เกม หรือชนะรวมกัน 3 เกม เป็นผู้ชนะ
2. เขียนแผนภาพต้นไม้ แสดงการแข่งขันหมากรุกระหว่างหมาก กับ ฅเดช
โดยถ้าหมากชนะ เขียนอักษร M และโยงเส้นขึ้นด้านบน แต่ถ้าฅเดชชนะ
เขียนอักษร N และโยงเส้นลงด้านล่าง
3. นับจำนวนกิ่งสุดท้ายของแต่ละกิ่ง