

## ภาคผนวก

### เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 4.1.1

#### เรื่อง สมบัติการถ่ายทอด

**คำสั่ง** ให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนี้เป็นกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ (Expert group) ร่วมกันศึกษาเนื้อหาในบัตรกิจกรรมและระดมความคิดหาคำตอบ เพื่อนำไปอธิบายความรู้ที่ได้ให้เพื่อนกลุ่มบ้าน (Home group) เข้าใจ

#### สมบัติการถ่ายทอด

ถ้า  $a > b$  และ  $b > c$  แล้ว  $a > c$

#### ตัวอย่าง

- 1) ถ้า  $c > d$  และ  $d > e$  แล้ว  $c > d$
- 2) ถ้า  $3a > b$  และ  $b > e$  แล้ว  $3a > e$
- 3) ถ้า  $12 > x$  และ  $x > y$  แล้ว  $12 > y$

\*\*\*\*\*

**คำชี้แจง** จงใช้สมบัติการถ่ายทอดเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้

- 1) ถ้า  $x > y$  และ  $y > z$  แล้ว  $x > z$
- 2) ถ้า  $p > 3$  และ  $3 > r$  แล้ว  $p > r$
- 3) ถ้า  $k > -5m$  และ  $-5m > n$  แล้ว  $k > n$
- 4) ถ้า  $d^2 > 1$  และ  $1 > f$  แล้ว  $d^2 > f$
- 5) ถ้า  $s > -2$  และ  $-2 > -7$  แล้ว  $s > -7$

#### สรุป

ถ้า  $a > b$  และ  $b > c$  แล้ว  $a > c$

## เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 4.1.2

เรื่อง สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน  
จำนวนบวกและจำนวนลบเปรียบเทียบกับศูนย์

**คำสั่ง** ให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนี้เป็นกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ (Expert group) ร่วมกันศึกษาเนื้อหาในบัตรกิจกรรมและระดมความคิดหาคำตอบ เพื่อนำไปอธิบายความรู้ที่ได้ให้เพื่อนกลุ่มบ้าน (Home group) เข้าใจ

## สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน

$$\text{ถ้า } a > b \text{ แล้ว } a + c > b + c$$

## จำนวนบวกและจำนวนลบเปรียบเทียบกับศูนย์

$$a \text{ เป็นจำนวนบวก ก็ต่อเมื่อ } a > 0$$

$$a \text{ เป็นจำนวนลบ ก็ต่อเมื่อ } a < 0$$

\*\*\*\*\*

**คำชี้แจง** จงใช้สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากันเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้

- 1 ถ้า  $x > y$  แล้ว  $x + z > \dots y + z \dots$
- 2 ถ้า  $p > 6$  แล้ว  $\dots p + r \dots > 6 + r$
- 3 ถ้า  $k > 4m$  แล้ว  $k + n > \dots 4m + n \dots$
- 4 ถ้า  $\dots d - 7 \dots > e$  แล้ว  $d - 7 + 7 > e + 7$
- 5 ถ้า  $t - 1 > \sqrt{5}$  แล้ว  $\dots t - 1 + 1 \dots > \sqrt{5} + 1$

สรุป

$$\text{ถ้า } \dots a > b \dots \text{ แล้ว } a + c > b + c$$

### เฉลยบัติกรกิจกรรมที่ 4.1.3

#### เรื่อง สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากันที่ไม่เป็นศูนย์

**คำสั่ง** ให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนี้เป็นกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ (Expert group) ร่วมกันศึกษาเนื้อหาในบัติกรกิจกรรมและระดมความคิดหาคำตอบ เพื่อนำไปอธิบายความรู้ที่ได้ให้เพื่อนกลุ่มบ้าน (Home group) เข้าใจ

#### สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากันที่ไม่เป็นศูนย์

กรณี 1 ถ้า  $a > b$  และ  $c > 0$  แล้ว  $ac > bc$

กรณี 2 ถ้า  $a > b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $ac < bc$

#### ตัวอย่าง

1) ถ้า  $5 > 2$  และ  $3 > 0$  แล้ว  $5(3) > 2(3)$

2) ถ้า  $1 > -4$  และ  $-2 < 0$  แล้ว  $1(-2) < (-4)(-2)$

\*\*\*\*\*

**คำชี้แจง** จงใช้สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากันที่ไม่เป็นศูนย์เติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้

1) ถ้า  $x > y$  และ  $4 > 0$  แล้ว  $4x > \underline{4y}$

2) ถ้า  $p > r$  และ  $-1 < 0$  แล้ว  $p(-1) < \underline{r(-1)}$

3) ถ้า  $-\frac{m}{2} > 20$  แล้ว  $(-\frac{m}{2})(-2) \underline{<} (20)(-2)$

4) ถ้า  $c > 5$  แล้ว  $\underline{c(-1)} < (5)(-1)$

5) ถ้า  $u > s$  แล้ว  $\underline{3u} > 3s$

#### สรุป

กรณี 1 ถ้า  $a > b$  และ  $\underline{c > 0}$  แล้ว  $ac > bc$

กรณี 2 ถ้า  $a > b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $\underline{ac < bc}$

### เฉลยบัติกรกิจกรรมที่ 4.1.4

#### เรื่อง สมบัติการตัดออกสำหรับการบวก

**คำสั่ง** ให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนี้เป็นกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ (Expert group) ร่วมกันศึกษาเนื้อหาในบัติกรกิจกรรมและระดมความคิดหาคำตอบ เพื่อนำไปอธิบายความรู้ที่ได้ให้เพื่อนกลุ่มบ้าน (Home group) เข้าใจ

#### สมบัติการตัดออกสำหรับการบวก

ถ้า  $a + c > b + c$  แล้ว  $a > b$

#### ตัวอย่าง

- 1) ถ้า  $b + d > c + d$  แล้ว  $b > c$
- 2) ถ้า  $p + 5 > q + 5$  แล้ว  $p > q$
- 3) ถ้า  $n + 1 > 10$  แล้ว  $n > 9$

\*\*\*\*\*

**คำชี้แจง** จงใช้สมบัติการตัดออกสำหรับการบวกเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้

- 1) ถ้า  $x + 2 > y + 2$  แล้ว  $x > y$
- 2) ถ้า  $r + 7 > 17$  แล้ว  $r > 10$
- 3) ถ้า  $n + 3 > -1$  แล้ว  $n > -4$
- 4) ถ้า  $5 > e + 5$  แล้ว  $0 > e$
- 5) ถ้า  $8 > t + 6$  แล้ว  $2 > t$

#### สรุป

ถ้า  $a + c > b + c$  แล้ว  $a > b$

### เฉลยบัติกรกิจกรรมที่ 4.1.5

#### เรื่อง สมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ

**คำสั่ง** ให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนี้เป็นกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ (Expert group) ร่วมกันศึกษาเนื้อหาในบัติกรกิจกรรมและระดมความคิดหาคำตอบ เพื่อนำไปอธิบายความรู้ที่ได้ให้เพื่อนกลุ่มบ้าน (Home group) เข้าใจ

#### สมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ

กรณี 1 ถ้า  $ac > bc$  และ  $c > 0$  แล้ว  $a > b$

กรณี 2 ถ้า  $ac > bc$  และ  $c < 0$  แล้ว  $a < b$

#### ตัวอย่าง

1) ถ้า  $3d > 15$  และ  $3 > 0$  แล้ว  $d > 5$

2) ถ้า  $-4p > 24$  และ  $-4 < 0$  แล้ว  $p < -6$

\*\*\*\*\*

**คำชี้แจง** จงใช้สมบัติการตัดออกสำหรับการคูณเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างต่อไปนี้

1) ถ้า  $9x > 27y$  และ  $9 > 0$  แล้ว  $x > \underline{3y}$

2) ถ้า  $-2r > 4t$  และ  $-2 < 0$  แล้ว  $r < \underline{-2t}$

3) ถ้า  $6b > 18$  แล้ว  $\underline{b} > 3$

4) ถ้า  $-11c > 44$  แล้ว  $c \underline{<} -4$

5) ถ้า  $-w > 25$  แล้ว  $w \underline{<} -25$

#### สรุป

กรณี 1 ถ้า  $ac > bc$  และ  $c > 0$  แล้ว  $\underline{a > b}$

กรณี 2 ถ้า  $ac > bc$  และ  $c < 0$  แล้ว  $\underline{a < b}$

### เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 4.1.6

**จุดประสงค์การเรียนรู้** นักเรียนสามารถนำสมบัติการไม่เท่ากันไปใช้ได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระดมความคิดในการทำกิจกรรมนี้

**คำชี้แจง** กิจกรรมนี้มี 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน

จงบอกสมบัติของการไม่เท่ากัน เมื่อตัวแปรเป็นจำนวนจริงใดๆ

- |  |   |
|--|---|
| 1 ถ้า $x < 3$ แล้ว $4x < 12$               | สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากันที่ไม่เป็นศูนย์ |
| 2 ถ้า $r > 7$ แล้ว $r + 1 > 7 + 1$         | สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน                |
| 3 ถ้า $-2p > 0$ แล้ว $p < 0$               | สมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ                 |
| 4 ถ้า $y < 5$ และ $5 < x$ แล้ว $y < x$     | สมบัติการถ่ายทอด                            |
| 5 ถ้า $-a < -2$ แล้ว $a > 2$               | สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากันที่ไม่เป็นศูนย์ |
| 6 ถ้า $k + 10 > 5$ แล้ว $k > -5$           | สมบัติการตัดออกสำหรับการบวก                 |
| 7 ถ้า $c > -1$ และ $-1 > e$ แล้ว $c > e$   | สมบัติการถ่ายทอด                            |
| 8 ถ้า $d - 2 < 0$ แล้ว $d - 2 + 2 < 0 + 2$ | สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน                |
| 9 ถ้า $-\frac{h}{2} < -6$ แล้ว $h > 12$    | สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากันที่ไม่เป็นศูนย์ |
| 10 ถ้า $-3b > 3$ แล้ว $b < -1$             | สมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ                 |

### เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 4.1.1

**จุดประสงค์การเรียนรู้** นักเรียนสามารถนำสมบัติการไม่เท่ากันไปใช้ได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนนี้เป็นรายบุคคล

**คำชี้แจง** แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนนี้มี 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน

จงทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่เป็นจริง และทำเครื่องหมาย × หน้าข้อความที่เป็นเท็จ

✓ 1 ถ้า  $x < 0$  แล้ว  $-5x > 0$

× 2 ถ้า  $x > y$  แล้ว  $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$

× 3 ถ้า  $(w - x)(x - y)(y - z) > 0$  แล้ว  $w > x > y > z$

✓ 4 ถ้า  $x < y < z$  แล้ว  $x^5 < y^5 < z^5$

× 5 ถ้า  $x < y$  แล้ว  $x^2 < y^2$

× 6 ถ้า  $x < y < z$  แล้ว  $xy < yz$

✓ 7 ถ้า  $x > 0, y > 0$  และ  $x \neq y$  แล้ว  $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$

✓ 8 ถ้า  $x > 0, y > 0$  และ  $x \neq y$  แล้ว  $\frac{y}{x^2} + \frac{x}{y^2} > \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

✓ 9 ถ้า  $x > y$  แล้ว  $x > \frac{x+y}{2} > y$

× 10 ถ้า  $x < y$  และ  $n \in \mathbb{N}$  แล้ว  $x^n < y^n$



## เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 4.1.2

**จุดประสงค์การเรียนรู้** นักเรียนสามารถนำสมบัติการไม่เท่ากันไปใช้ได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนนี้เป็นรายบุคคล

**คำชี้แจง** แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนนี้มี 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน

จงเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยใช้สมบัติการไม่เท่ากัน

1 ถ้า  $5 > 3$  และ  $3 > 1$  แล้ว .....  $5 > 1$  .....

2 ถ้า  $11 + 6 > 4 + 6$  แล้ว .....  $11 > 4$  .....

3 ถ้า  $2 < 7$  แล้ว  $2(-5)$  .....  $>$  .....  $7(-5)$

4 ถ้า  $21 > 9$  แล้ว  $21 \times 3 >$  .....  $9 \times 3$  .....

5 ถ้า  $-3 < 1$  แล้ว  $-3 + 2 <$  .....  $1 + 2$  .....

6 ถ้า  $12 + (-2) < 15 + (-2)$  แล้ว .....  $12 < 15$  .....

7 ถ้า  $-3 < -1$  และ  $-1 < 0$  แล้ว .....  $-3 < 0$  .....

8 ถ้า  $6 \times 7 > 4 \times 7$  และ  $7 > 0$  แล้ว .....  $6 > 4$  .....

9 ถ้า  $18(-3) > 20(-3)$  และ  $-3 < 0$  แล้ว .....  $18 < 20$  .....

10 ถ้า  $8 > 2$  แล้ว  $8 + 5 >$  .....  $2 + 5$  .....

### เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 4.1.3

**จุดประสงค์การเรียนรู้** นักเรียนสามารถนำสมบัติการไม่เท่ากันไปใช้ได้

**คำสั่ง** ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนนี้เป็นรายบุคคล

**คำชี้แจง** แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนนี้มี 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 10 คะแนน

จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้

1) ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x < 0$  แล้ว  $-x > 0$

**พิสูจน์** ให้  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x < 0$

จาก  $x < 0$

นำ  $(-1)$  คูณทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้  $x(-1) > 0(-1)$

$-x > 0$

นั่นคือ ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x < 0$  แล้ว  $-x > 0$

2) ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x > y$  แล้ว  $-x < -y$

**พิสูจน์** ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x > y$

จาก  $x > y$

นำ  $(-1)$  คูณทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้  $(-1)x < (-1)y$

$-x < -y$

นั่นคือ ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x > y$  แล้ว  $-x < -y$

3) ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x > y$  แล้ว  $x - y > 0$

**พิสูจน์** ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x > y$

จาก  $x > y$

นำ  $(-y)$  มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้  $x + (-y) > y + (-y)$

$$x - y > 0$$

นั่นคือ ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x > y$  แล้ว  $x - y > 0$

4) ถ้า  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x < 0$  และ  $y > 0$  แล้ว  $xy < 0$

**พิสูจน์** ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $x < 0$  และ  $y > 0$

จาก  $y > 0$

นำ  $x$  ที่  $x < 0$  คูณทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้  $xy < x(0)$

$$xy < 0$$

นั่นคือ ถ้า  $x < 0$  และ  $y > 0$  แล้ว  $xy < 0$

5) ถ้า  $w, x, y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ และ  $w > x$  และ  $y > z$  แล้ว  $wy > xz$

**พิสูจน์** ให้  $w, x, y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ และ  $w > x$  และ  $y > z$

จาก  $w > x$

นำ  $y$  มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้  $wy > xy$  ①

จาก  $y > z$

นำ  $x$  มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ

จะได้  $xy > xz$  ②

จากอสมการ ①, ②

จะได้  $wy > xz$

นั่นคือ ถ้า  $w, x, y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ และ  $w > x$  และ  $y > z$  แล้ว  $wy > xz$

เฉลยแบบทดสอบย่อย Quiz

4.1

1. 1                      2. 4                      3. 3                      4. 2                      5. 1

เฉลยแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่

4

1. 3                      2. 1                      3. 4                      4. 4                      5. 3  
6. 2                      7. 2                      8. 3                      9. 1                      10. 4