



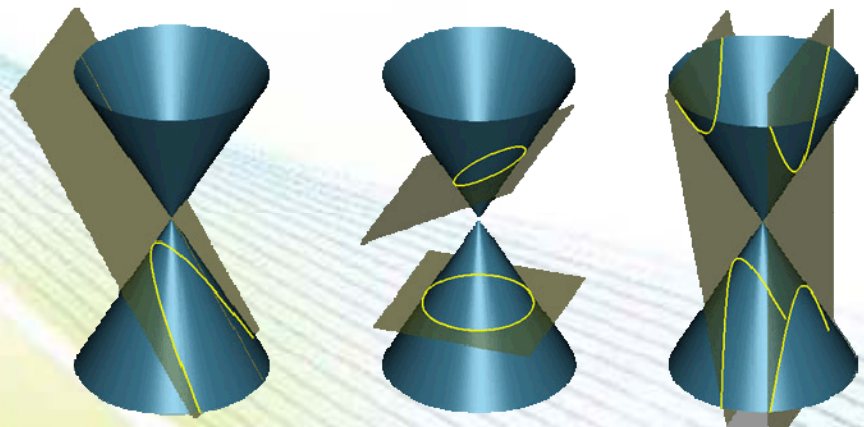
แบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วย โปรแกรม GeoGebra

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคตัดกรวย
(Conic Section)

เล่มที่ 1

เรื่อง สมการวงกลมรูปแบบมาตรฐาน



ทิพย์สุดา น้อยนาง

ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

โรงเรียนโคกก่อพิทยาคม อ.เมือง จ.มหาสารคาม

สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดมหาสารคาม

กลุ่มที่

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

คำนำ

แบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วยโปรแกรม GeoGebra รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนา ศักยภาพการเรียนรู้ของนักเรียน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นนวัตกรรมสำหรับครูนำไปใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนให้กิจกรรมการเรียนรู้มี ประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยแบ่งออกเป็น 9 เล่ม ดังนี้

- เล่มที่ 1 เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน
- เล่มที่ 2 เรื่อง สมการวงกลมรูปทั่วไป
- เล่มที่ 3 เรื่อง สมการเส้นสัมผัสวงกลม
- เล่มที่ 4 เรื่อง สมการพาราโบลารูปมาตรฐาน
- เล่มที่ 5 เรื่อง สมการพาราโบลารูปทั่วไป
- เล่มที่ 6 เรื่อง สมการวงรีรูปมาตรฐาน
- เล่มที่ 7 เรื่อง สมการวงรีในรูปทั่วไป
- เล่มที่ 8 เรื่อง สมการไฮเพอร์โบลารูปมาตรฐาน
- เล่มที่ 9 เรื่อง สมการไฮเพอร์โบลารูปทั่วไป

แบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วยโปรแกรม GeoGebra รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มนี้ เป็นแบบฝึกทักษะ **เล่มที่ 1 เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน** ประกอบด้วย แบบทดสอบก่อนเรียน ใบความรู้ แบบปฏิบัติการเรียนรู้ และแบบทดสอบหลังเรียน นักเรียนสามารถทำแบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้ได้ทั้งในชั่วโมงเรียน เวลาว่าง หรือนำไปฝึกที่บ้าน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และทราบการพัฒนาของตนเองได้ทันที

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อผู้นำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 เรื่อง ภาคตัดกรวย ต่อไป

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำแนะนำการใช้แบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย	1
สาระสำคัญ	2
ผลการเรียนรู้	2
จุดประสงค์การเรียนรู้	2
แบบทดสอบก่อนเรียน	4
ใบความรู้ สมการวงกลมรูปแบบมาตรฐาน	7
ปฏิบัติการเรียนรู้ ที่ 1.1	14
ปฏิบัติการเรียนรู้ ที่ 1.2	15
ปฏิบัติการเรียนรู้ ที่ 1.3	20
แบบทดสอบหลังเรียน	24
บรรณานุกรม	27
ภาคผนวก	28
เฉลยคำตอบ แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน	29
เฉลยแบบปฏิบัติการเรียนรู้ ที่ 1.1	30
เฉลยแบบปฏิบัติการเรียนรู้ ที่ 1.2	31
เฉลยแบบปฏิบัติการเรียนรู้ ที่ 1.3	34
ตารางบันทึกคะแนน	37

คำแนะนำการใช้แบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วยโปรแกรม

GeoGebra

เอกสารเล่มนี้เป็นเอกสารที่ใช้ประกอบการเรียนที่นักเรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง ให้นักเรียนอ่านคำแนะนำ และทำตามแต่ละขั้นตอนตั้งแต่ต้นจนจบ นักเรียนจะได้รับความรู้ อย่างครบถ้วนโดยปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้ทราบว่า เมื่อเรียนรู้จบเล่มนี้แล้ว นักเรียนจะต้องรู้อะไรบ้าง
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน แล้วตรวจคำตอบที่เฉลยไว้เพื่อให้รู้ว่ามีพื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องที่จะศึกษามากน้อยเพียงใด
3. ศึกษาใบความรู้ เรื่อง สมการของวงกลมรูปมาตรฐาน
4. ทำปฏิบัติการเรียนรู้ ที่ 1.1 – 1.3 ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ตามชื่อไฟล์ที่แนะนำ
5. ทำแบบทดสอบหลังเรียน แล้วตรวจคำตอบที่เฉลยไว้เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจอีกครั้งหนึ่ง
6. นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง ไม่เปิดดูผลเฉลยก่อนทำแบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้

แบบฝึกปฏิบัติการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วยโปรแกรม GeoGebra

สาระสำคัญ

นิยามเชิงเรขาคณิตของวงกลม

วงกลม (Circle) คือเซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุดๆหนึ่งตั้งตรงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว จุดที่ตั้งตรงอยู่กับที่นี้เรียกว่า **จุดศูนย์กลาง** (center) ของวงกลม และระยะทางคงตัวดังกล่าวเรียกว่า **รัศมี** (radius) ของวงกลม

สมการวงกลมรูปมาตรฐานซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ รัศมียาว r หน่วย คือ

$$x^2 + y^2 = r^2$$

สมการวงกลมรูปมาตรฐานซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k) รัศมียาว r หน่วย คือ

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

ผลการเรียนรู้

เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวยเมื่อกำหนดส่วนต่างๆของภาคตัดกรวยให้ และเขียน กราฟของความสัมพันธ์นั้นได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนสมการสมวงกลมรูปมาตรฐาน และ รัศมียาว r หน่วย เมื่อกำหนดส่วนต่างๆของวงกลมให้ได้
2. เขียนกราฟและหาส่วนประกอบต่างๆของวงกลมรูปมาตรฐาน และ รัศมียาว r หน่วยได้



ก่อนทำแบบฝึกทักษะ
เรามาลองทำแบบทดสอบ
ก่อนเรียนกันก่อนนะจ๊ะ

แบบทดสอบก่อนเรียน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 คะแนนเต็ม 20 คะแนน
เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุด

1. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ และรัศมียาว 5 หน่วยเท่ากับข้อใด

ก. $x^2 + y^2 = 5$

ข. $x^2 + y^2 = 25$

ค. $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$

ง. $x^2 + y^2 = \sqrt{25}$

2. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(1,1)$ และรัศมียาว 3 หน่วยเท่ากับข้อใด

ก. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$

ข. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$

ค. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 3$

ง. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 3$

3. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(1,-3)$ และรัศมียาว 4 หน่วยเท่ากับข้อใด

ก. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$

ข. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$

ค. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$

ง. $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 16$

4. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(4,2)$ และมีแกน x เป็นเส้นสัมผัสเท่ากับข้อใด

ก. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$

ข. $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 4$

ค. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 2$

ง. $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 2$

5. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(2,1)$ และผ่านจุด $(2,4)$ เท่ากับข้อใด

ก. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 3$

ข. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$

ค. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$

ง. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

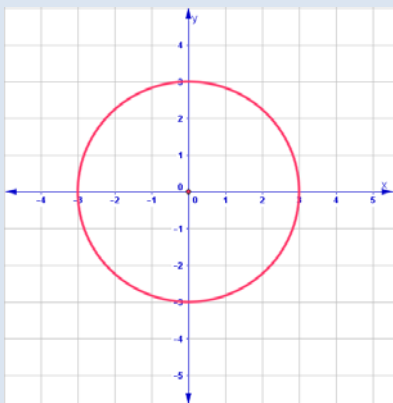
6. สมการวงกลมที่มีจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางเป็น $(4,1)$ และ $(2,1)$ เท่ากับข้อใด

ก. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$

ข. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$

ค. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$

ง. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 9$



7.

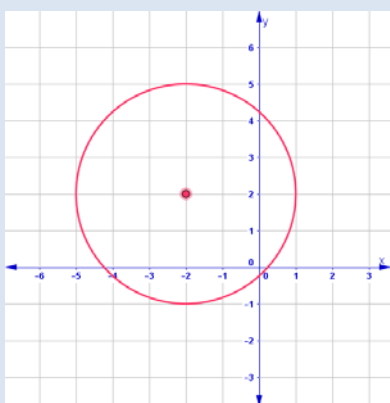
จากกราฟข้างต้นเป็นกราฟของสมการในข้อใด

ก. $x^2 + y^2 = 3$

ข. $x^2 + y^2 = 6$

ค. $x^2 + y^2 = 9$

ง. $x^2 + y^2 = 12$



8.

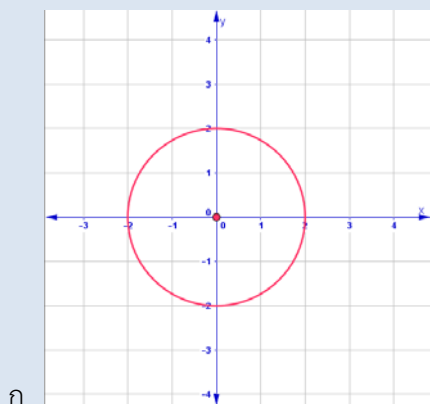
จากกราฟข้างต้นเป็นกราฟของสมการในข้อใด

ก. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$

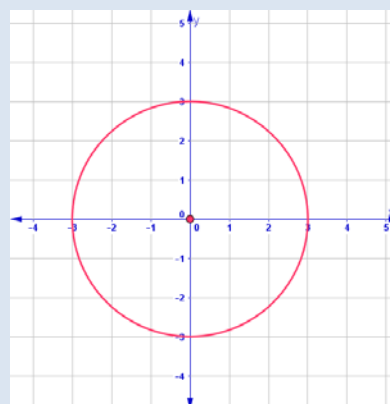
ข. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$

ค. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 9$

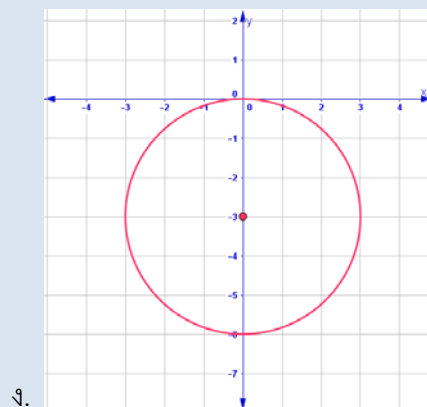
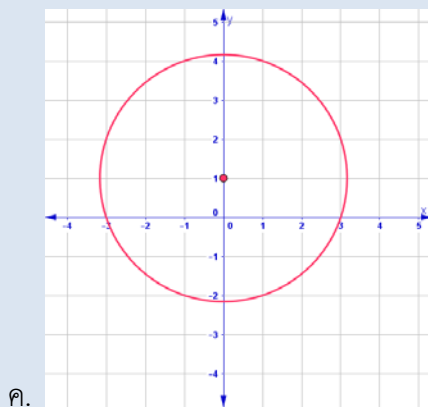
ง. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 9$

9. กราฟในข้อใด คือกราฟของสมการวงกลม $x^2 + y^2 = 9$ 

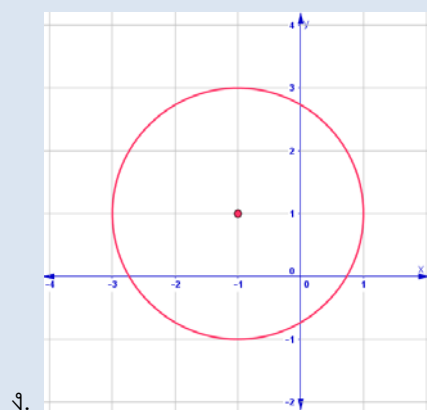
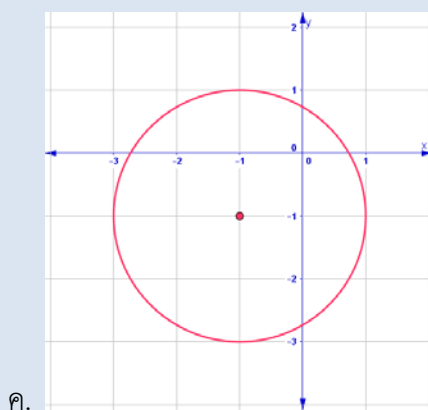
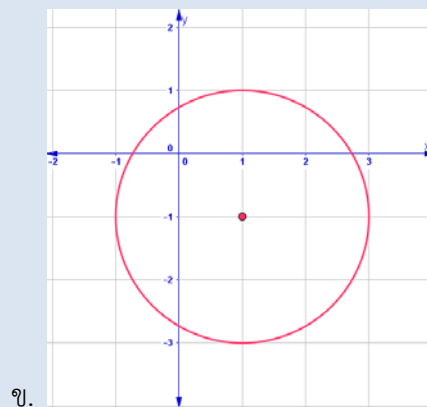
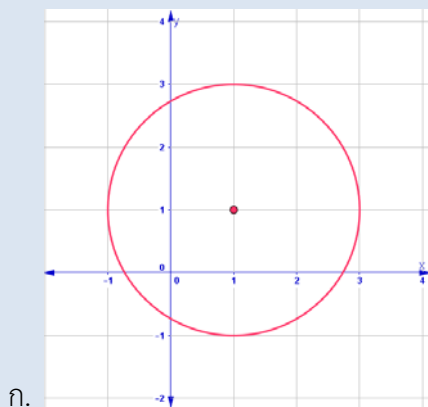
ก.



ข.



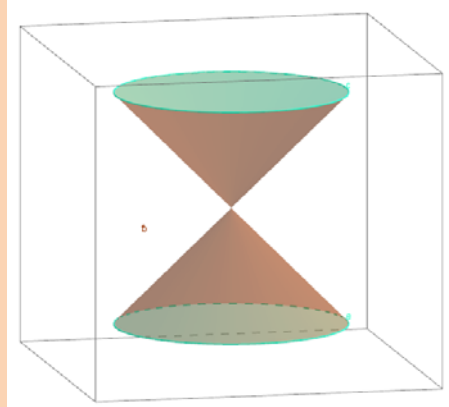
10. กราฟในข้อใด คือกราฟของสมการวงกลม $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$



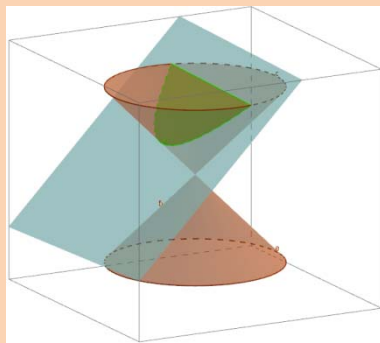
ใบความรู้ เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

ภาคตัดกรวย

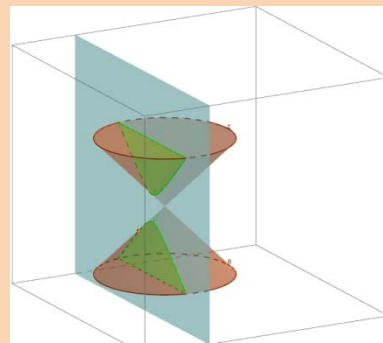
กรวยเป็นรูปทรงทางเรขาคณิต มีลักษณะดังรูป



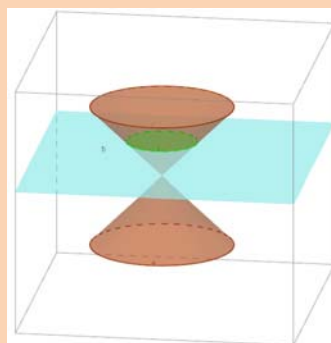
เมื่อใช้ระนาบตัดกรวยโดยไม่ผ่านจุดยอดของกรวยจะได้เส้นโค้งลักษณะต่างๆดังรูป



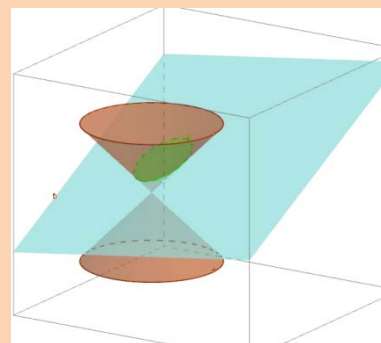
พาราโบลา



ไฮเพอร์โบลา



วงกลม



วงรี

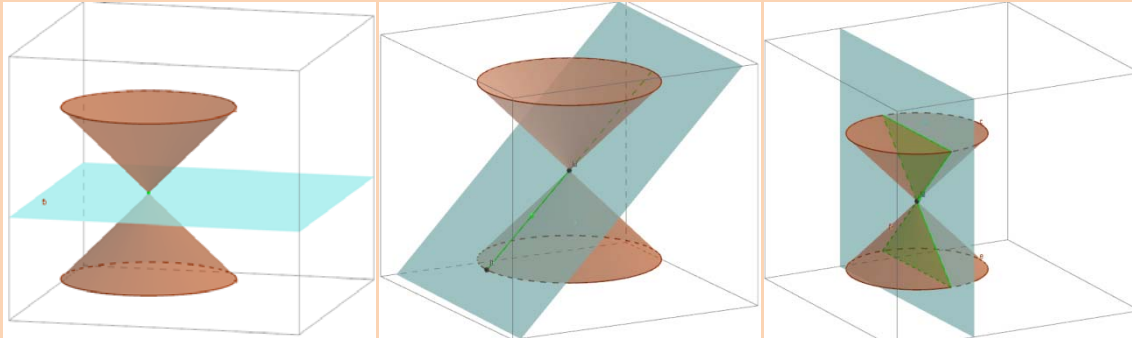
เมื่อระนาบตั้งฉากกับแกนของกรวยทำให้ระนาบตัดกรวยได้เพียงข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยเรียกว่า

วงกลม

เมื่อระนาบไม่ตั้งฉากกับแกนของกรวยแต่ทำมุมแหลมกับแกนของกรวยระนาบจะตัดได้ข้างเดียวได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า **วงรี**

เมื่อระนาบขนานกับเส้นประกอบกรวยเส้นใดเส้นหนึ่ง ระนาบจะตัดกรวยข้างเดียว ได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า **พาราโบลา**

เมื่อระนาบขนานกับแกนของกรวยระนาบจะตัดกรวยสองข้างได้ภาคตัดกรวยที่เรียกว่า **ไฮเพอร์โบลา** แต่ถ้าระนาบผ่านจุดยอดของกรวยรอยตัดกับระนาบของกรวยจะเป็นลักษณะดังรูป

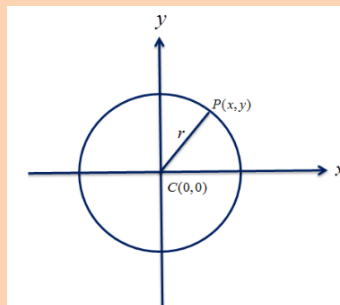


วงกลม

ในชีวิตประจำวันเครื่องใช้ต่างๆจะมีลักษณะเป็นวงกลมเช่นล้อรถ ห่วงยาง และเงินเหรียญ แก้วน้ำเป็นต้น

สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

วงกลม คือ (Circle) คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเป็นระยะคงที่เสมอ จุดคงที่เรียกว่า “จุดศูนย์กลางของวงกลม” และระยะคงที่เรียกว่า “รัศมีของวงกลม”



สมการวงกลมรูปแบบมาตรฐานที่จุดศูนย์กลาง (0,0) กำหนดให้ P(x, y) เป็นจุดใดๆบนวงกลม จากรูป

$$CP = r$$

เนื่องจาก

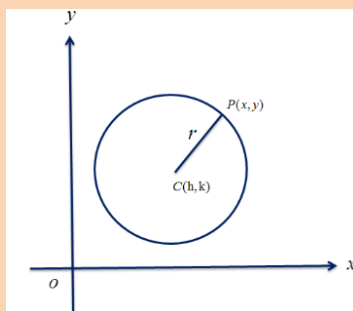
$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = CP$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้ $x^2 + y^2 = r^2$

สมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) และรัศมียาว r หน่วย คือ

$$x^2 + y^2 = r^2$$



สมการวงกลมรูปแบบมาตรฐานที่มีจุดศูนย์กลาง (h, k) กำหนดให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนวงกลม จากรูป

$$CP = r$$

เนื่องจาก

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = CP$$

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

สมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และรัศมียาว r หน่วย คือ

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

ตัวอย่างที่ 1 จากสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นสมการวงกลมหรือไม่

1) $x^2 + y^2 = 4$

2) $x^2 + y^2 = -9$

3) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0$

วิธีทำ 1) จากรูปมาตรฐานของสมการวงกลม $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้ว่า $x^2 + y^2 = 2^2$

ดังนั้น เป็นสมการวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ รัศมีเท่ากับ 2

นั่นคือ $x^2 + y^2 = 4$ เป็นสมการวงกลม

2) จากรูปมาตรฐานของสมการวงกลม $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้ว่า $x^2 + y^2 = -9$

ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสองแล้วบวกกันเป็นจำนวนลบ

จึง ไม่มีจุดศูนย์กลางและรัศมี

นั่นคือ $x^2 + y^2 = -9$ ไม่เป็นสมการวงกลม

3) จากรูปมาตรฐานของสมการวงกลม $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

จะได้ว่า $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0$

ดังนั้น สมการวงกลมมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(2, -1)$ รัศมีเท่ากับ 0

และ สมการนี้ไม่มีความยาวของรัศมีจึงเป็นจุด $(2, -1)$

นั่นคือ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0$ ไม่เป็นสมการวงกลม

ตัวอย่างที่ 2 จงหาสมการวงกลมเมื่อกำหนดส่วนประกอบต่างๆในแต่ละข้อต่อไปนี้ต่อไปนี้

- 1) จุดศูนย์กลาง (0,0) รัศมียาว 4 หน่วย
- 2) จุดศูนย์กลาง (2,1) ผ่านจุด (3,4)
- 3) จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง (-2, -2) และ (2,2)
- 4) จุดศูนย์กลาง (-2, 3) และมีแกน y เป็นเส้นสัมผัส

วิธีทำ

- 1) สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) และ รัศมียาว 4 หน่วย

จุดศูนย์กลางคือ (0,0)

รัศมียาว 4 หน่วย

สมการรูปมาตรฐาน $x^2 + y^2 = r^2$

จะได้ $x^2 + y^2 = 4^2$

สมการวงกลมรูปทั่วไปคือ $x^2 + y^2 = 16$

- 2) สมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (2,1) ผ่านจุด (3,4)

จุดศูนย์กลางคือ (2,1)

รัศมียาว $\sqrt{10}$ หน่วย

สมการรูปมาตรฐาน $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

จะได้ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{10}^2$

สมการวงกลมรูปมาตรฐานคือ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 10$



รัศมีเป็นระยะทางระหว่าง

จุด (2,1) และ (3,4)

$$r = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$r = \sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2}$$

$$r = \sqrt{(3)^2 + (1)^2}$$

$$r = \sqrt{10}$$

3) สมการวงกลมที่จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง $(-2, -2)$ และ $(2, 2)$

จุดศูนย์กลางคือ $(0, 0)$

รัศมียาว $2\sqrt{2}$ หน่วย

สมการรูปมาตรฐาน $x^2 + y^2 = r^2$

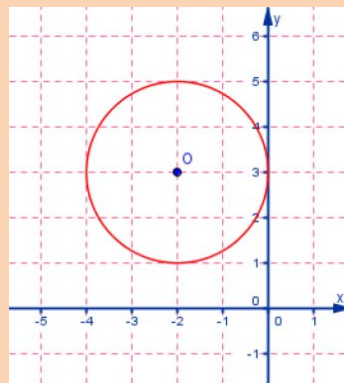
จะได้ $x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2$

สมการวงกลมรูปทั่วไปคือ $x^2 + y^2 = 8$

4) สมการวงกลมที่จุดศูนย์กลาง $(-2, 3)$ และมีแกน y เป็นเส้นสัมผัส

จุดศูนย์กลางคือ $(-2, 3)$

รัศมียาว 2 หน่วย (จากกราฟ)



สมการรูปมาตรฐาน $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

จะได้ $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$

สมการวงกลมรูปมาตรฐานคือ $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$

ตัวอย่างที่ 3 จากสมการ $x^2 + y^2 = 9$ จงเขียนกราฟ

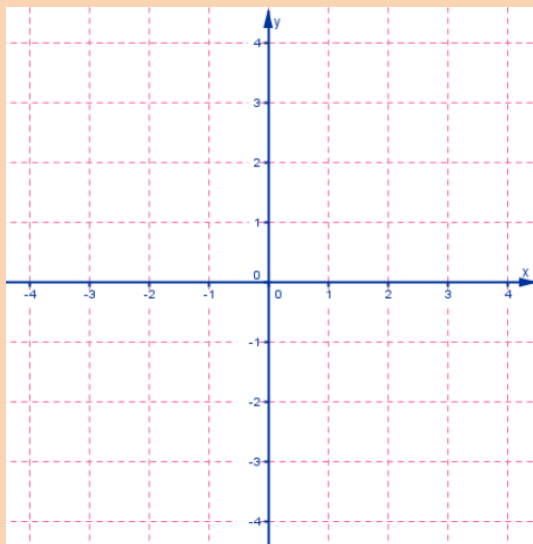
วิธีทำ จากสมการ $x^2 + y^2 = 9$

จะได้ว่า $x^2 + y^2 = 3^2$

ดังนั้น จุดศูนย์กลางของวงกลมคือ $(0, 0)$ รัศมี เท่ากับ 3

ขั้นตอนการเขียนกราฟ

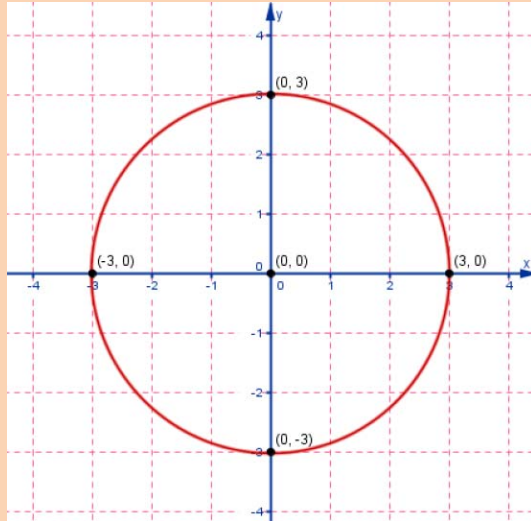
1. เขียนแกน x และแกน y ในระบบพิกัดฉาก ดังรูป



2. กำหนดจุดศูนย์กลางและจุดที่วงกลมนี้ตัดแกน x และแกน y โดยระยะจากจุดศูนย์กลางไปยังจุดตัดเท่ากับรัศมีของวงกลมลงในกราฟ ดังรูป



3. เขียนกราฟวงกลม ดังรูป



ปฏิบัติการเรียนรู้ที่ 1.1
เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

ชื่อ

ชั้น

เลขที่

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (10 คะแนน)

สมการวงกลม	จุดศูนย์กลาง	รัศมี	เป็น / ไม่เป็นสมการวงกลม
ตัวอย่าง $x^2 + y^2 = 4$	(0,0)	2	
1. $x^2 + y^2 = 0$			
2. $x^2 + y^2 = 25$			
3. $x^2 + y^2 = -1$			
4. $x^2 + y^2 = 16$			
5. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 9$			
6. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 0$			
7. $x^2 + (y-4)^2 = 32$			
8. $(x-1)^2 + y^2 = 6$			
9. $3(x+3)^2 + 3(y+1)^2 = 12$			
10. $2(x-1)^2 + 2y^2 = 4$			

ปฏิบัติการเรียนรู้ที่ 1.2
เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

ชื่อ

ชั้น

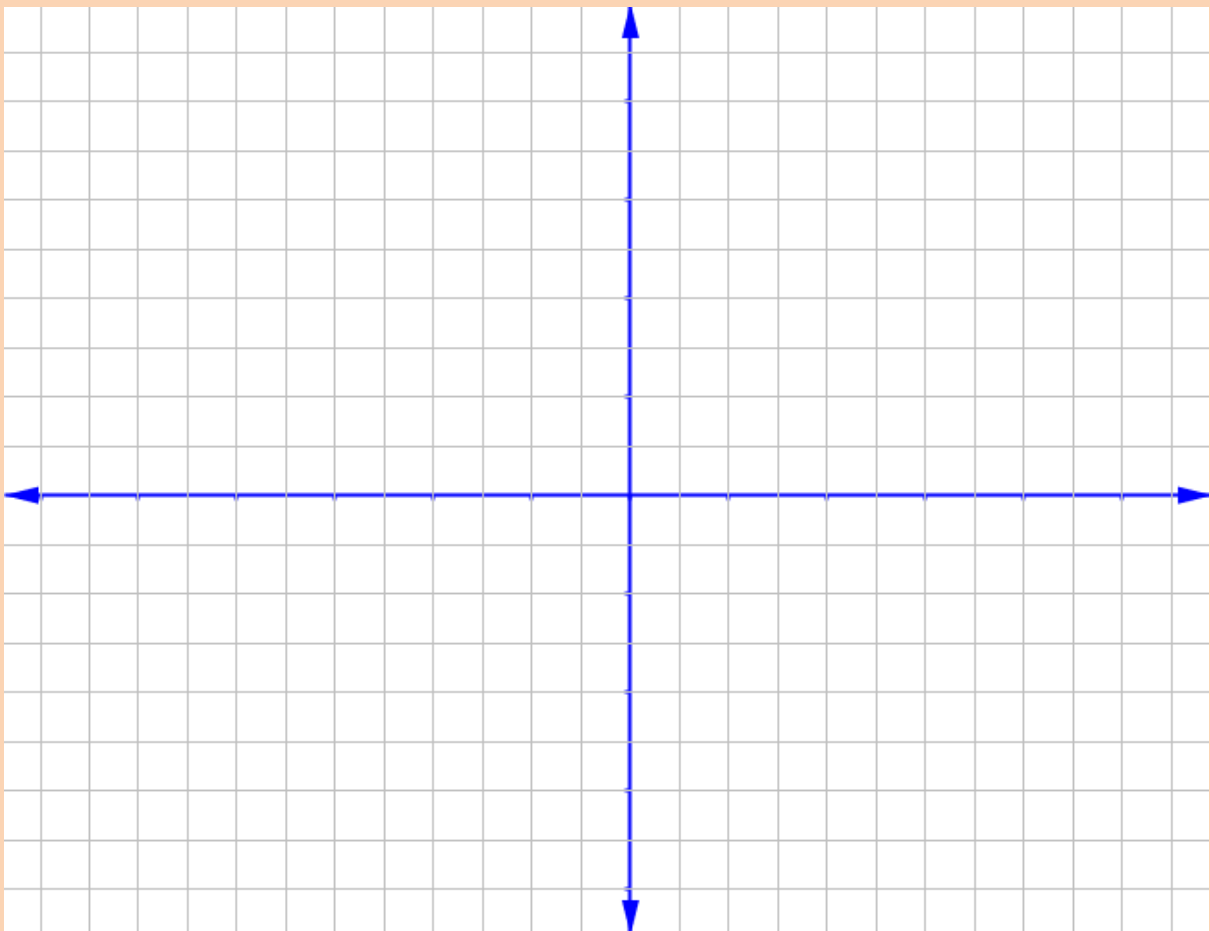
เลขที่

คำชี้แจง จากสมการให้นักเรียนเติมค่าในช่องว่างและเขียนกราฟให้ถูกต้อง (10 คะแนน)

1. $x^2 + y^2 = 16$

จุดศูนย์กลาง

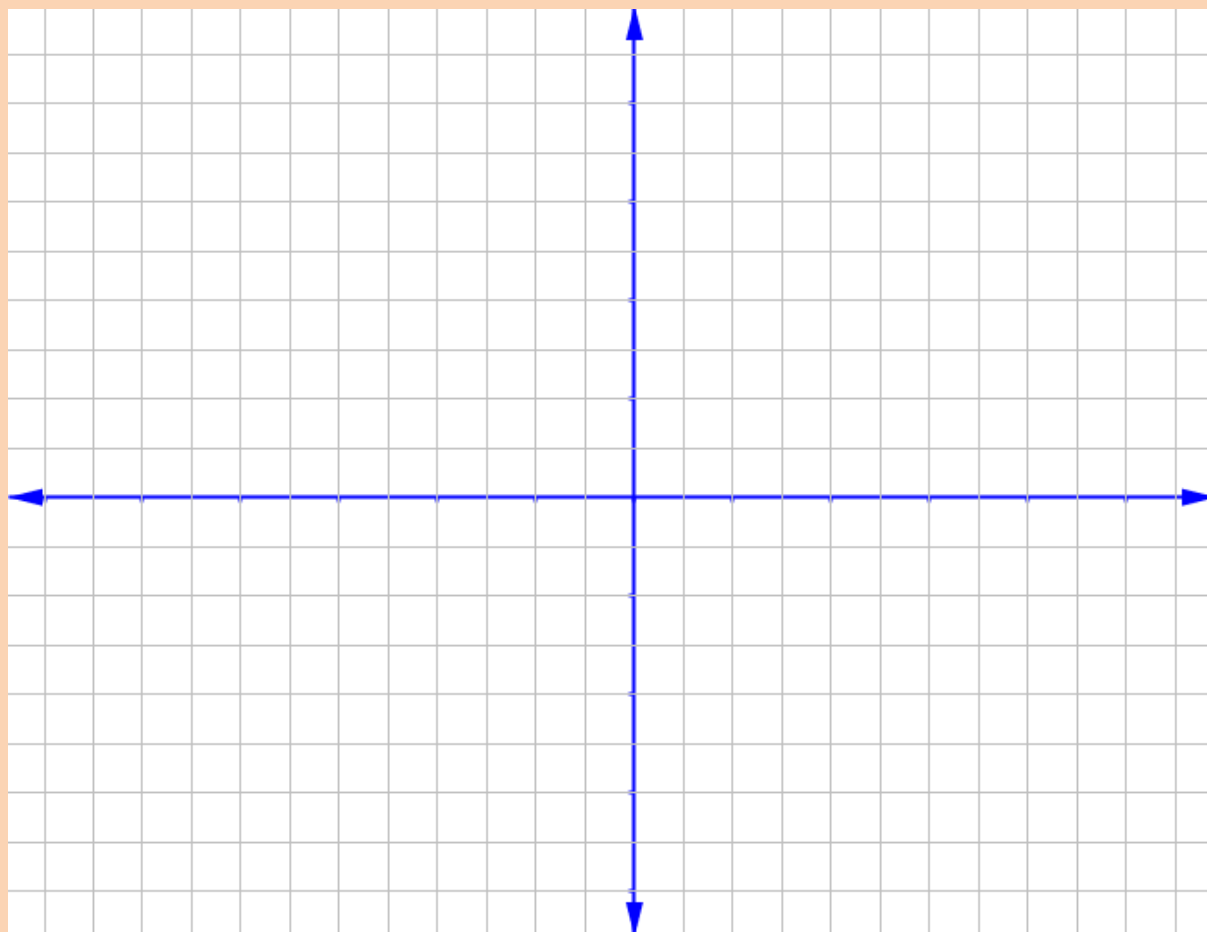
รัศมี



$$2. x^2 + y^2 - 9 = 0$$

จุดศูนย์กลาง

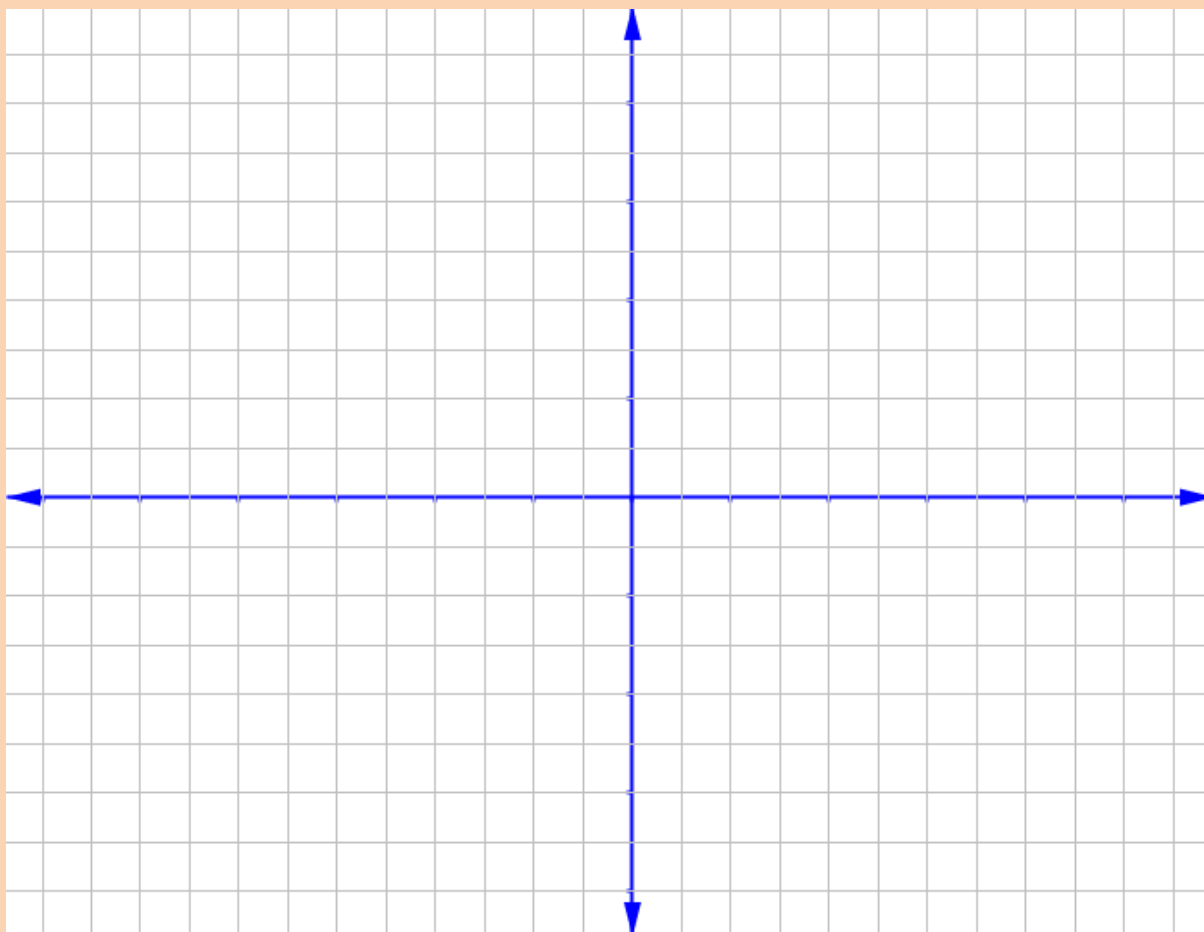
รัศมี



$$3. (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$$

จุดศูนย์กลาง

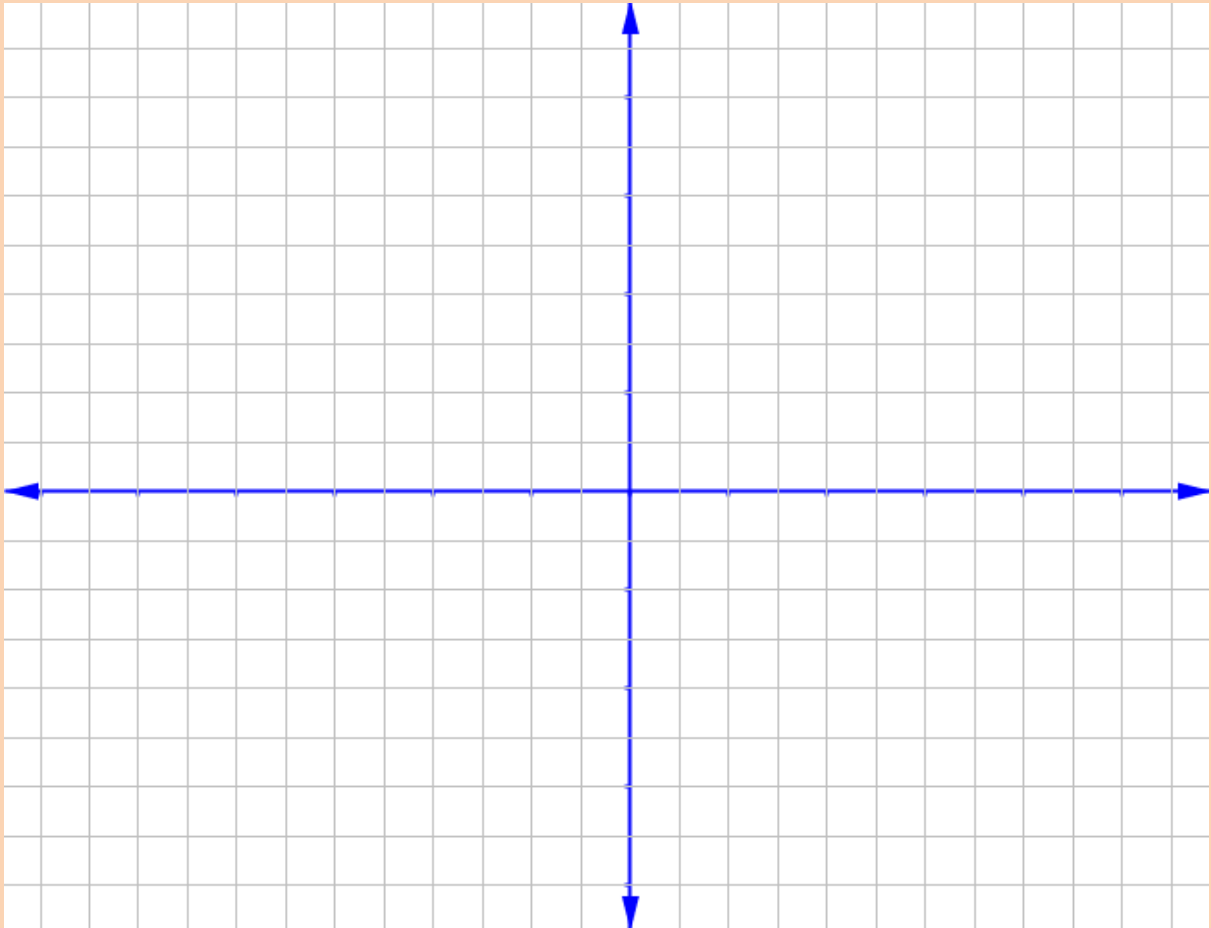
รัศมี



$$4. (x+2)^2 + (y-1)^2 - 9 = 0$$

จุดศูนย์กลาง

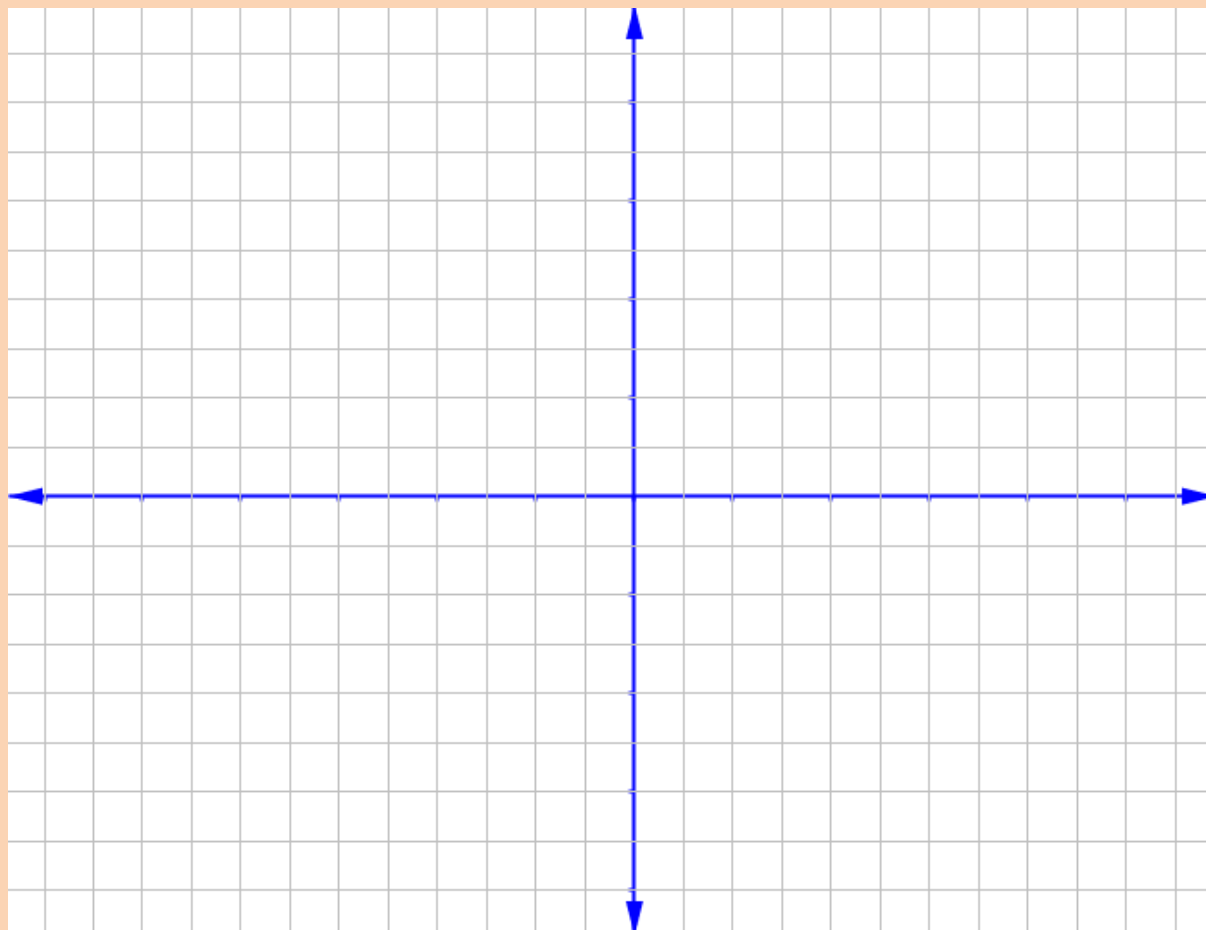
รัศมี



5. $(x+3)^2 + y^2 = 4$

จุดศูนย์กลาง

รัศมี



ปฏิบัติการเรียนรู้ที่ 1.3
เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

ชื่อ

ชั้น

เลขที่

คำชี้แจง จงหาสมการวงกลมเมื่อกำหนดส่วนประกอบต่างๆต่อไปนี้ (10 คะแนน)

1. จุดศูนย์กลาง (0,0) รัศมียาว 3 หน่วย

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

2. จุดศูนย์กลาง (1,2) รัศมียาว 9 หน่วย

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

3. จุดศูนย์กลาง (1,2) ผ่านจุด (-3, 2)

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

4. จุดศูนย์กลาง (0, 5) ผ่านจุด (-3, 6)

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

5. จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางคือจุด (-4, -2) และ (2, 0)

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

6. จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางคือจุด (-2, 2) และ (2, 6)

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

7. จุดศูนย์กลางคือจุด (3, -2) และมีแกน y เป็นเส้นสัมผัส

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

8. จุดศูนย์กลางคือจุด $(0, -6)$ และมีแกน x เป็นเส้นสัมผัส

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

9. จุดศูนย์กลางคือจุด $(-8, -4)$ และมีแกน y เป็นเส้นสัมผัส

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ

10. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 สัมผัสทั้งแกน x และ แกน y และมีรัศมียาว 3 หน่วย

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ

รัศมียาว

สมการรูปมาตรฐาน

จะได้

ดังนั้น

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ

ตอบ



แบบทดสอบหลังเรียน
รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 คะแนนเต็ม 20 คะแนน
เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุด

1. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0,0) และรัศมียาว 5 หน่วยเท่ากับข้อใด

ก. $x^2 + y^2 = 5$

ข. $x^2 + y^2 = 25$

ค. $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$

ง. $x^2 + y^2 = \sqrt{25}$

2. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (1,1) และรัศมียาว 3 หน่วยเท่ากับข้อใด

ก. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$

ข. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$

ค. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 3$

ง. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 3$

3. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (1,-3) และรัศมียาว 4 หน่วยเท่ากับข้อใด

ก. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$

ข. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$

ค. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$

ง. $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 16$

4. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (4,2) และมีแกน x เป็นเส้นสัมผัสเท่ากับข้อใด

ก. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$

ข. $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 4$

ค. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 2$

ง. $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 2$

5. สมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (2,1) และผ่านจุด (2,4) เท่ากับข้อใด

ก. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 3$

ข. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$

ค. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$

ง. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

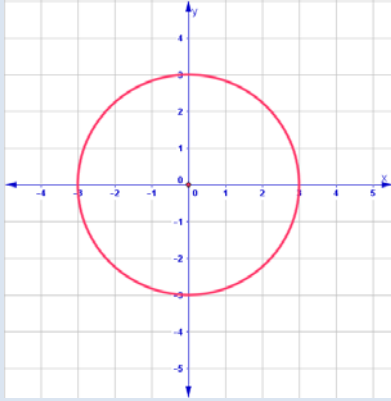
6. สมการวงกลมที่มีจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางเป็น (4,1) และ (2,1) เท่ากับข้อใด

ก. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$

ข. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$

ค. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$

ง. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 9$



7.

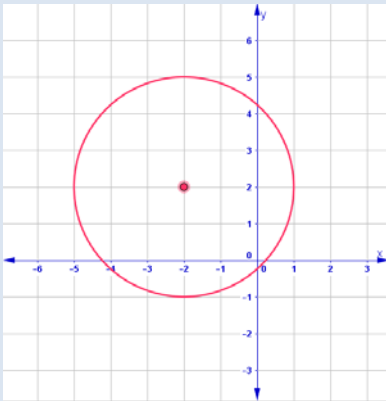
จากกราฟข้างต้นเป็นกราฟของสมการในข้อใด

ก. $x^2 + y^2 = 3$

ข. $x^2 + y^2 = 6$

ค. $x^2 + y^2 = 9$

ง. $x^2 + y^2 = 12$



8.

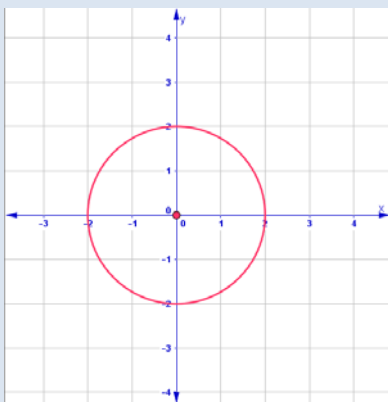
จากกราฟข้างต้นเป็นกราฟของสมการในข้อใด

ก. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$

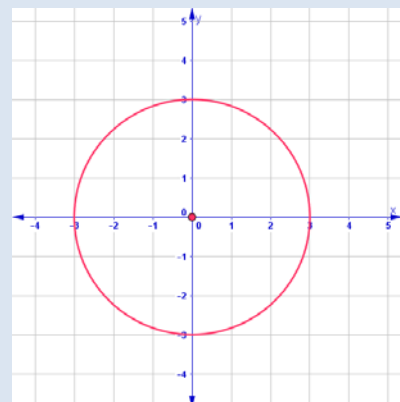
ข. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$

ค. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 9$

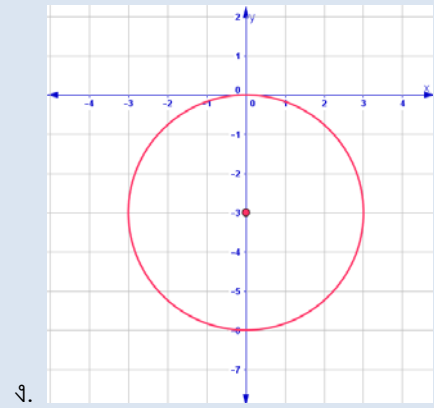
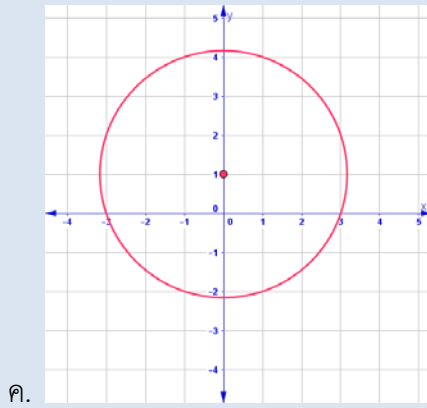
ง. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 9$

9. กราฟในข้อใด คือกราฟของสมการวงกลม $x^2 + y^2 = 9$ 

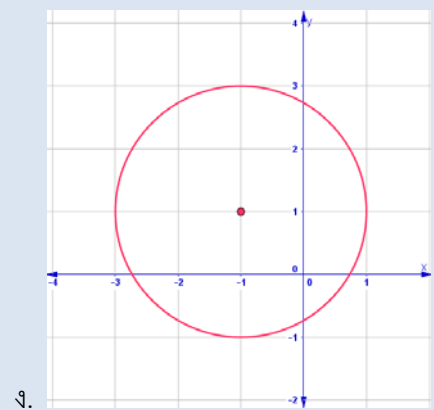
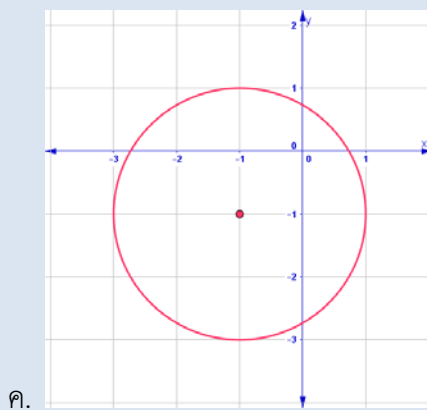
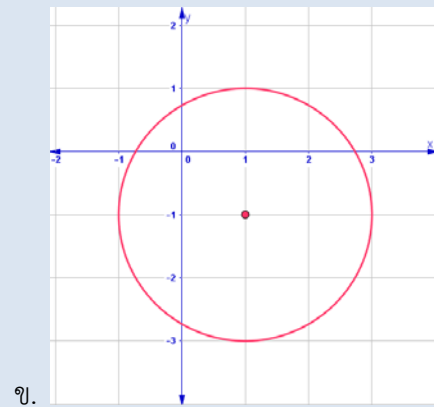
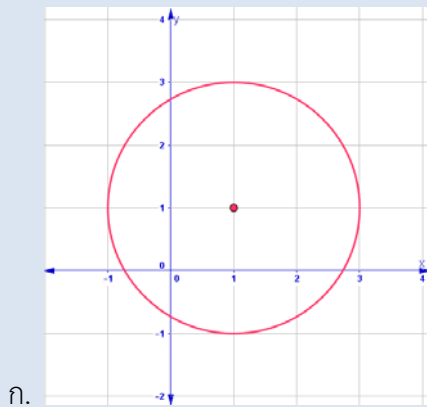
ก.



ข.



10. กราฟในข้อใด คือกราฟของสมการวงกลม $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$



บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. [ม.ป.ป.]. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. ค้นเมื่อ 13 มกราคม 2559, จาก http://www.curriculum51.net/viewpage.php?t_id=64.
- _____. (2542). แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- นพพร แหยมแสง. (2551). หนังสือเรียนแม่ค สารการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เพิ่มเติมระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพมหานคร :สำนักพิมพ์แม่ค.
- ยุพิน พิพิธกุล และ สิริพร ทิพย์คง. (2550). ชุดกิจกรรมพัฒนาการวิเคราะห์ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 เล่ม 2. กรุงเทพมหานคร : พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2548). คู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- _____. (2554). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.





เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
และแบบทดสอบหลังเรียน

1. ค

2. ง

3. ข

4. ง

5. ก

6. ข

7. ค

8. ค

9. ก

10. ข

เฉลยคำตอบปฏิบัติการที่ 1.1
เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (10 คะแนน)

สมการวงกลม	จุดศูนย์กลาง	รัศมี	เป็น/ไม่เป็นสมการวงกลม
ตัวอย่าง $x^2 + y^2 = 4$	(0,0)	2	เป็นสมการวงกลม
1. $x^2 + y^2 = 0$	(0,0)	ไม่มี	ไม่เป็นสมการวงกลม
2. $x^2 + y^2 = 25$	(0,0)	5	เป็นสมการวงกลม
3. $x^2 + y^2 = -1$	(0,0)	ไม่มี	ไม่เป็นสมการวงกลม
4. $x^2 + y^2 = 16$	(0,0)	4	เป็นสมการวงกลม
5. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 9$	(2,4)	3	เป็นสมการวงกลม
6. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 0$	(1,-5)	ไม่มี	ไม่เป็นสมการวงกลม
7. $x^2 + (y-4)^2 = 36$	(0,4)	6	เป็นสมการวงกลม
8. $(x-1)^2 + y^2 = 6$	(1,0)	$\sqrt{6}$	เป็นสมการวงกลม
9. $3(x+3)^2 + 3(y+1) = 12$	(-3,-1)	2	เป็นสมการวงกลม
10. $2(x-1)^2 + 2y^2 = 4$	(1,0)	$\sqrt{2}$	เป็นสมการวงกลม

เฉลยคำตอบปฏิบัติการที่ 1.2

เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

คำชี้แจง จากสมการให้นักเรียนเติมค่าในช่องว่างและเขียนกราฟให้ถูกต้อง (10 คะแนน)

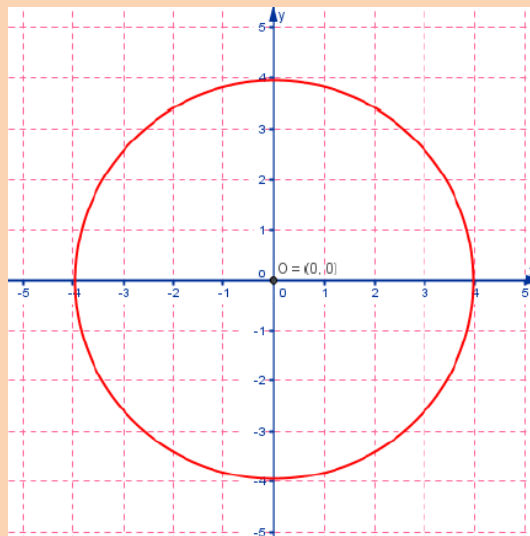
1. $x^2 + y^2 = 16$

จุดศูนย์กลาง

(0,0)

รัศมี

4



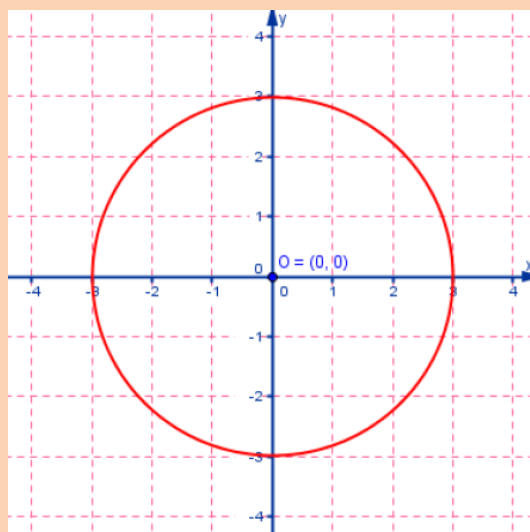
2. $x^2 + y^2 - 9 = 0$

จุดศูนย์กลาง

(0,0)

รัศมี

3



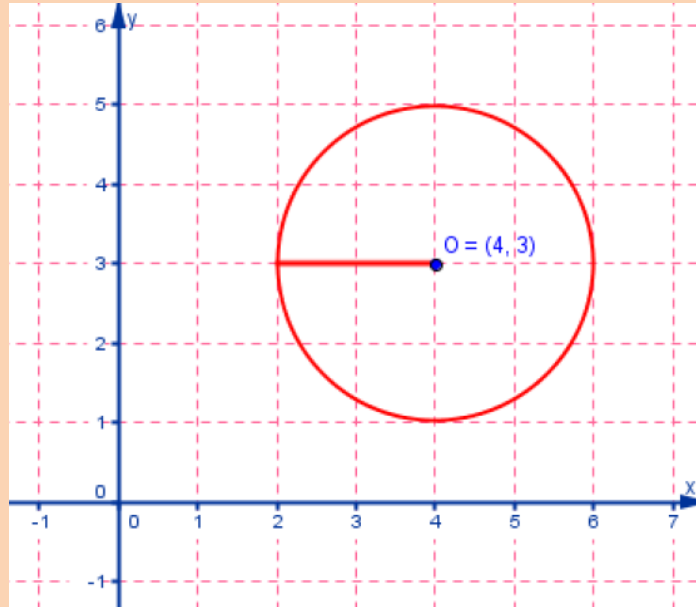
$$3. (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$$

จุดศูนย์กลางกลาง

(4,3)

รัศมี

2



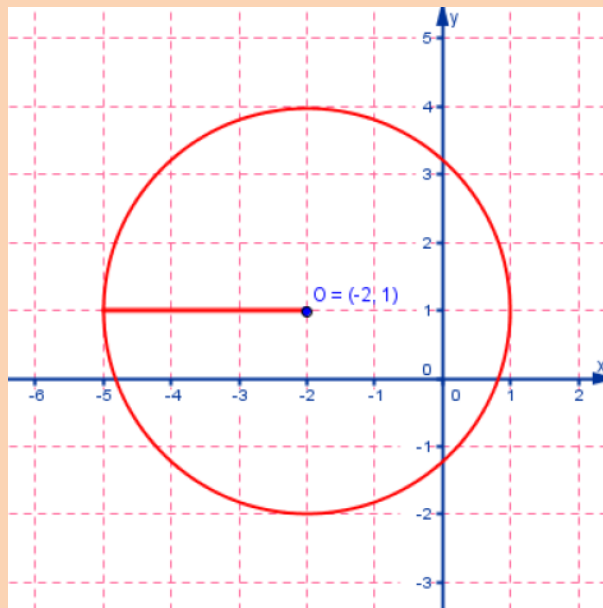
$$4. (x+2)^2 + (y-1)^2 - 9 = 0$$

จุดศูนย์กลางกลาง

(-2,1)

รัศมี

3



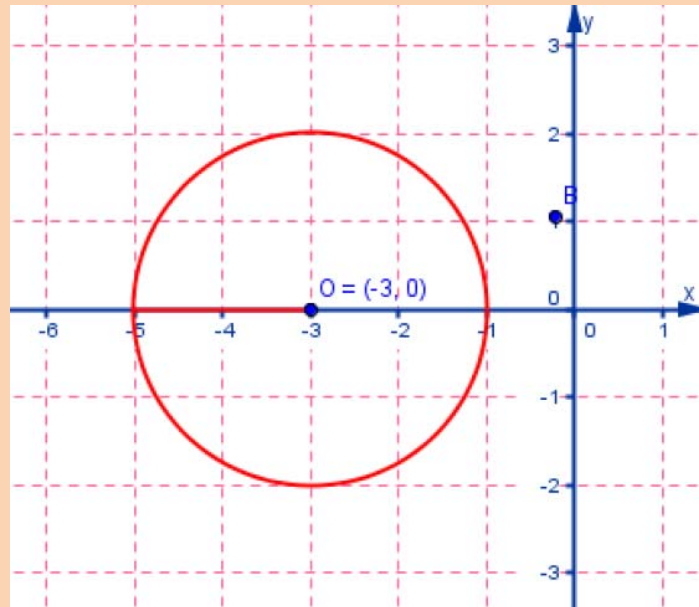
5. $(x+3)^2 + y^2 = 4$

จุดศูนย์กลาง

(-3,0)

รัศมี

2



เฉลยคำตอบปฏิบัติการที่ 1.3

เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

คำชี้แจง จงหาสมการวงกลมเมื่อกำหนดส่วนประกอบต่างๆต่อไปนี้ (10 คะแนน)

1. จุดศูนย์กลาง (0,0) รัศมียาว 3 หน่วย

วิธีทำ	จุดศูนย์กลางคือ	(0,0)	
	รัศมียาว	3	หน่วย
	สมการรูปมาตรฐาน	$x^2 + y^2 = r^2$	
	จะได้	$x^2 + y^2 = 3^2$	
	สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ	$x^2 + y^2 = 9$	<u>ตอบ</u>

2. จุดศูนย์กลาง (1,2) รัศมียาว 9 หน่วย

วิธีทำ	จุดศูนย์กลางคือ	(1,2)	
	รัศมียาว	9	หน่วย
	สมการรูปมาตรฐาน	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	
	จะได้	$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9^2$	
	สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ	$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 81$	<u>ตอบ</u>

3. จุดศูนย์กลาง (1,2) ผ่านจุด (-3, 2)

วิธีทำ	จุดศูนย์กลางคือ	(1,2)	
	รัศมียาว	4	หน่วย
	สมการรูปมาตรฐาน	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	
	จะได้	$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4^2$	
	สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ	$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$	<u>ตอบ</u>

4. จุดศูนย์กลาง (0, 5) ผ่านจุด (-3, 6)

วิธีทำ	จุดศูนย์กลางคือ	(0,5)	
	รัศมียาว	$\sqrt{10}$	หน่วย
	สมการรูปมาตรฐาน	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	
	จะได้	$(x-0)^2 + (y-5)^2 = \sqrt{10}^2$	

สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ $x^2 + (y-5)^2 = 10$ **ตอบ**

5. จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางคือจุด $(-4, -2)$ และ $(2, 0)$

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ $(-1, -1)$
 รัศมียาว $\sqrt{10}$ หน่วย
 สมการรูปมาตรฐาน $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
 จะได้ $(x+1)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{10}^2$
 สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 10$ **ตอบ**

6. จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางคือจุด $(-2, 2)$ และ $(2, 6)$

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ $(0, 4)$
 รัศมียาว $2\sqrt{2}$ หน่วย
 สมการรูปมาตรฐาน $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
 จะได้ $(x-0)^2 + (y-4)^2 = (2\sqrt{2})^2$
 สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ $x^2 + (y-4)^2 = 8$ **ตอบ**

7. จุดศูนย์กลางคือจุด $(3, -2)$ และมีแกน y เป็นเส้นสัมผัส

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ $(3, -2)$
 รัศมียาว 3 หน่วย
 สมการรูปมาตรฐาน $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
 จะได้ $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 3^2$
 สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$ **ตอบ**

8. จุดศูนย์กลางคือจุด $(0, -6)$ และมีแกน x เป็นเส้นสัมผัส

วิธีทำ จุดศูนย์กลางคือ $(0, -3)$
 รัศมียาว 3 หน่วย
 สมการรูปมาตรฐาน $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
 จะได้ $(x-0)^2 + (y+3)^2 = 3^2$
 สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ $x^2 + (y+3)^2 = 9$ **ตอบ**

9. จุดศูนย์กลางคือจุด $(-8, -4)$ และมีแกน y เป็นเส้นสัมผัส

วิธีทำ	จุดศูนย์กลางคือ	$(-8, -4)$	
	รัศมียาว	8	หน่วย
	สมการรูปมาตรฐาน	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	
	จะได้	$(x+8)^2 + (y+4)^2 = 8^2$	
	สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ	$(x+8)^2 + (y+4)^2 = 64$	<u>ตอบ</u>

10. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 สัมผัสทั้งแกน x และ แกน y และมีรัศมียาว 3 หน่วย

วิธีทำ	จุดศูนย์กลางคือ	$(3, 3)$	
	รัศมียาว	3	หน่วย
	สมการรูปมาตรฐาน	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	
	จะได้	$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 3^2$	
	สมการวงกลมในรูปมาตรฐานคือ	$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$	<u>ตอบ</u>

ตารางบันทึกคะแนน
เรื่อง สมการวงกลมรูปมาตรฐาน

ชื่อ

โรงเรียน

ชั้น

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ก่อนเรียน	10		
หลังเรียน	10		
ผลการพัฒนา			

ปฏิบัติการเรียนรู้	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ที่ 1.1	10		
ที่ 1.2	10		
ที่ 1.3	10		

