

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

แคลคูลัสเบื้องต้น

เล่ม 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

นางวลัยพรรณ กมลศรีรังสรรค์
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนบางมูลนากภูมิวิทยาคม
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 41

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น รายวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ (ค 33202) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ร่วมกับเทคนิคการสอนแบบ STAD ประกอบด้วยแบบฝึกทักษะทั้งหมด 13 เล่ม ดังนี้

- เล่ม 1 ลิมิตของฟังก์ชัน
- เล่ม 2 ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชัน
- เล่ม 3 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
- เล่ม 4 อัตราการเปลี่ยนแปลง
- เล่ม 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
- เล่ม 6 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร
- เล่ม 7 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ
- เล่ม 8 ความชันของเส้นโค้ง
- เล่ม 9 อนุพันธ์อันดับสูง
- เล่ม 10 การประยุกต์ของอนุพันธ์
- เล่ม 11 ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต
- เล่ม 12 ปริพันธ์จำกัดเขต
- เล่ม 13 พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง

โดยในแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์แต่ละเล่ม ประกอบด้วยผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการและด้านคุณลักษณะ ซึ่งกิจกรรมของแบบฝึกทักษะแต่ละเล่มเสริมจสมบูรณ์ในตัวเอง ผู้เรียนสามารถใช้ได้ด้วยตนเอง

สำหรับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่ม 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้ บทนิยาม ทั้งยังเป็นแนวทางในการปฏิบัติกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ส่งเสริมผู้เรียนได้ฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์และแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น เกิดความมุ่งมั่นในการเรียนรู้และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติมของผู้เรียน เพื่อนครู และเป็นประโยชน์ต่อผู้สนใจต่อไป

วลัยพรรณ กมเลศรังสรรค์
ผู้จัดทำ

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	๒
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับครูผู้สอน	ค
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน	ง
ผลการเรียนรู้	จ
จุดประสงค์การเรียนรู้	จ
สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	จ
ลำดับขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน	ฉ
สาระสำคัญ	1
แบบทดสอบก่อนเรียน	2
กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน	5
ทบทวนกันหน่อย	6
ใบความรู้ 5.1 อนุพันธ์ฟังก์ชัน	7
แบบฝึกทักษะ 5.1	12
แบบทดสอบหลังเรียน	17
กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน	20
แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน	21
แบบบันทึกความก้าวหน้าของแบบฝึกทักษะ	22
บรรณานุกรม	23
ภาคผนวก	24
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	25
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	26
เฉลยแบบฝึกทักษะ	27

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับครูผู้สอน

1. ศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้และการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
2. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ตามความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ เก่ง ปานกลาง
อ่อน
3. ศึกษาและทำความเข้าใจเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้และการดำเนินการสอน เพื่อให้การจัด
กิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอน
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน
5. ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้
6. ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือแก่นักเรียนเมื่อมีปัญหาตามความเหมาะสมกับความสามารถและ
ศักยภาพของนักเรียนที่แตกต่างกัน
7. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน
8. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 2 ชั่วโมง

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน

1. ศึกษาการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้ทราบว่านักเรียนต้องรู้และปฏิบัติสิ่งใดบ้างหลังจากจบบทเรียนแล้ว
3. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อตรวจสอบความรู้เดิมในเรื่องที่เรียน จากนั้นตรวจคำตอบจากเฉลยในภาคผนวกท้ายเล่มและบันทึกคะแนน
4. ศึกษาเนื้อหาและตัวอย่างให้เข้าใจ แล้วทำแบบฝึกทักษะตามลำดับขั้นตอน
5. หากไม่เข้าใจหรือมีปัญหา นักเรียนสามารถปรึกษาและแลกเปลี่ยนองค์ความรู้
6. ทำแบบทดสอบหลังเรียนแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยในภาคผนวกท้ายเล่มและบันทึกคะแนนแล้วเปรียบเทียบกับคะแนนทดสอบก่อนเรียน
7. หากยังมีข้อสงสัยและไม่เข้าใจให้กลับไปทบทวนบทเรียนจากแบบฝึกทักษะอีกครั้ง
8. นักเรียนควรซื่อสัตย์ต่อตนเอง โดยไม่เปิดเฉลยดูระหว่างศึกษาแบบฝึกทักษะ เพื่อนักเรียนจะได้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองอย่างเต็มความสามารถ

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยใช้นิยามได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

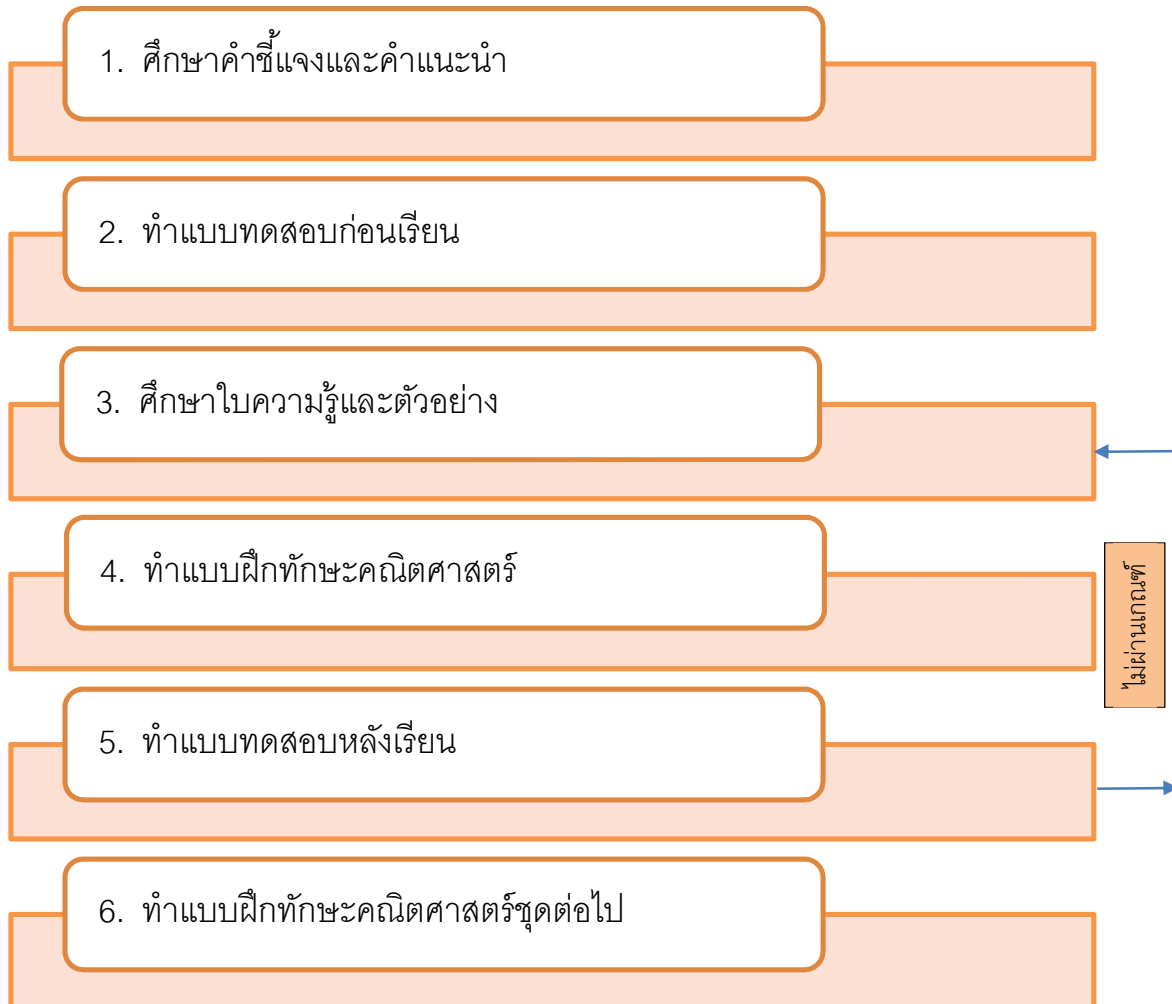
ด้านคุณลักษณะ

1. มีความซื่อสัตย์ สุจริต
2. มีวินัย
3. ใฝ่เรียนรู้
4. มุ่งมั่นในการทำงาน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา

ลำดับขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน



สาระสำคัญ

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์ที่เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าได้แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า “อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ” เขียนแทนด้วย $f'(x)$

แบบทดสอบก่อนเรียน

วิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 6

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

แคลคูลัสเบื้องต้น

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที

2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่ถูกที่สุด

1. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 2x^2$ ตรงกับข้อใดก. $4x$ ข. $4x^2$ ค. x ง. x^2 2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^2 + 2x$ ตรงกับข้อใดก. $x + 2$ ข. $x^2 + 2$ ค. $2x + 2$ ง. $2x$ 3. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 1 - 2x + 5x^2$ ตรงกับข้อใดก. $-2 + 10x$ ข. $1 - 2x$ ค. $2 + 5x$ ง. $2x + 5x^2$ 4. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{1}{x}$ ตรงกับข้อใดก. $-\frac{1}{x}$ ข. $-\frac{1}{x^2}$ ค. $-\frac{1}{2x}$ ง. $-\frac{1}{2x^2}$

5. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ตรงกับข้อใด

- ก. x
- ข. $2\sqrt{x}$
- ค. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
- ง. $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

6. กำหนด $f(x) = 3x + 1$ จงหา $f'(2)$

- ก. 7
- ข. 3
- ค. 2
- ง. 1

7. กำหนด $f(x) = 2x + 3x^2$ จงหา $f'(-1)$

- ก. -6
- ข. -5
- ค. -4
- ง. -3

8. กำหนด $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ $x = 2$

- ก. 8
- ข. 7
- ค. 6
- ง. 5

9. กำหนด $f(x) = 3x^2 + 5x - 7$ จงหา $f'(-2)$

- ก. -7
- ข. -5
- ค. -3
- ง. -1

10. กำหนด $f(x) = \frac{1}{x}$ จงหา $f'(2)$

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $-\frac{1}{4}$

กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



ทบทวนกันหน่อย

คำถาม : อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย ของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x + h$ หาได้อย่างไร

ตอบ : อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย ของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x + h$ หาได้จากสูตร

.....

คำถาม : อัตราการเปลี่ยนแปลง ของ y เทียบกับ x ขณะ x ไต ๆ หาได้อย่างไร

ตอบ : อัตราการเปลี่ยนแปลง ของ y เทียบกับ x ขณะ x ไต ๆ หาได้จากสูตร

.....

มีให้เลือก 2 สูตร

1. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

2. $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ใบความรู้ 5.1

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

บทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์ที่เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าได้แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า “อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ” เขียนแทนด้วย $f'(x)$

จากบทนิยาม จะได้ว่า $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าได้ จะกล่าวว่า ฟังก์ชัน f มีอนุพันธ์ที่ x หรือฟังก์ชัน f

หาอนุพันธ์ได้ที่ x

ถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าไม่ได้ จะกล่าวว่า ฟังก์ชัน f ไม่มีอนุพันธ์ที่ x หรือ

ฟังก์ชัน f หาอนุพันธ์ไม่ได้ที่ x

สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน f ที่ x คือ $f'(x)$, y' , $\frac{dy}{dx}$ (อ่านว่า ดีวายบายดีเอ็กซ์) หรือ

$\frac{d}{dx} f(x)$ เป็นต้น

ดังนั้น $\frac{dy}{dx} = f'(x) = y' = \frac{d}{dx} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

หมายเหตุ $\frac{dy}{dx} \neq \frac{y}{x}$ เพราะว่า $\frac{dy}{dx}$ คืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ไม่ได้หมายถึง d คูณ y

หารด้วย d คูณ x

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $f(x) = 3x - 1$ จงหา $f'(x)$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h) - 1] - (3x - 1)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x + 3h - 1 - 3x + 1}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} 3 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(x) = 3$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $y = 2x^2 - 3x + 8$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ } \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h)^2 - 3(x+h) + 8] - (2x^2 - 3x + 8)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x^2 + 2xh + h^2) - 3(x+h) + 8] - (2x^2 - 3x + 8)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 4xh + 2h^2 - 3x - 3h + 8 - 2x^2 + 3x - 8}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4xh + 2h^2 - 3h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2h - 3) \\
 &= 4x - 3
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{dy}{dx} = 4x - 3$$

เนื่องจาก $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ใด ๆ

ดังนั้น สำหรับ a ใด ๆ ที่อยู่ในโดเมนของ f อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ $x = a$ คือ

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ หรืออาจใช้สัญลักษณ์ } \left. \frac{d}{dx} f(x) \right|_{x=a} \text{ แทน } f'(a)$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $f(x) = x^2 - 3x$ จงหา $f'(3)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } f'(3) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(3+h)^2 - 3(3+h)] - [(3)^2 - 3(3)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9 + 6h + h^2 - 9 - 3h - 9 + 9}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3 + h) \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(3) = 3$$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด $f(x) = \sqrt{x}$ จงหา $f'(4)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } f'(4) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+h} - \sqrt{4}}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+h} - 2}{h} \cdot \frac{\sqrt{4+h} + 2}{\sqrt{4+h} + 2} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{4+h})^2 - (2)^2}{h(\sqrt{4+h} + 2)} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4+h-4}{h(\sqrt{4+h} + 2)} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{4+h} + 2)} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{4+h} + 2)} \\&= \frac{1}{(\sqrt{4} + 2)} \\&= \frac{1}{(2+2)} \\&= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(4) = \frac{1}{4}$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนด $f(x) = 4x^2 + 3x - 7$ จงหา

1. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x
2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ $x = -1$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ 1. } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(x+h)^2 + 3(x+h) - 7] - (4x^2 + 3x - 7)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(x^2 + 2xh + h^2) + 3(x+h) - 7] - (4x^2 + 3x - 7)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 8xh + 4h^2 + 3x + 3h - 7 - 4x^2 - 3x + 7}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8xh + 4h^2 + 3h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (8x + 4h + 3) \\
 &= 8x + 3
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(x) = 8x + 3$$

$$\begin{aligned}
 \text{2. จาก } f'(x) &= 8x + 3 \\
 f'(-1) &= 8(-1) + 3 \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(-1) = 5$$

แบบฝึกทักษะที่ 5.1

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ (ข้อละ 2 คะแนน คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

1. กำหนด $f(x) = 4x - 3x^2$ จงหา $f'(x)$

วิธีทำ

[illegible]

แบบทดสอบหลังเรียน

วิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 6
เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
แคลคูลัสเบื้องต้น

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 10 ข้อ ใช้เวลา 15 นาที

2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ลงในช่องตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่ถูกที่สุด

1. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 2x^2$ ตรงกับข้อใด

ก. $4x$

ข. $4x^2$

ค. x

ง. x^2

2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^2 + 2x$ ตรงกับข้อใด

ก. $x + 2$

ข. $x^2 + 2$

ค. $2x + 2$

ง. $2x$

3. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = 1 - 2x + 5x^2$ ตรงกับข้อใด

ก. $-2 + 10x$

ข. $1 - 2x$

ค. $2 + 5x$

ง. $2x + 5x^2$

4. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{1}{x}$ ตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{1}{x}$

ข. $-\frac{1}{x^2}$

ค. $-\frac{1}{2x}$

ง. $-\frac{1}{2x^2}$

5. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ตรงกับข้อใด

ก. x

ข. $2\sqrt{x}$

ค. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

ง. $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

6. กำหนด $f(x) = 3x + 1$ จงหา $f'(2)$

ก. 7

ข. 3

ค. 2

ง. 1

7. กำหนด $f(x) = 2x + 3x^2$ จงหา $f'(-1)$

ก. -6

ข. -5

ค. -4

ง. -3

8. กำหนด $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$ จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ $x = 2$

ก. 8

ข. 7

ค. 6

ง. 5

9. กำหนด $f(x) = 3x^2 + 5x - 7$ จงหา $f'(-2)$

ก. -7

ข. -5

ค. -3

ง. -1

10. กำหนด $f(x) = \frac{1}{x}$ จงหา $f'(2)$

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $-\frac{1}{4}$

กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น
เล่ม 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ชื่อ - นามสกุล.....ชั้น เลขที่.....

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ความก้าวหน้า	คิดเป็นร้อยละ
การทดสอบก่อนเรียน				
การทดสอบหลังเรียน				

**แบบบันทึกความก้าวหน้าของแบบฝึกทักษะ
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น
เล่ม 5 อนุพันธ์ของฟังก์ชัน**

ชื่อ – นามสกุล.....ชั้น..... เลขที่

แบบฝึกทักษะที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์*	ไม่ผ่านเกณฑ์**
5.1	10				
รวมทั้งหมด	10				
เฉลี่ย					
คิดเป็นร้อยละ					

*ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 80 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

**ไม่ผ่านเกณฑ์ หมายความว่า ผู้เรียนได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม

บรรณานุกรม

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตาม หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- _____. (2554). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตาม หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- กมล เอกไทยเจริญ. (ม.ป.ป.). คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 5 ค 015. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง จำกัด.
- กานดา ลือสุทธิวิบูลย์ และยุพิน จิรสุขานนท์. (2558). แบบทดสอบ 9 วิชาสามัญ คณิตศาสตร์ 1 (พื้นฐาน+เพิ่มเติม). กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- ธนวัฒน์(สันติ) สนทราพรพล. แบบฝึกทักษะและวิธีคิดเร็วคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม. 4 – 6 เล่ม 6. นนทบุรี : สำนักพิมพ์ธรรมบัณฑิต.

ภาคผนวก

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

ข้อ	คำตอบ
1	ก
2	ค
3	ก
4	ข
5	ค
6	ข
7	ค
8	ง
9	ก
10	ง

เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

ข้อ	คำตอบ
1	ก
2	ค
3	ก
4	ข
5	ค
6	ข
7	ค
8	ง
9	ก
10	ง

เฉลยแบบฝึกทักษะ5.1

1. กำหนด $f(x) = 4x - 3x^2$ จงหา $f'(x)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(x+h) - 3(x+h)^2] - (4x - 3x^2)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[4(x+h) - 3(x^2 + 2xh + h^2)] - (4x - 3x^2)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x + 4h - 3x^2 - 6xh - 3h^2 - 4x + 3x^2}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h - 6xh - 3h^2}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} (4 - 6x - 3h) \\&= 4 - 6x\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(x) = 4 - 6x$$

2. กำหนด $y = 1 - 2x + 3x^2$ จงหา $\frac{dy}{dx}$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ } \frac{dy}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[1 - 2(x+h) + 3(x+h)^2] - (1 - 2x + 3x^2)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[1 - 2(x+h) + 3(x^2 + 2xh + h^2)] - (1 - 2x + 3x^2)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - 2x - 2h + 3x^2 + 6xh + 3h^2 - 1 + 2x - 3x^2}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h + 6xh + 3h^2}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (-2 + 6x + 3h) \\
 &= -2 + 6x
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{dy}{dx} = -2 + 6x$$

3. กำหนด $f(x) = 2 - \sqrt{x}$ จงหา $f'(x)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2 - \sqrt{x+h}] - (2 - \sqrt{x})}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+h} - 2 + \sqrt{x}}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+h}}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+h}}{h} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x+h}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+h}} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{x+h})^2}{h(\sqrt{x} + \sqrt{x+h})} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x - x - h}{h(\sqrt{x} + \sqrt{x+h})} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(\sqrt{x} + \sqrt{x+h})} \\&= \frac{-1}{(\sqrt{x} + \sqrt{x})} \\&= \frac{-1}{2\sqrt{x}}\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{x}}$$

4. กำหนด $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 7$ จงหา $f'(2)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } f'(2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(2+h)^3 - 2(2+h)^2 + 3(2+h) - 7] - [(2)^3 - 2(2)^2 + 3(2) - 7]}{h} \\&= \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(8 + 12h + 6h^2 + h^3) - 2(4 + 4h + h^2) + 3(2+h) - 7] - (8 - 8 + 6 - 7)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8 + 12h + 6h^2 + h^3 - 8 - 8h - 2h^2 + 6 + 3h - 7 + 1}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{17h + 4h^2 + h^3}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} 17 + 4h + h^2 \\&= 17\end{aligned}$$

ดังนั้น $f'(2) = 17$

5. กำหนด $f(x) = \sqrt{3x+1}$ จงหา $f'(1)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3(x+h)+1} - \sqrt{3x+1}}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+3h+1} - \sqrt{3x+1}}{h} \cdot \frac{\sqrt{3x+3h+1} + \sqrt{3x+1}}{\sqrt{3x+3h+1} + \sqrt{3x+1}} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{3x+3h+1})^2 - (\sqrt{3x+1})^2}{h(\sqrt{3x+3h+1} + \sqrt{3x+1})} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x+3h+1 - 3x-1}{h(\sqrt{3x+3h+1} + \sqrt{3x+1})} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3}{(\sqrt{3x+3h+1} + \sqrt{3x+1})} \\&= \frac{3}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{3x+1}} \\ \text{ดังนั้น } f'(1) &= \frac{3}{\sqrt{3(1)+1} + \sqrt{3(1)+1}} \\&= \frac{3}{\sqrt{4} + \sqrt{4}} \\&= \frac{3}{4}\end{aligned}$$