



คำนำ

บทเรียนสำเร็จรูป ชุด ลำดับและอนุกรม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่มที่ 3 เรื่อง ลำดับเลขคณิต จัดทำขึ้น เพื่อเป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน และพัฒนากระบวนการเรียนรู้ให้ประสบความสำเร็จ ประกอบด้วยเนื้อหาเกี่ยวกับ คำนิยามของลำดับเลขคณิต ผลต่างร่วม การนำ ความรู้เกี่ยวกับลำดับเลขคณิตแก้ปัญหาโจทย์ลักษณะต่างกัน เป็นต้น ซึ่งนักเรียน สามารถศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นสื่อการสอนที่ช่วยแบ่งเบาภาระของครูผู้สอน ได้มาก และใช้ได้ดีมีประสิทธิภาพ สามารถนำมาซ่อมเสริม หรือทบทวนความรู้ทั้ง อำนาจประโยชน์ต่อการเรียนการสอนให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของหลักสูตรได้เป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณ คุณครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนสูงเนิน ทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์คำปรึกษาและคำชี้แนะ จนกระทั่งบทเรียนสำเร็จรูปชุด นี้ มีความสมบูรณ์ทั้งรูปแบบและเนื้อหา เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนที่น่าสนใจ

ผู้จัดทำหวังว่าบทเรียนสำเร็จรูปเล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ ต่อการสอนของครู และการเรียนรู้ของนักเรียน นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปปรับใช้ให้เกิด ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องต่อไป

กนิษภาดา แสงนารี

สารบัญ

	หน้า
คำชี้แจงในการเรียน.....	4
จุดประสงค์ของการใช้บทเรียนสำเร็จรูป.....	6
สาระสำคัญ.....	7
จุดประสงค์การเรียนรู้.....	7
แบบทดสอบก่อนเรียน.....	8
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน.....	10
เนื้อหาการเรียนรู้	
กรอบที่ 1 ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต	
พิจารณาตัวอย่าง.....	11
กิจกรรมที่ 1.....	16
กิจกรรมที่ 2.....	18
กรอบที่ 2 พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต.....	21
กิจกรรมที่ 3.....	32
กิจกรรมที่ 4.....	35
กรอบที่ 3 การแบ่งส่วนของเส้นตรงออกเป็นส่วนเท่าๆกัน.....	38
กิจกรรมที่ 5.....	44
แบบทดสอบหลังเรียน.....	46
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน.....	48
เอกสารอ้างอิง.....	49

คำชี้แจงในการเรียน

คำชี้แจงในการเรียน โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ชุด **ลำดับและอนุกรม**
เรื่อง **ลำดับเลขคณิต**

1. สื่อการเรียนรู้อัตโนมัติสำเร็จรูป ชุด ลำดับและอนุกรม เรื่อง ลำดับเลขคณิต เพื่อใช้ประกอบการเรียนรู้ชุดนี้ มีทั้งสิ้น 3 กรอบ
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนก่อน แต่นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ในตนเอง ไม่เปิดดูเฉลยท้ายเล่ม และเก็บไว้ตรวจ พร้อมกับแบบทดสอบหลังเรียน
3. อ่านบทเรียนทีละกรอบตามลำดับ หากมีคำถามในกรอบ ให้นักเรียนตอบคำถามด้วยตนเอง
4. แต่ละคำถามจะมีเฉลยอยู่หน้าถัดไป ดังนั้นควรตอบคำถามให้เสร็จก่อน แล้วจึงเปิดหน้าถัดไปเพื่อดูเฉลยคำตอบ
5. เมื่อเปิดดูเฉลยแล้ว ถ้าตอบไม่ถูก ให้ย้อนกลับไปอ่านกรอบนั้นอีกครั้งหนึ่ง แล้วจึงตอบคำถามอีกครั้งให้ถูกต้อง
6. อ่านด้วยความตั้งใจและมีสมาธิ ไม่ต้องกังวลใดๆ มีเวลา 2-3 ชั่วโมง หากต้องทบทวนให้ทำนอกเวลาได้ และไม่ได้มีการแข่งขัน

7. เมื่อศึกษาเนื้อหาแต่ละกรอบจบแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน แล้วเฉลยและตรวจคำตอบทั้งแบบทดสอบก่อนเรียน และแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง
8. ควรใช้กระดาษเปล่า 2 - 3 แผ่น เป็นกระดาษสำหรับเขียนคำตอบของนักเรียน

สิ่งโตขออ่านคำ
ชี้แจงให้เข้าใจก่อน



จุดประสงค์ของการใช้บทเรียนสำเร็จรูป

1. เพื่อส่งเสริมการอ่านและพัฒนาทักษะกระบวนการ การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน
2. เพื่อส่งเสริมสนับสนุนให้นักเรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเองและพัฒนาศักยภาพของตนทั้งยังได้รับความรู้ตรงตามที่คุณสร้างกำหนดไว้
3. เพื่อหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนรู้บทเรียนสำเร็จรูป ชุด ลำดับและอนุกรม เรื่อง ลำดับเลขคณิต
4. เพื่อหาค่าดัชนีประสิทธิผลของการพัฒนาทักษะกระบวนการการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยใช้สื่อการเรียนรู้ บทเรียนสำเร็จรูป ชุด ลำดับและอนุกรม เรื่อง ลำดับเลขคณิต

ถ้าพร้อมแล้วก็
เริ่มเรียนกันเลย

ได้
เลย

ได้เลยค่ะ



บทเรียนสำเร็จรูป ชุด ลำดับและอนุกรม เรื่อง ลำดับเลขคณิต

สาระสำคัญ

ลำดับ เลขคณิต (arithmetic sequence) คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งเกิดจากพจน์ที่ $n + 1$ ลบด้วยพจน์ที่ n มีค่าคงตัว และค่าคงตัวนี้เรียกว่า ผลต่างร่วม (common difference) เขียนแทนผลต่างร่วมนี้ด้วย d

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนหาผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตได้
2. นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตได้
3. เมื่อกำหนดลำดับเลขคณิตให้นักเรียนสามารถหาพจน์ที่โจทย์กำหนดให้ได้
4. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเลขคณิตได้

กิจกรรมก่อนเรียน



ให้นักเรียนทำแบบทดสอบ
ก่อนเริ่มเรียน เพื่อวัด

แบบทดสอบก่อนเรียน ชุด ลำดับและอนุกรม

เรื่อง ลำดับเลขคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย **x** ทับบนตัวอักษร ก, ข, ค หรือ ง ที่ถูกต้องที่สุด

1. ลำดับเลขคณิต 15, 12, 9, 6, ... จะมีผลต่างร่วมเท่ากับข้อใด

ก. 3

ข. -3

ค. $\frac{4}{5}$

ง. $\frac{5}{4}$

2. กำหนดให้ $a_1 = 8$, $d = 2$ แล้วสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้คือข้อใด

ก. 8, 16, 32, 64

ข. 8, -16, 32, -64

ค. 8, 10, 12, 14

ง. 8, -10, 12, -14

พิจารณาลำดับที่กำหนดให้ ต่อไปนี้ ใช้ตอบคำถามข้อ 3

1. -5, -2, 1, 4, ...

2. 18, 13, 9, 6, ...

3. 3, 4.5, 6, 7.5, ...

4. 5, $\frac{9}{2}$, 4, $\frac{7}{2}$, ...

5. 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ...

6. 1, 2, 3, 4, ...

3. ข้อใดต่อไปนี้คือลำดับเลขคณิตทั้งหมด

ก. ลำดับในข้อ 1, 3, 5, 6

ข. ลำดับในข้อ 2, 3, 4, 6

ค. ลำดับในข้อ 1, 2, 3, 5

ง. ลำดับในข้อ 1, 3, 4, 6

ก็จะพยายาม
ทำไปก่อน



4. กำหนดลำดับเลขคณิตชุดหนึ่งเป็น 23, 18, 13, ..., -52 แล้วจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิตชุดนี้ตรงกับข้อใด

- | | |
|-------|-------|
| ก. 13 | ข. 14 |
| ค. 15 | ง. 16 |

5. พจน์ที่ 20 ของลำดับเลขคณิต 1, 5, 9, 13, ... คือข้อใด

- | | |
|-------|-------|
| ก. 77 | ข. 87 |
| ค. 79 | ง. 89 |

6. กำหนดให้ $a_4 = 26$ และ $a_9 = 61$ แล้วพจน์แรกคือข้อใด

- | | |
|------|------|
| ก. 3 | ข. 4 |
| ค. 5 | ง. 6 |

7. ถ้า 4, a, b, c, 16 เป็นพจน์ห้าพจน์ที่เรียงกันในลำดับเลขคณิต แล้วค่าของ $a + b + c$ คือข้อใด

- | | |
|-------|-------|
| ก. 25 | ข. 30 |
| ค. 35 | ง. 40 |

8. ถ้าสี่พจน์แรกของลำดับคือ 1, 8, 15, 22 แล้วค่าของ $a_{10} + a_{20}$ คือข้อใด

- | | |
|--------|--------|
| ก. 198 | ข. 188 |
| ค. 178 | ง. 168 |

9. พจน์ที่ 10 ของลำดับ 3, 7, 11, 15, ... มากกว่าพจน์ที่ 8 ของลำดับ 2, 5, 8, 11, ... เท่ากับข้อใด

- | | |
|-------|-------|
| ก. 12 | ข. 14 |
| ค. 16 | ง. 18 |

10. พี่ขวัญเริ่มต้นทำงานเป็นผู้ช่วยในคลินิกแห่งหนึ่ง ได้รับเงินเดือนในเดือนแรก 6,000 บาท แต่ได้ทำเต็มตลอดปี ถ้าพี่ขวัญได้รับเงินเดือนเพิ่มปีละ 500 บาททุกปี อยากทราบว่า อีก 12 ปีถัดไป พี่ขวัญจะได้รับเงินเดือนเดือนละเท่าไร

- | | |
|-----------|-----------|
| ก. 10,500 | ข. 11,000 |
| ค. 11,500 | ง. 12,000 |



เจ้าจุกพาเฉลย

มาตรวจคำตอบกับจุก ดีกว่า

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

1. ข 2. ค 3. ง 4. ง 5. ก
6. ค 7. ข 8. ก 9. ค 10. ง

เพื่อนๆ ทำข้อสอบ
ก่อนเรียนไม่ได้ไม่
เป็นไรนะครับเรา

เราก็ว่า
อย่างนั้น



กรอบที่ 1 ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต

พิจารณาลำดับ 1, 4, 7, 10, 13, ...

$$\text{ถ้า } a_2 - a_1 \text{ จะได้ } 4 - 1 = 3$$

$$a_3 - a_2 \text{ จะได้ } 7 - 4 = 3$$

$$a_4 - a_3 \text{ จะได้ } 10 - 7 = 3$$

$$a_5 - a_4 \text{ จะได้ } 13 - 10 = 3$$

จากการสังเกต พบว่า เมื่อนำเอาพจน์หลังลบด้วยพจน์หน้าที่อยู่ติดกัน เช่น $a_2 - a_1$ หรือ $a_3 - a_2$ มีค่าคงตัวเท่ากันเสมอ จะเรียกลำดับนี้ว่า “ลำดับเลขคณิต”

ส่วนผลต่างที่คงตัวเท่ากันเสมอ เรียกว่า “ผลต่างร่วม” เขียนแทนด้วย “d”

ตัวอย่างของลำดับอื่นๆ ที่เป็นลำดับเลขคณิต เช่น

$$1. \quad 3, 7, 11, 15, \dots \text{ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี } d = 7 - 3 = 4$$

$$2. \quad 27, 15, 3, -9, \dots \text{ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี } d = 15 - 27 = -12$$

$$3. \quad -1, -6, -11, -16, -21, \dots \text{ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี } d = -6 - (-1) = -5$$

$$4. \quad 6, 2, -2, -6, \dots \text{ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี } d = 2 - 6 = -4$$

$$5. \quad 3, \frac{11}{4}, \frac{5}{2}, \frac{9}{4}, 2, \dots \text{ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี } d = \frac{11}{4} - 3 = -\frac{1}{4}$$

$$6. \quad 1, 2, 3, 4, \dots \text{ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี } d = 2 - 1 = 1$$



วิน ขอบอกว่า

“การที่เราจะดูว่าลำดับที่กำหนดให้จะเป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่ ก็ไม่ได้ยากเลยนะครับ เพียงแต่เราเอาพจน์หลังลบด้วยพจน์หน้าแต่ต้องอยู่ติดกันถ้าลบแล้วผลลบคงที่ คือเท่ากัน ก็แสดงว่าลำดับนั้นเป็นลำดับเลขคณิต ก็แค่นั้นเองแหละครับ แต่เพื่อน ๆ ต้องลบให้ถูกต้องด้วยนะครับผม ”



พี่ขวัญถามน้อง

“แล้วน้อง ๆ อย่าลืมนะค่ะว่า สัญลักษณ์ที่แทนผลต่างจากการนำพจน์หลังลบด้วยพจน์หน้าที่ติดกันนั้นนะ เขาแทนด้วยตัวแปรใด ”

ก็ไม่น่าจะจำยากนะครับคุณพี่ แล้วเพื่อน ๆ ก็อย่าลืมนะครับ ผลต่างร่วมเขาแทนด้วยตัว “d” ครับผม



พี่วินขอมิเอี้ยว



ถ้าอย่างนั้น เรามาศึกษาบทนิยามของ
ลำดับเลขคณิตเพิ่มเติมดีกว่า จะได้
ชัดเจนมากขึ้นครับ

เพื่อความชัดเจนมากขึ้นค่ะ

บทนิยาม ลำดับเลขคณิต (arithmetic sequence) คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งเกิดจากพจน์
ที่ $n + 1$ ลบด้วยพจน์ที่ n มีค่าคงตัว และค่าคงตัวนี้เรียกว่า ผลต่างร่วม (common
difference) เขียนแทนผลต่างร่วมนี้ด้วย d

พี่ขวัญขอถามหน่อยนะคะ

น้อง ๆ เข้าใจ
มากขึ้นหรือ
เปล่าคะ น่าจะ



คำถามชวนตอบ

ลำดับ 5, 1, -2, -6, ... เป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด



“เชิญค่ะ .. ใครจะตอบยกมือขึ้น”

“ผมครับ”

“หนูค่ะ”



ลูก ๆ คิดให้ดี
ก่อนตอบนะคะ

เฉลยคำถามชวนตอบ

ลำดับ 5, 1, -2, -6, ... เป็นลำดับเลขคณิตหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ไม่เป็น เพราะว่า เมื่อนำพจน์หลังลบด้วยพจน์หน้าที่อยู่ติดกัน

$$\text{แล้ว ได้ผลต่างไม่เท่ากันเสมอ เช่น } a_2 - a_1 = 1 - 5 = -4$$

$$a_3 - a_2 = -2 - 1 = -3$$

$$a_4 - a_3 = -6 - (-2) = -4$$

เพื่อน ๆ คน
ไหนตอบได้

พวกเรานี้ก็
เก่ง



ถ้าทุกคนเข้าใจดีกันแบบนี้แล้ว เราไปทำ
กิจกรรมกันดีกว่า อยากจะทำเต็มที่แล้ว
กำลังเริ่มต้นได้ดี เพื่อน ๆ ว่าอย่างเราไหม

กิจกรรมที่ 1 ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต

คำชี้แจง จงพิจารณาว่าลำดับต่อไปนี้ เป็นหรือไม่เป็นลำดับเลขคณิต และกรณีที่
เป็นลำดับเลขคณิต จงบอกผลต่างร่วม 10 ข้อ (10 คะแนน)

1. 1, 2, 4, 7, 11, 16, ...

ตอบ d =

2. 6, 10, 14, 18, 22, ...

ตอบ d =

3. 5, 7, 9, 11, 13, ...

ตอบ d =

4. 13, 10, 7, 4, 1, ...

ตอบ d =

5. 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

ตอบ d =

6. 4, 8, 12, 16, 20, ...

ตอบ d =

7. 15, 12, 9, 6, 3, ...

ตอบ d =

8. 3, 3, 6, 9, 15, 24, ...

ตอบ d =

9. $\frac{3}{4}, \frac{23}{4}, \frac{43}{4}, \frac{63}{4}, \frac{83}{4}, \dots$

ตอบ d =

10. $\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots$

ตอบ $d = \dots\dots\dots$



เจ้า จุกพาเจอย

มาตรวจสอบ
ความก้าวหน้า



กิจกรรมที่ 1

1. 1, 2, 4, 7, 11, 16, ...

ตอบ ...ไม่เป็นลำดับเลขคณิต.... $d = \dots\dots\dots$

2. 6, 10, 14, 18, 22, ...

ตอบ ...เป็นลำดับเลขคณิต..... $d = \dots\dots4\dots\dots$

3. 5, 7, 9, 11, 13, ...

ตอบ ...เป็นลำดับเลขคณิต... $d = \dots\dots2\dots\dots$

4. 13, 10, 7, 4, 1, ...

ตอบ ...เป็นลำดับเลขคณิต... $d = \dots\dots-3\dots\dots$

5. 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

ตอบ ...ไม่เป็นลำดับเลขคณิต... $d = \dots\dots\dots$

6. 4, 8, 12, 16, 20, ...

ตอบ ...เป็นลำดับเลขคณิต... $d = \dots\dots4\dots\dots$

7. 15, 12, 9, 6, 3, ...

ตอบ ...เป็นลำดับเลขคณิต.... $d = \dots\dots-3\dots\dots$

8. 3, 3, 6, 9, 15, 24, ...

ตอบ ...ไม่เป็นลำดับเลขคณิต... $d = \dots\dots\dots$

9. $\frac{3}{4}, \frac{23}{4}, \frac{43}{4}, \frac{63}{4}, \frac{83}{4}, \dots$

ตอบ ...เป็นลำดับเลขคณิต... $d = \dots\dots\frac{20}{4} = 5\dots$

10. $\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots$

ตอบ ...เป็นลำดับเลขคณิต... $d = \dots\dots\dots\frac{1}{2}\dots\dots\dots$

กิจกรรมที่ 2

คำชี้แจง จงตรวจสอบว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ 10 ข้อ (10 คะแนน)

1. ลำดับ 1, 2, 3, 4, ... เป็นลำดับเลขคณิตที่มี ผลต่างร่วมเป็น 1

ตอบ

2. ลำดับ $-4, -3, -2, -1, \dots$ ไม่เป็นลำดับเลขคณิต เพราะผลต่างร่วมไม่เท่ากัน

ตอบ

3. $5, \frac{9}{2}, 4, \frac{7}{2}, \dots$ ไม่เป็นลำดับเลขคณิต

ตอบ

4. $\frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต มี $d = \frac{1}{45}$

ตอบ

5. $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต มี $d = -\frac{1}{2}$

ตอบ

6. $3, 4.5, 6, 7.5, \dots$ ไม่เป็นลำดับเลขคณิต

ตอบ

7. $9, 8.25, 7.50, 6.75, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต

ตอบ

8. $a, 2a + b, 3a + 2b, 4a + 3b, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ที่มี $d = a + b$

ตอบ

9. $6, 3, 0, -3, \dots$ ไม่เป็นลำดับเลขคณิต

ตอบ

10. $-1, -5, -9, -13, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ที่มี $d = -4$

ตอบ



กิจกรรมที่ 2

1. ลำดับ $1, 2, 3, 4, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี ผลต่างร่วมเป็น 1

ตอบเป็นจริง.....

2. ลำดับ $-4, -3, -2, -1, \dots$ ไม่เป็นลำดับเลขคณิต เพราะผลต่างร่วมไม่เท่ากัน

ตอบเป็นเท็จ....

3. $5, \frac{9}{2}, 4, \frac{7}{2}, \dots$ ไม่เป็นลำดับเลขคณิต

ตอบเป็นเท็จ.....

4. $\frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต มี $d = \frac{1}{45}$

ตอบเป็นเท็จ.....

5. $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต มี $d = -\frac{1}{2}$

ตอบเป็นเท็จ.....

6. $3, 4.5, 6, 7.5, \dots$ ไม่เป็นลำดับเลขคณิต

ตอบเป็นเท็จ.....

7. $9, 8.25, 7.50, 6.75, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต

ตอบเป็นจริง.....

8. $a, 2a + b, 3a + 2b, 4a + 3b, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ที่มี $d = a + b$

ตอบเป็นจริง.....

9. $6, 3, 0, -3, \dots$ ไม่เป็นลำดับเลขคณิต

ตอบเป็นเท็จ.....

10. $-1, -5, -9, -13, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต ที่มี $d = -4$

ตอบเป็นจริง.....



“พวกเราทุกคนสบายมาก ผ่านกันทุกคนเลย อย่างนี้ เราชักอยากจะเรียนเรื่องต่อไปแล้วละครับ คุณครู ไปเถอะเพื่อน ๆ เราไปศึกษาบทเรียนต่อไปดีกว่าถ้าพ่อแม่รู้ว่าเราตั้งใจเรียนแบบนี้ พ่อแม่คงจะภูมิใจในตัวพวกเราน่าคุณเื้อะ”



กรอบที่ 2 พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

พิจารณาลำดับเลขคณิต 1, 8, 15, 22, 29, ... ซึ่งมี $d = 7$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 8 = 1 + 7 \xrightarrow{\text{green arrow}} a_1 + 1d$$

$$a_3 = 15 = 1 + 14 \xrightarrow{\text{yellow arrow}} a_1 + 2d$$

$$a_4 = 22 = 1 + 21 \xrightarrow{\text{blue arrow}} a_1 + 3d$$

$$a_5 = 29 = 1 + 28 \xrightarrow{\text{red arrow}} a_1 + 4d$$

⋮

$$a_n = 1 + (n-1)d \quad \xrightarrow{\text{yellow arrow}} \quad 1 = a_1$$

ช่วยพิจารณาอีกซักตัวอย่างนะ

ลำดับเลขคณิต 6, 2, -2, -6, -10, ... มีผลต่างร่วม = -4

$$a_1 = 6$$

$$\begin{array}{llll}
 a_2 = 2 = 6 + (-4) & \xrightarrow{\text{green}} & a_1 + 1d \\
 a_3 = -2 = 6 + (-8) & \xrightarrow{\text{yellow}} & a_1 + 2d \\
 a_4 = -6 = 6 + (-12) & \xrightarrow{\text{blue}} & a_1 + 3d \\
 a_5 = -10 = 6 + (-16) & \xrightarrow{\text{red}} & a_1 + 4d \\
 \vdots & & \\
 a_n = 6 + (n-1)d & \xrightarrow{\text{yellow}} & 6 = a_1
 \end{array}$$



“ถ้าหากพิจารณาลำดับเลขคณิตทั้งสองตัวอย่างจะเห็นว่า การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตไม่ได้ยากเลย ใช้ไหมละ ตามมาเลยเพื่อนๆ”

จากตัวอย่างทั้งสองของลำดับเลขคณิต

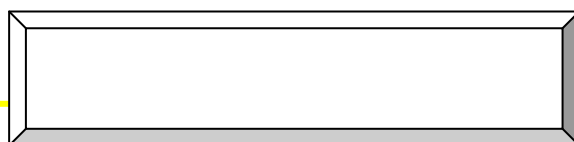
1. 1, 8, 15, 22, 29, ... ได้ $a_n = 1 + (n-1)d$

2. 6, 2, -2, -6, -10, ... ได้ $a_n = 6 + (n-1)d$

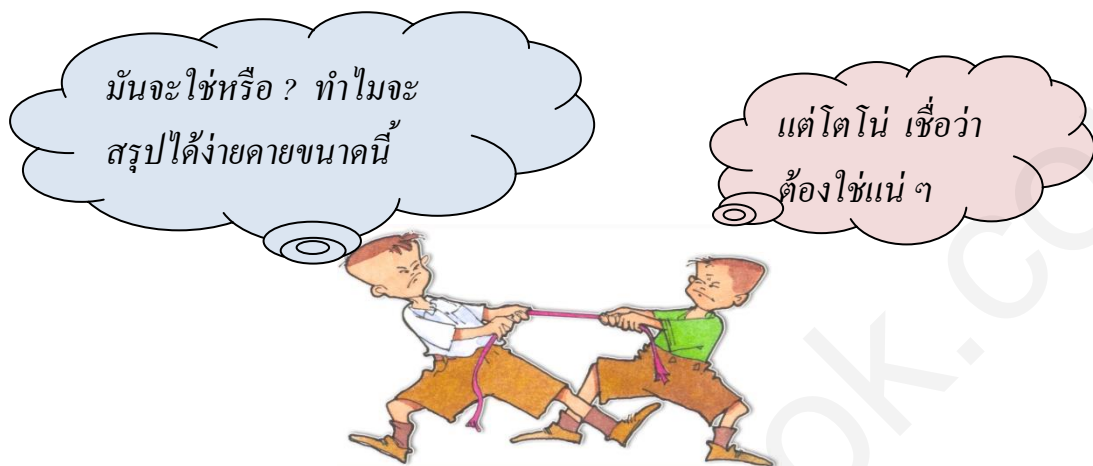
พิจารณาอีกที 1 คือ a_1 ของ ลำดับ 1, 8, 15, 22, 29, ...

6 คือ a_1 ของ ลำดับ 6, 2, -2, -6, -10, ...

นั่นก็น่าจะได้ว่าพจน์ทั่วไป หรือ a_n ของลำดับเลขคณิตเป็น



$$a_n = a_1 + (n-1)d$$



เพื่อน ๆ จะมัวมาสงสัยกันอยู่ทำไมเล่า เราก็ต้องรีบไปศึกษาต่อซิ พวกเราเชื่อว่าคุณครูคงไม่ปล่อยให้เรายิ่ง หรือจะให้ความรู้และสรุปโดยไม่อธิบายต่อไปไม่ได้



“ในเมื่อเราได้พจน์ทั่วไปแล้ว เราก็นำมาพิสูจน์ดูซิว่า ลำดับเลขคณิตอื่น ๆ ที่เราทราบแล้วนะ สามารถนำไปแทนค่าแล้วจะได้พจน์ตามที่กำหนดให้หรือเปล่า งงละซิถ้างั้นเราไปดูตัวอย่างดีกว่านะจ๊ะ”



ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต 10, 15, 20, 25, 30, ...

วิธีทำ ถ้า พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

จากลำดับที่กำหนดให้ $d = 15 - 10 = 5$

ทดสอบ $n=1$ จะได้ $a_1 = 10 + (1-1)5$

$$= 10 + 0 = 10$$

$n=2$ จะได้ $a_2 = 10 + (2-1)5$

$$= 10 + 5 = 15$$

$n=3$ จะได้ $a_3 = 10 + (3-1)5$

$$= 10 + 10 = 20$$

$n=4$ จะได้ $a_3 = 10 + (4-1)5$

$$= 10 + 15 = 25$$

$n=5$ จะได้ $a_3 = 10 + (5-1)5$

$$= 10 + 20 = 30$$

สรุป เมื่อนำพจน์ทั่วไปมาทดสอบ โดยใช้ลำดับเลขคณิตที่ทราบค่าแต่ละพจน์แล้ว ได้ค่าตรง แสดงว่าพจน์ทั่วไปที่นำมาทดสอบเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตที่ต้องการ

พวกเราขอตัวอย่างเพิ่มเติมหน่อยครับ



ตามคำเรียกร้องนะคะ



ตัวอย่างที่ 2 จงทดสอบว่าพจน์ทั่วไป $a_n = a_1 + (n-1)d$ เป็นพจน์ทั่วไปที่ต้องการของลำดับเลขคณิตหรือไม่ เมื่อกำหนดลำดับเลขคณิตให้ดังต่อไปนี้

1. 6, 1, -4, -9, ...

2. 81, 84, 87, 90, 93, ...

ทดสอบ 1. 6, 1, -4, -9, ... ทำ $d = 1 - 6 = -5$

$$n=1 \text{ จะได้ } a_1 = 6 + (1-1)(-5)$$

$$= 6 + 0 = 6$$

$$n=2 \text{ จะได้ } a_2 = 6 + (2-1)(-5)$$

$$= 6 + (-5) = 1$$

$$n=3 \text{ จะได้ } a_3 = 6 + (3-1)(-5)$$

$$= 6 + (-10) = -4$$

$$n=4 \text{ จะได้ } a_4 = 6 + (4-1)(-5)$$

$$= 6 + (-15) = -9$$

ทดสอบ 2. 81, 84, 87, 90, 93, ... หา $d = 84 - 81 = 3$

$$\begin{aligned} n=1 \text{ จะได้ } a_1 &= 81 + (1-1)3 \\ &= 81 + 0 = 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n=2 \text{ จะได้ } a_2 &= 81 + (2-1)3 \\ &= 81 + 3 = 84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n=3 \text{ จะได้ } a_3 &= 81 + (3-1)3 \\ &= 81 + 6 = 87 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n=4 \text{ จะได้ } a_4 &= 81 + (4-1)3 \\ &= 81 + 9 = 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n=5 \text{ จะได้ } a_5 &= 81 + (5-1)3 \\ &= 81 + 12 = 93 \end{aligned}$$

จากการทดสอบมา 3 ตัวอย่าง จะเห็นว่าแต่ละพจน์ที่ทดสอบตรงกันทุกพจน์แสดงว่า

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$



“ก็ในเมื่อเราทราบพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตแล้วนี้ เราก็สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตที่โจทย์กำหนดให้ และหาพจน์ใด ๆ ก็ได้ตามที่เราต้องการสิครับ”

มันก็ต้อง
แน่นอน





ถ้าลงตัวแล้วเรา
ไปศึกษาตัวอย่าง
ที่เกี่ยวกับลำดับ

ตัวอย่าง 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. 4, 9, 14, 19, 24, ...
2. 40, 30, 20, 10, 0, ...
3. -9, -4, 1, 6, 11, ...
4. -6, -10, -14, -18, -22, ...

วิธีทำ ข้อ 1.

4, 9, 14, 19, 24, ...
 $\swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow$
 $+5 \quad +5 \quad +5 \quad +5$

จากโจทย์ $a_1 = 4$ และ $d = a_3 - a_2 = 14 - 9 = a_4 - a_3 = 19 - 14 = 5$

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1) d$

จะได้ $a_n = 4 + (n - 1) (5)$

$$= 4 + 5n - 5$$

$$= 5n - 1$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $5n - 1$

วิธีทำ ข้อ 2. 40, 30, 20, 10, 0, ...

จากโจทย์ $a_1 = 40$ และ $d = a_3 - a_2 = 20 - 30 = a_4 - a_3 = 10 - 20 = -10$

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1) d$

จะได้ $a_n = 40 + (n - 1) (-10)$

$$= 40 - 10n + 10$$

$$= 50 - 10n$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $50 - 10n$

วิธีทำ ข้อ 3. -9, -4, 1, 6, 11, ...

จากโจทย์ $a_1 = -9$ และ $d = a_2 - a_1 = (-4) - (-9) = 5$

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1) d$

จะได้ $a_n = -9 + (n - 1) (5)$

$$= -9 + 5n - 5$$

$$= 5n - 14$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $5n - 14$

วิธีทำ ข้อ 4. -6, -10, -14, -18, -22, ...

จากโจทย์ $a_1 = -6$ และ $d = a_4 - a_3 = (-18) - (-14) = -4$

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต $a_n = a_1 + (n - 1) d$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_n &= -6 + (n - 1)(-4) \\ &= -6 - 4n + 4 \\ &= -4n - 2 \end{aligned}$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $-4n - 2$

ตัวอย่าง 4 จงเขียนสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิต ซึ่งกำหนดค่า $a_1 =$ และ ค่า d ดังนี้

1. $a_1 = 3$, $d = 2$

2. $a_1 = 8$, $d = -2$

วิธีทำ พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตคือ $a_n = a_1 + (n - 1) d$

กำหนด $a_1 = 3$, $d = 2$ จะได้

$$a_2 = a_1 + d = 3 + 2 = 5$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 3 + 2(2) = 3 + 4 = 7$$

$$a_4 = a_1 + 3d = 3 + 3(2) = 3 + 6 = 9$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ 3, 5, 7, 9

1. กำหนด $a_1 = 8$, $d = -2$ จะได้

$$a_2 = a_1 + d = 8 + (-2) = 6$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 8 + 2(-2) = 8 + (-4) = 4$$

$$a_4 = a_1 + 3d = 8 + 3(-2) = 8 + (-6) = 2$$

ดังนั้น ลำดับแรกของลำดับนี้คือ 8, 6, 4, 2

“ ลูกศิษย์ของครูทุกคนขยันจริง
ๆเลย อย่างนี้สิ ครูถึงจะมี
กำลังใจในการทำงาน ชอบใจ
ทุกคนเลยนะจ๊ะ ”



น้อง ๆ กำลังไป
ได้ดี เรายังไป

ตัวอย่างที่ 5 จงหาพจน์ที่ 30 ของลำดับเลขคณิต 1, 5, 9, 13, ...

วิธีทำ จากลำดับเลขคณิต 1, 5, 9, 13, ...

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 \text{ และ } d = 9 - 5 = 4$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\text{จะได้ } a_{30} = 1 + (30 - 1)4$$

$$= 1 + (29)(4)$$

$$= 1 + 116$$

$$a_{30} = 117$$

ดังนั้น พจน์ที่ 30 ของลำดับคือ 117

คำถามชวนคิด

พจน์ที่ 20 ของลำดับเลขคณิต 3, 7, 11, 15, ... คือ

“ คงไม่ยากเกินความสามารถ
ของพวกเราเพื่อน ๆ นะคะ ”



พวกเราศึกษา
เนื้อหา มากก็มากแต่
ไม่เห็นว่าจะ

ยิ่งเรียน ยิ่งสนุก
ใช้ใหม่เพื่อน ๆ
แต่เอเรายัง



“ งั้นพวกเราจะมีรื้อซ้ำอยู่ทำไมกันละ ”

เฉลย คำถามชวนคิด

พจน์ที่ 20 ของลำดับเลขคณิต 3, 7, 11, 15, ... คือ ...79.....

จากลำดับ จะได้ $a_1 = 3$ และ $d = 15 - 11 = 4$

จาก $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้ $a_{20} = 3 + (20 - 1)4$

$$= 3 + (19)(4)$$

$$= 3 + 76$$

$$= 79$$

ดังนั้น พจน์ที่ 20 ของลำดับนี้คือ 79

กิจกรรมที่ 3 พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต



“ พวกเรามีความรู้เรื่อง ลำดับเลขคณิต และพจน์ทั่วไปของ ลำดับเลขคณิตแล้วนะคะ ถ้างั้นเพื่อน ๆ พร้อมทั้งจะมาทดสอบความรู้กันแล้วนะคะ มาเลยคะมาทำกิจกรรมที่ 3 กัน”

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้

ต่อไปนี่ 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน (10 คะแนน)

1) $a_1 = 2$, $d = 4$

วิธีทำ $a_1 = \dots\dots\dots$

$$a_2 = \dots\dots\dots$$

2) $a_1 = 3$, $d = 5$

วิธีทำ $a_1 = \dots\dots\dots$

$$a_2 = \dots\dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots$$

ดังนั้น ลำพจน์แรก คือ

ดังนั้น ลำพจน์แรก คือ

3) $a_1 = -3$, $d = 3$

วิธีทำ $a_1 = \dots\dots$

$$a_2 = \dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots$$

ดังนั้น ลำพจน์แรก คือ

4) $a_1 = -4$, $d = 2$

วิธีทำ $a_1 = \dots\dots$

$$a_2 = \dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots$$

ดังนั้น ลำพจน์แรก คือ

5) $a_1 = 2$, $d = -2$

วิธีทำ $a_1 = \dots\dots$

$$a_2 = \dots\dots$$

$$a_3 = \dots\dots$$

$$a_4 = \dots\dots$$

ดังนั้น ลำพจน์แรก คือ

เราคิดว่า
เพื่อนๆ ทำได้



จุกพาเฉลย

มาตรฐาน ความก้าวหน้า



กิจกรรมที่ 3



“โอโฮ เพื่อนๆ ยอดเยี่ยมมาก ตั้งใจเรียน ตั้งใจทำกิจกรรม
แบบนี้ จিজ้าว่า เรามาดูเฉลยกันดีกว่าค่ะ..”

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้

ต่อไปนี้เป็น 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน (10 คะแนน)

$$1) a_1 = 2, d = 4$$

วิธีทำ $a_1 = \dots 2 \dots$

$$a_2 = 2 + (1)4 = 6$$

$$a_3 = 2 + 2(4) = 10$$

$$a_4 = 2 + 3(4) = 14$$

ดังนั้น สี่พจน์แรก คือ 2, 6, 10, 14

$$2) a_1 = 3, d = 5$$

วิธีทำ $a_1 = 3$

$$a_2 = 8$$

$$a_3 = 13$$

$$a_4 = 18$$

ดังนั้น สี่พจน์แรก คือ 3, 8, 13, 18

$$3) a_1 = -3, d = 3$$

$$\text{วิธีทำ } a_1 = -3$$

$$a_2 = 0$$

$$a_3 = 3$$

$$a_4 = 6$$

ดังนั้น ลำดับแรกคือ $-3, 0, 3, 6$

$$4) a_1 = -4, d = 2$$

$$\text{วิธีทำ } a_1 = -4$$

$$a_2 = -2$$

$$a_3 = 0$$

$$a_4 = 2$$

ดังนั้น ลำดับแรกคือ $-4, -2, 0, 2$

$$5) a_1 = 2, d = -2$$

$$\text{วิธีทำ } a_1 = 2$$

$$a_2 = 0$$

$$a_3 = -2$$

$$a_4 = -4$$

ดังนั้น ลำดับแรกคือ $2, 0, -2, -4$

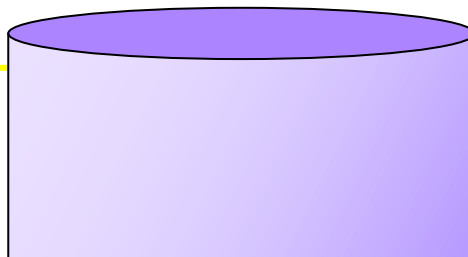
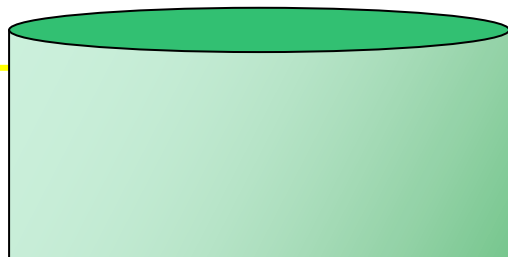


เพื่อน ๆ ทำ
กิจกรรมที่ 4

กิจกรรมที่ 4 พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

คำชี้แจง จงโยงเส้นจับคู่พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตเมื่อกำหนด พจน์ที่ 1 และ d

ให้ 10 ข้อ (10 คะแนน)



1. $a_1 = 5, d = 3$

2. $a_1 = 20, d = -2$

3. $a_1 = -1, d = 5$

4. $a_1 = 17, d = -3$

5. $a_1 = 9, d = 6$

6. $a_1 = 10, d = -5$

7. $a_1 = 5, d = 1$

8. $a_1 = -27, d = 3$

9. $a_1 = -5, d = -3$

10. $a_1 = 5, d = -5$

ก. $a_n = 20 - 3n$

ข. $a_n = 15 - 5n$

ค. $a_n = 3n - 30$

ง. $a_n = 10 - 5n$

จ. $a_n = 3n + 2$

ฉ. $a_n = -3n - 2$

ช. $a_n = 22 - 2n$

ซ. $a_n = 6n + 3$

ณ. $a_n = n + 4$

ญ. $a_n = 5n - 6$



เจ้าลูกพาเนลย

มาตรฐาน ความก้าวหน้า



กิจกรรมที่ 4

คำชี้แจง จงโยงเส้นจับคู่พจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตเมื่อกำหนด พจน์ที่ 1

และ d ให้ 10 ข้อ (10 คะแนน)

1. $a_1 = 5, d = 3$

ก. $a_n = 20 - 3n$

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 2. $a_1 = 20, d = -2$ | ข. $a_n = 15 - 5n$ |
| 3. $a_1 = -1, d = 5$ | ค. $a_n = 3n - 30$ |
| 4. $a_1 = 17, d = -3$ | ง. $a_n = 10 - 5n$ |
| 5. $a_1 = 9, d = 6$ | จ. $a_n = 3n + 2$ |
| 6. $a_1 = 10, d = -5$ | ฉ. $a_n = -3n - 2$ |
| 7. $a_1 = 5, d = 1$ | ช. $a_n = 22 - 2n$ |
| 8. $a_1 = -27, d = 3$ | ซ. $a_n = 6n + 3$ |
| 9. $a_1 = -5, d = -3$ | ณ. $a_n = n + 4$ |
| 10. $a_1 = 5, d = -5$ | ญ. $a_n = 5n - 6$ |

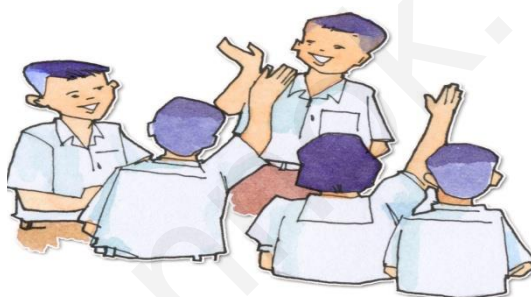


ครูขอชื่นชม
นักเรียนของครูทุก
คนเลยนะคะ ยอด
เยี่ยมมาก พ่อแม่

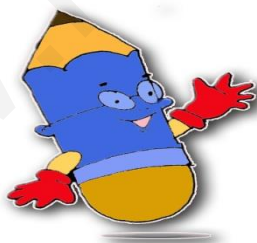


“โอโห เพื่อนๆ ยอดเยี่ยมมาก ตั้งใจเรียนแบบนี้ จิ๊จ๋าว่าเราไป
ศึกษากรอบที่ 3 กันต่อดีกว่าค่ะ..”

“พวกเราขอพักยก ชักนึดนึงนะ
ครับ ใคร ๆ คิดเหมือนกับเราบ้าง
แต่เอ น่าจะมีรางวัลมาปลอบใจ
บ้างนะนี้ ”

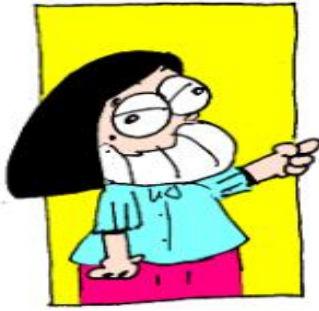


“งั้นก็เอาไปเลย รางวัลสำหรับนักเรียน
ที่ตั้งใจเรียนอย่างพวกพี่ ๆ หวานเจี๊ยบ
เย็นชื่นใจเลยละครับ จุ๊กจะบอกให้”



มาเถอะเด็ก ๆ
มาศึกษาเรื่อง
ต่อไปนี้กันเพี

กรอบที่ 3 การแก้ปัญหาโจทย์กับลำดับเลขคณิต



“ สำหรับกรอบนี้ เราจะรวบรวมเอาโจทย์ใน
ลักษณะต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับลำดับเลขคณิตที่เราควรจะรู้
และสามารถนำไปแก้ปัญหาโจทย์ในลักษณะอื่น ๆ ที่
เรายังไม่ทราบกันอีกมากมาย ขอให้นักเรียนตั้งใจ
ศึกษาให้ดีนะคะ ครูเอาใจช่วยค่ะ ”

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ลำดับเลขคณิตมีพจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 9 เท่ากับ 19 และ 31
ตามลำดับ จงหา a_1 , d และ a_{10}

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้ $a_5 = 19$, $a_9 = 31$

เขียนได้ $a_5 = a_1 + (5 - 1) d$

$$19 = a_1 + 4d \dots\dots\dots (1)$$

$$a_9 = a_1 + (9 - 1) d$$

$$31 = a_1 + 8d \dots\dots\dots (2)$$

$$(2) - (1) \quad \text{จะได้} \quad 12 = 4d$$

$$d = 3$$

นำค่า $d = 3$ แทนค่า (1)

$$\text{จะได้} \quad 19 = a_1 + 4(3)$$

$$19 = a_1 + 12 \quad , \quad a_1 = 7$$

จากการแก้สมการ จะได้ $a_1 = 7$ และ $d = 3$

$$\text{จาก} \quad a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\begin{aligned} \text{หา} \quad a_{10} &= 7 + (9 - 1)(3) \\ &= 7 + 24 \\ &= 31 \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ว่า ถ้า $a_5 = 19$, $a_9 = 31$ จะได้ $a_1 = 7$, $d = 3$ และ $a_{10} = 31$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ลำดับเลขคณิตมีพจน์ที่ 3 เท่ากับ 12 และมีผลต่างร่วมเท่ากับ -3 จงหาพจน์ที่ 25

วิธีทำ

รู้อะไรจากโจทย์

รู้ $a_3 = 12$, $d = -3$

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการ a_{25}

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

จากพจน์ทั่วไป แสดงว่า ตัวแปรตัวใด ที่ต้องการหา

a_1

ไม่ยาก นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ให้เกิดประโยชน์ดังนี้

$$a_3 = a_1 + (3-1)(-3)$$

$$12 = a_1 + (-6)$$

$$a_1 = 18$$

รู้หรือไม่ ที่ได้ 18 แก่สมการให้ถูก

จะได้ a_{25}

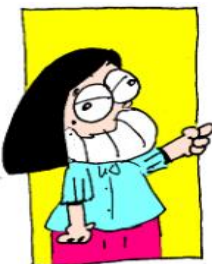
$$a_{25} = 18 + 24(-3)$$

$$= 18 - 72 = -54$$

เอ... ตัวอย่างที่เราศึกษามา ก็ไม่เห็นจะยากเลย นี่ละนี่ เพื่อน ๆ ความตั้งใจเต็มร้อย ซะอย่าง ไม่เห็นจะยากอย่างที่คิดเลยเน้อะ



ถูกต้องเลยจ้า ใครที่ยังไม่ค่อยเข้าใจ ก็ค่อย ๆ ศึกษาไปนะจ๊ะนักเรียน ไปทีละขั้นตอน ไม่ต้องรีบ



อีกซักตัวอย่างนะ
ครับ ศึกษาตัวอย่าง
มาก ๆ จะได้เข้าใจ



ได้เลยครับ พวกเราพร้อมทุกเมื่อ
ยิ่งเรียนยิ่งรู้เรื่อง อยากจะทำ
กิจกรรมแล้วด้วยซ้ำครับผม...



ตัวอย่างที่ 3 ถ้า 11, x , y , z , 23 เป็นลำดับเลขคณิต จงหาค่าของ $x + y + z$

วิธีทำ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ $a_1 = 11$ และ $a_5 = 23$

โจทย์ต้องการอะไร โจทย์ต้องการ $x + y + z$

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต คือ $a_n = a_1 + (n-1)d$

จากพจน์ทั่วไป แสดงว่า ตัวแปรตัวใด ที่ต้องหา d

นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ให้เกิดประโยชน์ดังนี้

$$a_5 = 11 + (5-1)d$$

$$23 = 11 + 4d$$

$$12 = 4d$$

$$d = 3$$

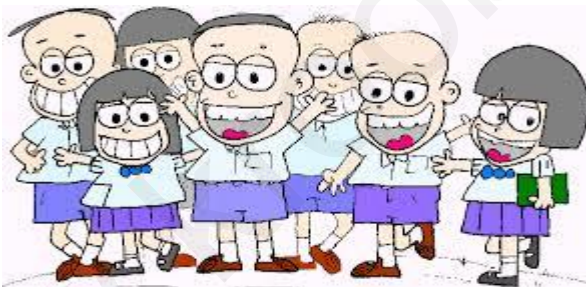
จะได้

$$\begin{aligned} x = a_2 &= 11 + 1d \\ &= 11 + 3 = 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = a_3 &= 11 + 2d \\ &= 11 + 2(3) \\ &= 11 + 6 = 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z = a_4 &= 11 + 3d \\ &= 11 + 3(3) \\ &= 11 + 9 = 20 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าของ $x + y + z = 14 + 17 + 20 = 51$



“เพื่อน ๆ เข้าใจดีเหมือนกับพวก
เราหรือเปล่า เราทุกคนพร้อมจะ
รับเพื่อนใหม่เข้าสู่สมาคม เด็ก
เรียนดี มีจิตอาสานะ...”

ตัวอย่างที่ 4 ระหว่าง 13 กับ 1,502 มีจำนวนที่ 12 หารลงตัวทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนแรกที่ยิ่งมากกว่า 13 และ 12 หารลงตัวคือ 24

เมื่อนำ 1,502 หารด้วย 12 ได้ผลหาร 125 เหลือเศษ 2

แสดงว่า จำนวนที่ยิ่งมากที่สุดที่น้อยกว่า 1,502 และ 12 หารลงตัว คือ

$$1,502 - 2 = 1,500$$

ดังนั้น จำนวนที่อยู่ระหว่าง 13 กับ 1,502 ที่ 12 หารลงตัว คือ

24, 36, 48, 60, ..., 1,500 ซึ่งจำนวนกลุ่มนี้เป็นลำดับซึ่งมี

$$a_1 = 24, \quad d = 12, \quad a_n = 1,500$$

$$\text{จาก} \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$1,500 = 24 + (n-1)(12)$$

$$1,500 = 24 + (n-1)(12)$$

$$1,500 = 24 + 12n - 12$$

$$1,500 - 24 + 12 = 12n$$

$$1,488 = 12n$$

$$n = \frac{1,488}{12}$$

$$= 124$$

นั่นคือ ระหว่าง 13 กับ 1,502 มีจำนวนที่ 12 หารลงตัวทั้งหมด 124 จำนวน



เด็ก ๆ อย่าเครียด
มากนะจ๊ะ ค่อย ๆ
ศึกษา ทำความ
เข้าใจ ไม่ต้องเร่ง

ตัวอย่างที่ 5 โรงภาพยนตร์แห่งหนึ่งจัดเก้าอี้สำหรับผู้ชมแถวแรกอยู่ด้านหน้าสุด 10 ที่นั่ง แถวที่สองจัดเก้าอี้จำนวน 14 ที่นั่ง และแถวต่อไป จะจัดเก้าอี้เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ แถวละ 4 ที่นั่ง แถวที่ 20 จะมีเก้าอี้จำนวนกี่ที่นั่ง

วิธีทำ เขียนจำนวนเก้าอี้ตั้งแต่แถวแรกในแบบรูปของลำดับได้ดังนี้

$$10, 14, 18, 22, 26, \dots, a_{20} \quad \text{จะได้} \quad a_1 = 10, d = 4, n = 20$$

$$\text{จาก} \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

จะได้

$$a_{20} = 10 + (20 - 1)(4)$$

$$a_{20} = 10 + 76$$

$$= 86$$

ดังนั้นในแถวที่ 20 จะมีเก้าอี้จำนวน 86 ที่นั่ง



“โจทย์ลักษณะนี้ ใช้กับการจัดกองของเตงโม ที่เขาจัดขายได้ไหมคะ เพื่อน ๆ เคยสังเกตไหม จะมีร้านที่เขาขายเตงโมบางที่เขาจัดเตงโมเป็นชั้น ๆ สวยงามเป็นระเบียบดีมากเลย บางทีคนขายเขาอาจจะเอาหลักการจัดไปใช้ในการจัดเรียงเตงโมก็เป็นไปได้ เพื่อน ๆ ว่าอย่างเราไหม”

ก็น่าจะใช้ มันต้องจัดอย่างมีหลักการแน่ ๆ ถ้าจั้นมันคงจะตั้งอยู่ไม่ได้แบบ



“แต่ทางที่ดีตอนนี้ เราไปทำกิจกรรมกันก่อนนะเพื่อน ๆ”

กิจกรรมที่ 5 การแก้ปัญหาโจทย์กับลำดับเลขคณิต

คำชี้แจง จงหาคำตอบมาเติมลงในช่องว่างต่อไปนี้ 10 ข้อ (10 คะแนน)

1. กำหนด $a_n = -n - 3$ แล้วพจน์ที่ 50 คือ

2. พจน์ที่ 20 ของลำดับเลขคณิต 3, 8, 13, 18, 23, ... คือ
3. พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี $a_6 = 12$ และ $a_{10} = 16$ คือ
4. พจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิตที่มี $a_3 = 20$ และ $a_7 = 32$ คือ
5. ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตที่มี $a_2 = 16$ และ $a_{12} = 116$ คือ
6. ระหว่าง 100 ถึง 2,000 มีจำนวนที่ 10 หารลงตัวกี่จำนวน ตอบ
7. จำนวนที่อยู่ระหว่าง 39 และ 51 ที่ทำให้ทั้งสามจำนวนนี้อยู่ในลำดับเลขคณิต

ตอบ

8. ถ้าจัดแผ่นไม้กองหนึ่งซ้อน ๆ กันให้ชั้นล่างมีไม้เรียงตามยาวชิดกันตลอด 52 แผ่น วางชั้นที่ 2 ให้แนวกึ่งกลางของไม้แต่ละแผ่นในชั้นนี้อยู่ตรงกับรอยต่อของไม้แต่ละคู่ในชั้นแรก ทำเช่นนี้ในชั้นต่อไป จนชั้นบนสุดมีไม้ 7 แผ่น จงหาความสูงของกองไม้นี้ ถ้าไม้ทุกแผ่นเรียบ และหนา 3 เซนติเมตร เท่ากันทุกแผ่น

ตอบ

9. บริษัทขายรถยนต์แห่งหนึ่ง รับซื้อรถยนต์คืนจากผู้ซื้อในอัตราดังนี้ รถยนต์ที่ใช้แล้ว 1 ปี จะซื้อในราคาที่ต่ำกว่าราคาที่ซื้อจากบริษัท 100,000 บาท และหลังจากนั้นราคาของการซื้อคืนจะลดลงปีละ 70,000 บาท ถ้าซื้อรถยนต์จากบริษัทนี้มาในราคา 1 ล้านบาท จงหาราคาที่บริษัทจะรับซื้อรถยนต์คืน เมื่อใช้ไปแล้ว 5 ปี

ตอบ

10. ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตคือ 20, 16, และ 12 ตามลำดับแล้ว -96 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับนี้ ตอบ



เจ้าจุฬาพลอย

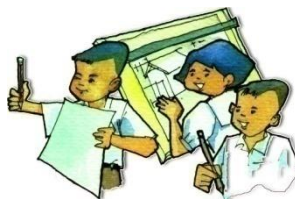
มาตรวจสอบ
ความก้าวหน้า



กิจกรรมที่ 5

1. กำหนด $a_n = -n - 3$ แล้วพจน์ที่ 50 **คือ -53**
2. พจน์ที่ 20 ของลำดับเลขคณิต 3, 8, 13, 18, 23, ... **คือ 98**
3. พจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี $a_6 = 12$ และ $a_{10} = 16$ **คือ 7**
4. พจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิตที่มี $a_3 = 20$ และ $a_7 = 32$ **คือ 86**
5. ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตที่มี $a_2 = 16$ และ $a_{12} = 116$ **คือ 10**
6. จำนวน 100 ถึง 2,000 มีจำนวนที่ 10 หารลงตัวกี่จำนวน **ตอบ 191**
7. จำนวนที่อยู่ระหว่าง 39 และ 51 ที่ทำให้ทั้งสามจำนวนนี้อยู่ในลำดับเลขคณิต
ตอบ 45
8. ถ้าจัดแผ่นไม้กองหนึ่งซ้อน ๆ กันให้ชั้นล่างมีไม้เรียงตามยาวชิดกันตลอด
52 แผ่น วางชั้นที่ 2 ให้แนวกึ่งกลางของไม้แต่ละแผ่นในชั้นนี้อยู่ตรงกับรอยต่อ
ของไม้แต่ละคู่ในชั้นแรก ทำเช่นนี้ในชั้นต่อไป จนชั้นบนสุดมีไม้ 7 แผ่น จงหา
ความสูงของกองไม้นี้ ถ้าไม้ทุกแผ่นเรียบ และหนา 3 เซนติเมตร เท่ากันทุกแผ่น
ตอบ 138 เซนติเมตร
9. บริษัทขายรถยนต์แห่งหนึ่ง รับซื้อรถยนต์คืนจากผู้ซื้อในอัตราดังนี้ รถยนต์ที่ใช้แล้ว
1 ปี จะซื้อในราคาที่ต่ำกว่าราคาที่ซื้อจากบริษัท 100,000 บาท และหลังจากนั้นราคา
ของการซื้อคืนจะลดลงปีละ 70,000 บาท ถ้าซื้อรถยนต์จากบริษัทนี้มาในราคา 1
ล้านบาท จงหาราคาที่บริษัทจะรับซื้อรถยนต์คืน เมื่อใช้ไปแล้ว 5 ปี
ตอบ 620,000 บาท
10. ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตคือ 20, 16, และ 12 ตามลำดับแล้ว -96 เป็น
พจน์ที่เท่าไรของลำดับนี้ **ตอบ 30**

“เก่งมากเลยทุกคน ทำคะแนนได้ดีมากทุกคณิตศาสตร์
ไม่ได้ยากอย่างที่คิด เดี่ยวพวกเราเตรียมตัวสอบวัดความรู้
ท้ายบทนะค่ะ” “..ได้เลยครับ”



แบบทดสอบหลังเรียน ชุด ลำดับและอนุกรม

เรื่อง ความหมายของลำดับ

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย **x** ทับบนตัวอักษร ก, ข, ค หรือ ง ที่ถูกต้องที่สุด

1. ลำดับเลขคณิต 15, 12, 9, 6, ... จะมีผลต่างร่วมเท่ากับข้อใด

ก. -3

ข. 3

ง. $\frac{5}{4}$

ค. $\frac{4}{5}$

2. กำหนดให้ $a_1 = 8$, $d = 2$ แล้วสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้คือข้อใด

ก. 8, 16, 32, 64

ข. 8, 10, 12, 14

ค. 8, -16, 32, -64

ง. 8, -10, 12, -14

พิจารณาลำดับที่กำหนดให้ ต่อไปนี้

1. -5, -2, 1, 4, ...

2. 18, 13, 9, 6, ...

3. 3, 4.5, 6, 7.5, ...

4. $5, \frac{9}{2}, 4, \frac{7}{2}, \dots$

5. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

6. 1, 2, 3, 4, ...

3. ข้อใดต่อไปนี้คือลำดับเลขคณิตทั้งหมด

ก. ลำดับในข้อ 2, 3, 4, 6

ข. ลำดับในข้อ 1, 3, 5, 6

ค. ลำดับในข้อ 1, 3, 4, 6

ง. ลำดับในข้อ 1, 2, 3, 5

4. กำหนดลำดับเลขคณิตชุดหนึ่งเป็น 23, 18, 13, ..., -52 แล้วจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิตชุดนี้ตรงกับข้อใด

ก. 16

ข. 15

ค. 14

ง. 13

5. พจน์ที่ 20 ของลำดับเลขคณิต 1, 5, 9, 13, ... คือข้อใด

ก. 89

ข. 87

၁. 77

6. กำหนดให้ $a_4 = 26$ และ $a_0 = 61$ แล้วพจน์แรกคือข้อใด

v. 5

4. 3

7. ถ้า 4, a, b, c, 16 เป็นพจน์ห้าพจน์ที่เรียงกันในลำดับเลขคณิต แล้วค่าของ $a + b + c$ คือข้อใด

У. 35

၁. 25

8. ถ้าสี่พจน์แรกของลำดับคือ 1, 8, 15, 22 แล้วค่าของ $a_{10} + a_{20}$ คือข้อใด

v. 188

168

9. พจน์ที่ 10 ของลำดับ 3, 7, 11, 15,... มากกว่าพจน์ที่ 8 ของลำดับ 2, 5, 8, 11, ... เท่ากับข้อใด

۷. 12

¶. 16

10. พี่ขวัญเริ่มต้นทำงานเป็นผู้ช่วยในคลินิกแห่งหนึ่ง ได้รับเงินเดือนในเดือนแรก 6,000 บาท แต่ได้เท่าเดิมตลอดปี ถ้าพี่ขวัญได้รับเงินเดือนเพิ่มปีละ 500 บาททุกปี อยากทราบว่า อีก 12 ปีถัดไป พี่ขวัญจะได้รับเงินเดือนเดือนละเท่าไร

၂. 11,000

4. 12,000



ขอให้ตอบถูก

ทุก ๆ ชื่อเลยนะคะ

ได้เวลา ... ตรวจคำตอบ

แล้วเจ้าข้าเอ๋ย



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

1. ก 2. ข 3. ค 4. ก 5. ง
6. ข 7. ค 8. ก 9. ง 10. ค



..เพื่อน ๆคะ นี่เราก็ผ่านไปอีกบทเรียนหนึ่งแล้วนะคะ แต่หากเพื่อนๆ ยังสงสัยหรือไม่เข้าใจประการใด สามารถกลับมาทบทวนบทเรียนได้อีกครั้งนะคะ สำหรับลำดับเลขคณิตก็จะจบลงอีกแล้วจ้า พบกันในช่วงต่อไปนะคะ สวัสดีค่ะ..

บรรณานุกรม

กมล เอกไทยเจริญ. คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 1 สาระการเรียนรู้พื้นฐาน.

กรุงเทพ ฯ : ไชยเอ็ดพับลิชชิง จำกัด, 2537.

กระทรวงศึกษาธิการ . คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6. กรุงเทพฯ :

สทศค, 2552.

_____. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์

เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. กรุงเทพฯ : สทศค, 2551.

_____. คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว, 2547.

ณรงค์ ปั่นน้อมและคณะ. คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ รวม ม.4 – 5 – 6 .

กรุงเทพฯ ; ภูมิบัณฑิตการพิมพ์ จำกัด, ม.ป.ป..

นพพร แหยมแสง. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ คณิตศาสตร์ ม. 5

กรุงเทพฯ : พัฒนาคุณภาพวิชาการ, 2548.

ประทุมพร ศรีวัฒนกุล และ เจริญชัย เอื้อสกุลเกียรติ . คณิตศาสตร์ ม. 5 เล่ม 1 .

กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช, ม.ป.ป..

เลิศ สิทธิโกศล. Math Review คณิตศาสตร์ ม. 4 – 6 เล่ม 3 (พื้นฐาน).

กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิง, 2555.

ศุภกิจ เณลิมวิสุตม์กุล. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

5 ภาคเรียนที่ 1 . กรุงเทพฯ : แม็ค, 2554.

สำราญ มีแจ้ง และคณะ . คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม. 5 เล่ม 1 สมบูรณ์แบบ .

กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช, 2549.