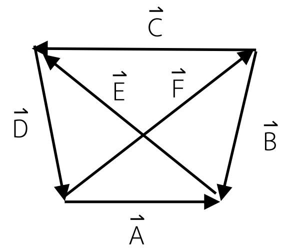
**แบบทดสอบก่อนเรียน**
**รายวิชาวิทยาศาสตร์ 3 รหัสวิชา ว30103**
**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 1 การบวกเวกเตอร์**

**<u>คำชี้แจง</u>** นักเรียนทำเครื่องหมาย X ทับอักษรหน้าคำตอบที่ถูกที่สุด เพียงคำตอบเดียว ใช้เวลาทำแบบทดสอบ 15 นาที คะแนนเต็ม 10 คะแนน

1. ปริมาณทางฟิสิกส์ตรงกับข้อใด
   ก. ปริมาณความเร็ว และปริมาณความเร่ง
   ข. ปริมาณสเกลาร์ และปริมาณความเร่ง
   ค. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณสเกลาร์
   ง. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณความเร็ว
   จ. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณความเร่ง

2. ถ้าเดินทางไปทิศตะวันออก 30 เมตร แล้วเดินทางไปทางทิศเหนือ 40 เมตร ระยะการกระจัดตรงกับข้อใด
   ก. 30 เมตร
   ข. 40 เมตร
   ค. 50 เมตร
   ง. 60 เมตร
   จ. 70 เมตร

3. จากรูปแสดงเวกเตอร์ $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$ และ $\vec{F}$ ข้อใดถูกต้องตามหลักการรวมเวกเตอร์




   ก. $\vec{F} + \vec{B} = \vec{E} + \vec{D}$
   ข. $\vec{A} - \vec{F} = \vec{E} - \vec{C}$
   ค. $\vec{B} + \vec{E} = \vec{D} + \vec{F}$
   ง. $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C} + \vec{D}$
   จ. $\vec{A} - \vec{F} = \vec{D} + \vec{F}$

4. แรง 2 แรง ขนาด 15 นิวตัน และ 20 นิวตัน ตามลำดับ จะมีแรงลัพธ์ขนาดน้อยที่สุดกี่นิวตัน

ก. 0 นิวตัน
ข. 2 นิวตัน
ค. 3 นิวตัน
ง. 4 นิวตัน
จ. 5 นิวตัน

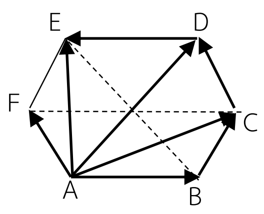
5. จากข้อ 4 แรงลัพธ์มีขนาดมากที่สุดกี่นิวตัน

ก. 20 นิวตัน
ข. 25 นิวตัน
ค. 30 นิวตัน
ง. 35 นิวตัน
จ. 40 นิวตัน

6. $\vec{A}$ มีขนาด 10 หน่วย และ $\vec{B}$ มีขนาด 6 หน่วย อยากทราบว่าเวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดมากที่สุดและน้อยที่สุดเท่าไร

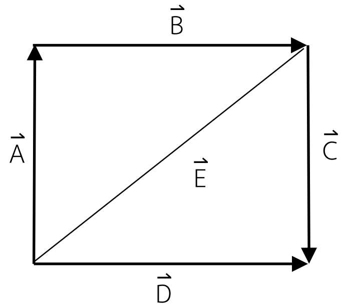
ก. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 4 หน่วย
ข. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 6 หน่วย
ค. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 2 หน่วย
ง. มีขนาดมากที่สุด 10 หน่วย และน้อยที่สุด 6 หน่วย
จ. มีขนาดมากที่สุด 10 หน่วย และน้อยที่สุด 4 หน่วย

7. กำหนดให้ ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป จงหาผลบวกของเวกเตอร์ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$ ให้เหลือแค่เวกเตอร์เดียวตรงกับข้อใด




ก. $\overrightarrow{AE}$
ข. $\overrightarrow{AB}$
ค. $\overrightarrow{AC}$
ง. $\overrightarrow{AD}$
จ. $2\overrightarrow{AD}$

8. $\vec{A}$ , $\vec{B}$ , $\vec{C}$ , $\vec{D}$ และ $\vec{E}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กันดังรูปสรุปได้ว่าคำตอบข้อใดถูก




1. $\vec{A} - \vec{E} = \vec{B}$
2. $\vec{D} - \vec{C} = \vec{E}$
3. $\vec{A} - \vec{D} = \vec{B} + \vec{C}$
4. $\vec{A} + \vec{B} = \vec{D} - \vec{C}$

ก. 1. และ 2. ถูก

ข. 2. และ 3. ถูก

ค. 1. และ 4. ถูก

ง. 2. และ 4. ถูก

จ. 1. และ 3. ถูก

9. เมื่อแรงสองแรงทำมุมกันค่าต่างๆ ผลรวมของแรงมีค่าต่ำสุด 2 นิวตัน และมีค่าสูงสุด 14 นิวตัน ผลรวมของแรงทั้งสองเมื่อกระทำตั้งฉากกันจะมีค่าเท่าใด

ก. 12 นิวตัน

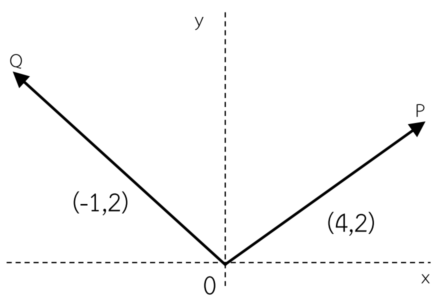
ข. 10 นิวตัน

ค. $5\sqrt{2}$ นิวตัน

ง. 8 นิวตัน

จ. 5 นิวตัน

10. กำหนดเวกเตอร์ $\vec{P}$ และ $\vec{Q}$ ดังรูป ถ้าขนาดของผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสองในแนวแกน $\vec{x}$ และแกน $\vec{y}$ มีค่า 21 หน่วย และ 18 หน่วย ตามลำดับ ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{P}$ ได้แก่




ก. $3\sqrt{5}$

ข. $5\sqrt{5}$

ค. $8\sqrt{5}$

ง. $10\sqrt{5}$

จ. $12\sqrt{5}$

# แรง และกฎการเคลื่อนที่

ในบทที่ผ่านมาได้ศึกษาภาษาที่ใช้อธิบายรูปแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุด้วยปริมาณพื้นฐานที่ประกอบไปด้วยตำแหน่ง การกระจัด ความเร็ว และความเร่งไปแล้ว การศึกษาในส่วนนี้เป็นเพียงด้านหนึ่งของการเคลื่อนที่เนื่องจากหากพิจารณาก้อนหินขนาดใหญ่ที่เริ่มเคลื่อนที่ในทันทีจากสภาวะที่วางนิ่งอยู่กลางสนาม นอกเหนือจากจะอธิบายว่าก้อนหินอยู่ที่ตำแหน่งใด เคลื่อนที่เร็วมากน้อยเพียงใด และเคลื่อนที่ในทิศใดแล้ว เรายังพิจารณาหาสาเหตุที่ทำให้ก้อนหินเคลื่อนที่ด้วย บทเรียนนี้จึงจะศึกษาการเคลื่อนที่อีกด้านหนึ่ง เพื่อตอบคำถามถึงสิ่งที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ในรูปแบบด้านต่างๆ

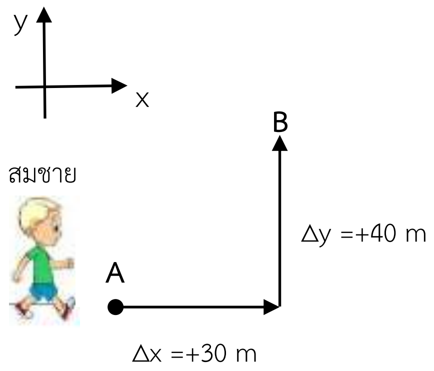
ภายหลังจากศึกษาบทเรียนนี้แล้วจะสามารถตอบคำถามได้ว่า ทำไมวัตถุจึงมีรูปแบบการเคลื่อนที่ เช่นนั้น โดยคำตอบจะมีที่มาจาก **แรง** (force) บทเรียนนี้จึงจะศึกษาเกี่ยวกับแรง จากนั้นศึกษาความเกี่ยวข้องกันระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งการศึกษาในส่วนนี้เรียกว่า **พลศาสตร์**

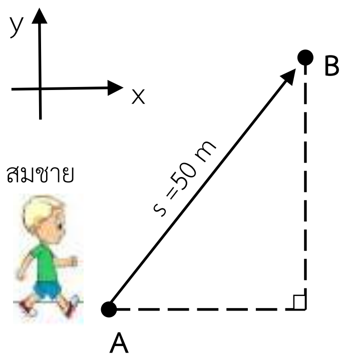
จากที่กล่าวมาบทเรียนนี้จึงจะศึกษาปริมาณพื้นฐานในฟิสิกส์เพิ่มเติมอีกหนึ่งปริมาณคือแรง แรงเป็นปริมาณที่ประกอบด้วยขนาดและทิศทาง แรงจึงเป็นเวกเตอร์ (คำอธิบายที่แรงเป็นเวกเตอร์อยู่ในหัวข้อ 3.4) อีกทั้งในการเคลื่อนที่ของวัตถุยังมีแรงที่กระทำต่อวัตถุในเวลาเดียวกันได้ทีละหลายแรง ความสามารถในการรวมแรงเพื่อพิจารณาผลสุทธิต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุจึงเป็นสิ่งสำคัญ บทเรียนนี้จึงเริ่มจากการศึกษาการบวกเวกเตอร์ ซึ่งใช้รวมแรงและปริมาณเวกเตอร์อื่นๆ ได้ด้วย

จากนั้นจะศึกษากฎการเคลื่อนที่ 3 ข้อ ซึ่งพัฒนาขึ้นโดย เซอร์ไอแซก นิวตัน นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันได้ล้มล้างแนวคิดเดิมของอาริสโตเติลที่เชื่อถือกันมานานกว่า 2,000 ปี และก่อนที่ในหัวข้อสุดท้ายจะนำกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันไปใช้วิเคราะห์การเคลื่อนที่รูปแบบต่างๆ ผู้เขียนจะอธิบายพื้นฐานของแรง 4 แรงก่อน ซึ่งเป็นแรงที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุในบทเรียนนี้เสมอ แรงเหล่านี้ประกอบด้วย **แรงโน้มถ่วง** (gravitational force) **แรงตั้งฉาก** (normal force) **แรงเสียดทาน** (friction force) และ **แรงตึง** (tension force)

# การบวกเวกเตอร์

ในบทเรียนเรื่องการเคลื่อนที่แนวตรงได้แบ่งปริมาณในฟิสิกส์ออกเป็น 2 ประเภท คือ ปริมาณสเกลาร์ และปริมาณเวกเตอร์ ปริมาณสเกลาร์เป็นปริมาณที่มีเฉพาะขนาด ส่วนเวกเตอร์จะต้องประกอบด้วยขนาดและทิศทาง การบวกสเกลาร์ สามารถทำได้ง่ายด้วยวิธีพีชคณิตที่ได้ศึกษามาแล้วตั้งแต่สมัยเรียนประถมศึกษา เช่น หากส้มในลังใบหนึ่งมี 30 ผล และในลังอีกใบหนึ่งมีส้ม 40 ผลแล้ว ผลรวมทั้งหมดของส้มเท่ากับ 30 ผล + 40 ผล = 70 ผล เป็นต้น แต่การบวกเวกเตอร์ไม่สามารถใช้วิธีเดียวกับการบวกสเกลาร์ได้ เนื่องจากต้องพิจารณาทิศของเวกเตอร์ด้วย เพื่อความชัดเจนให้พิจารณาตัวอย่างการบวกเวกเตอร์จากการกระจัดในภาพ 1



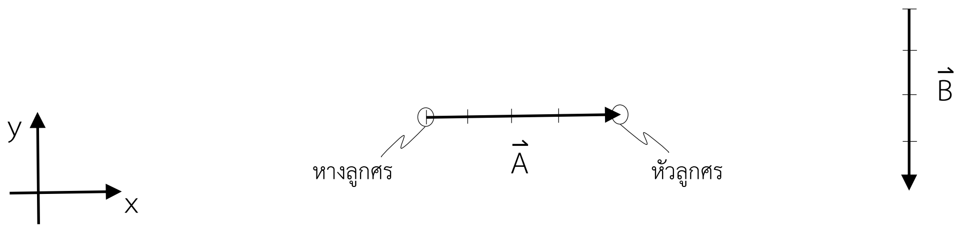




ภาพ 1 แนวคิดพื้นฐานของการบวกเวกเตอร์

ภาพ 1 (ก) แสดงการเดินทางของสมชายจากจุด A ไปยังจุด B โดยเริ่มจากการเดินในทิศ +x ได้การกระจัด $\Delta x$ =+30 m จากนั้นจึงเดินต่อไปในทิศ +y ได้การกระจัด $\Delta y$ =+40 m จนถึงจุด B เมื่อสมชายเดินถึงจุด B จะเห็นได้ว่า การกระจัดรวมมีขนาดเท่ากับความยาวของเส้นตรงจากจุด A ถึงจุด B ซึ่งเท่ากับ $\sqrt{30^2+40^2}$ =50 m ในทิศชี้จากจุด A ไปยังจุด B ดังแสดงในภาพ 1 (ข)

เมื่อพิจารณาในทางฟิสิกส์ ผลรวมของการกระจัด $\Delta x$ กับ $\Delta y$ ในภาพ 1 (ก) เท่ากับการกระจัด s ในภาพ 1 (ข) แต่จะพบว่าขนาดของการกระจัด s ที่เท่ากับ 50 m ไม่ได้เท่ากับ 50 m ไม่ได้เท่ากับ 30 m + 40 m สาเหตุเนื่องจากผลลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์มีผลจากทิศของเวกเตอร์ด้วย ในส่วนต่อไปจึงจะศึกษาการบวกเวกเตอร์ 2 วิธี วิธีแรกเป็นการบวกเวกเตอร์ด้วยการวาดภาพ ส่วนวิธีที่สองเป็นการคำนวณ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

## การบวกเวกเตอร์ด้วยการวาดภาพ



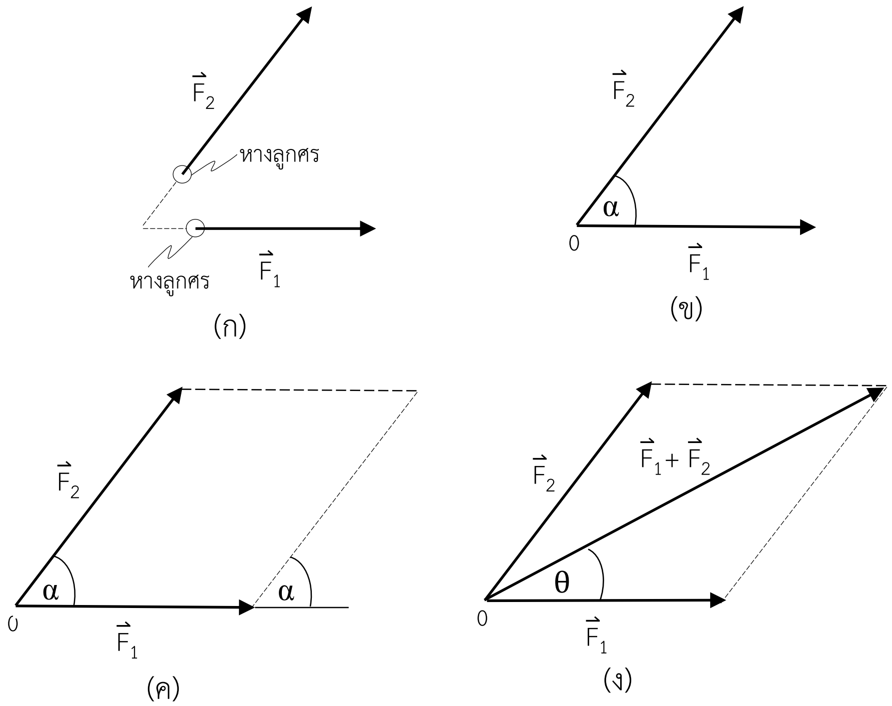

(ก) (ข)

ภาพ 2 การใช้ลูกศรแทนเวกเตอร์

ปริมาณเวกเตอร์ 1 เวกเตอร์สามารถแทนได้ด้วยลูกศร 1 ตัว โดยกำหนดให้ความยาวของลูกศรเป็นสัดส่วนกับขนาดของเวกเตอร์ และใช้หัวลูกศรชี้ในทิศของเวกเตอร์ ยกตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดให้ความยาวลูกศร แทนขนาดของเวกเตอร์ 1 หน่วยแล้ว เวกเตอร์ขนาด 4 หน่วยชี้ในทิศ +x จะแทนได้ด้วยลูกศรดังภาพ 2 (ก) ในทำนองเดียวกัน เวกเตอร์ขนาด 3 หน่วย ชี้ในทิศ –y จะแทนได้ด้วยลูกศรดังภาพ 2 (ข)

หากกำหนดให้เวกเตอร์ในภาพ 2 (ก) และ (ข) เป็นเวกเตอร์เอ และเวกเตอร์บี ตามลำดับจะเขียนเวกเตอร์ทั้งสองแทนได้ด้วย $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ โดยลูกศรที่อยู่ด้านบนอักษร A และ B แสดงถึงความเป็นเวกเตอร์ ดังที่ได้เขียนไว้แล้วในภาพ 2 และโดยทั่วไปหากต้องการกล่าวถึงขนาดของเวกเตอร์เพียงอย่างเดียว จะใช้อักษร A และ B ที่ไม่มีลูกศรอยู่ด้านบน หรืออาจจะใส่เครื่องหมายค่าสัมบูรณ์ ($|\ \ |$) ก็ได้ เช่น $A = |\vec{A}| = 4$ หน่วย และ $B = |\vec{B}| = 3$ หน่วย เป็นต้น

เวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง การบวกเวกเตอร์จึงต้องพิจารณาผลจากทิศของเวกเตอร์ด้วย โดยในการบวกเวกเตอร์จะใช้การรวมกันตาม **หลักการของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน** ซึ่งขั้นตอนการบวกเวกเตอร์ตามหลักการนี้ศึกษาได้จากตัวอย่างการบวกเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ในภาพ 3 (ก) ดังนี้




ภาพ 3 การบวกเวกเตอร์ตามหลักการของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

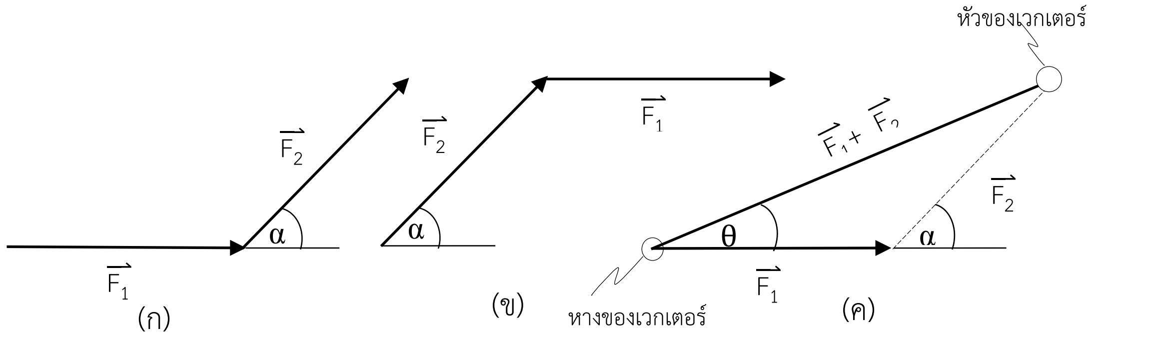
**ขั้นตอนที่ 1 :** นำหางของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ มาต่อที่จุดเดียวกัน ในที่นี้ให้ต่อกันที่จุด 0 ดังภาพ 3 (ข)

**ขั้นตอนที่ 2 :** สร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ เป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยม ดังภาพ 3 (ค)

**ขั้นตอนที่ 3 :** กำหนดให้ผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ เรียกว่า **เวกเตอร์ลัพธ์** โดยเขียนแทนได้ด้วย $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ซึ่งจะเท่ากับเวกเตอร์เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด 0 ดังภาพที่ 3 (ง)

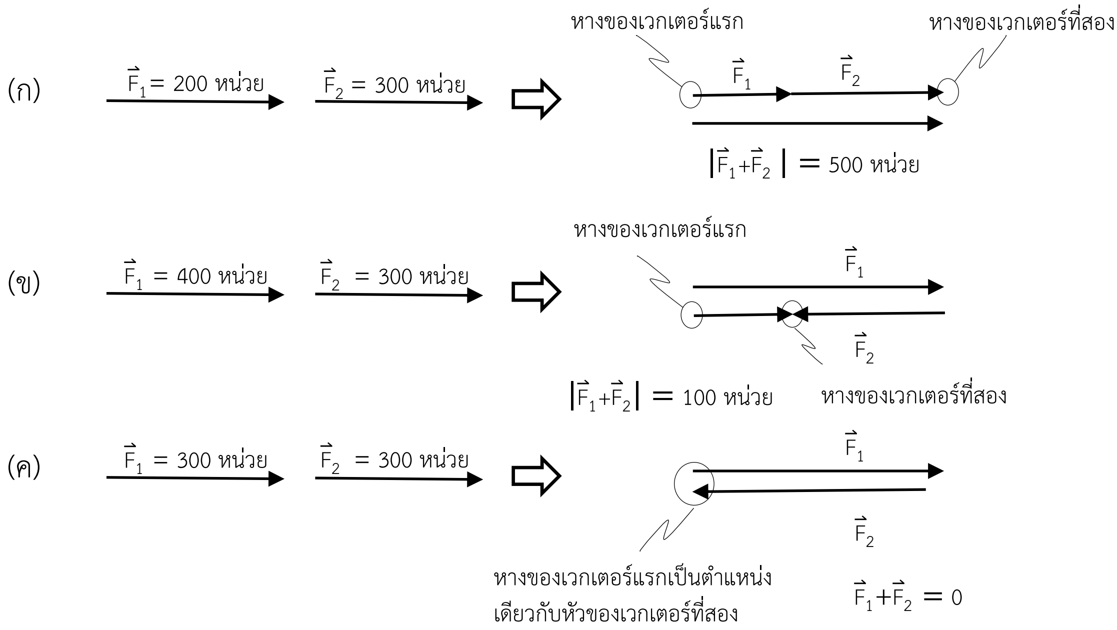
หากวาดขนาดและทิศทางของลูกศร $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ได้สัดส่วนที่ถูกต้องแล้ว ขนาดและทิศของผลบวกเวกเตอร์หรือเวกเตอร์ลัพธ์ สามารถวัดได้จากลูกศรของ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ โดยอาจใช้ไม้บรรทัดวัดความยาวลูกศร จากนั้นใช้ไม้โพแทรกเตอร์ (protractor) หามุมของลูกศรเทียบกับแนวราบหรือแนวของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ ดังแสดงด้วยมุม θ ในภาพ 3 (ง)

นอกเหนือจากการบวกเวกเตอร์ตามหลักการของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแล้ว ยังสามารถบวกเวกเตอร์ได้อีกวิธีหนึ่งด้วยการ **นำหางของเวกเตอร์หนึ่งต่อกับหัวของอีกเวกเตอร์หนึ่ง** ในที่นี้จะนำหางของเวกเตอร์ $\vec{F}_2$ ต่อกับหัวของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ ดังภาพ 4 (ก) หรืออาจจะสลับนำหางของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ ต่อกับหัวของเวกเตอร์ $\vec{F}_2$ ดังภาพ 4 (ข) ก็ได้ จากนั้นลูกศรของผลบวกเวกเตอร์ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ จะวาดได้จากหางของเวกเตอร์แรกไปยังหัวของเวกเตอร์ที่สองดังภาพ 4 (ค) จากภาพจะเห็นได้ว่าเป็นลูกศรเดียวกับผลบวกเวกเตอร์ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ในภาพ 3 (ง) ที่ผ่านมา




ภาพ 4 การบวกเวกเตอร์ด้วยการนำหางต่อหัวเวกเตอร์

เมื่อเวกเตอร์ที่นำมาบวกกันอยู่ในแนวขนานกัน การบวกเวกเตอร์จะสามารถทำได้ง่ายด้วยการคำนวณแบบพีชคณิต ยกตัวอย่างเช่น ในภาพ 5 (ก) เวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ มีทิศชี้ไปทางขวามือเหมือนกัน เมื่อหาผลบวกของเวกเตอร์ด้วยการนำหางต่อหัวเวกเตอร์จะพบว่าเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}_1+\vec{F}_2$ มีทิศเดียวกับเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ และมีขนาดเท่ากับผลบวกแบบพีชคณิตของขนาดของเวกเตอร์ที่นำมาบวกกัน กล่าวคือ $|\vec{F}_1+\vec{F}_2| = |\vec{F}_1|+|\vec{F}_2| = 200 + 300 = 500$ หน่วย




ภาพ 5 การบวกเวกเตอร์ที่อยู่ในแนวขนานกัน

**ข้อสังเกต**

ในความเป็นจริงแล้ว ลูกศรของเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ในภาพ 5 (ก) จะต้องซ้อนอยู่บนลูกศรของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ แต่เพื่อให้พิจารณาผลบวกของเวกเตอร์ได้ง่าย จึงเลื่อนลูกศรของเวกเตอร์ลัพธ์ไม่ให้ซ้อนทับกัน แนวทางเช่นนี้จะใช้ในการวาดลูกศรเวกเตอร์ในภาพ 5 (ข) และ (ค) ด้วย

ในภาพ 5 (ข) เป็นการหาผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$และ $\vec{F}_2$ ที่มีทิศตรงกันข้าม จากภาพจะเห็นได้ว่า เวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ มีทิศตามเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ ที่มีขนาดมากกว่า โดยขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์เท่ากับการนำขนาดของเวกเตอร์ที่มากกว่าลบด้วยขนาดของเวกเตอร์ที่น้อยกว่า กล่าวคือ $|\vec{F}_1+\vec{F}_2| = |\vec{F}_1|-|\vec{F}_2| = 400 - 300 = 100$ หน่วย

ในทำนองเดียวกัน เวกเตอร์ $\vec{F}_1$ กับ $\vec{F}_2$ ที่มีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้าม ดังภาพ 5 (ค) จะมีผลบวกของเวกเตอร์เท่ากับศูนย์ สาเหตุเนื่องจาก $|\vec{F}_1+\vec{F}_2| = |\vec{F}_1|-|\vec{F}_2| = 300 - 300 = 0$

**จากที่กล่าวมาจึงสรุปได้ว่า**

หากเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์มีทิศเดียวกัน เวกเตอร์ลัพธ์จะมีทิศเดียวกันด้วย โดยขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์เท่ากับผลบวกของขนาดของเวกเตอร์ทั้งสอง แต่หากเวกเตอร์มีทิศตรงกันข้ามเวกเตอร์ลัพธ์จะชี้ในทิศเดียวกับเวกเตอร์ที่มีขนาดมากกว่า และมีขนาดเท่ากับขนาดของเวกเตอร์ที่มากกว่าลบด้วยขนาดของเวกเตอร์ที่น้อยกว่า และในกรณีที่เวกเตอร์มีขนาดเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้าม เวกเตอร์ลัพธ์จะเท่ากับศูนย์

การหาผลบวกของเวกเตอร์ที่อยู่ในแนวขนานกันยังทำได้อีกวิธีหนึ่ง วิธีนี้เป็นการใช้เครื่องหมายบวกลบ ($\pm$) แทนทิศของเวกเตอร์ ซึ่งผลการคำนวณจะทราบทั้งขนาดและทิศของเวกเตอร์ลัพธ์ได้โดยไม่ต้องพิจารณาจากขนาดของเวกเตอร์ที่นำมาบวกกัน ยกตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดให้ทิศชี้ทางขวามือของภาพ 5 (ก) เป็นทิศบวกจะได้ว่า $\vec{F}_1 = +200$ หน่วย และ $\vec{F}_2 = +300$ หน่วย ดังนั้นเวกเตอร์ลัพธ์จะหาได้ดังนี้

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (+200) + (+300) = +500 \text{ หน่วย}$$
$$= 500 \text{ หน่วย ในทิศชี้ทางขวามือ}$$
$$= 500 \text{ หน่วย ในทิศเดียวกับ } \vec{F}_1 \text{ และ } \vec{F}_2$$

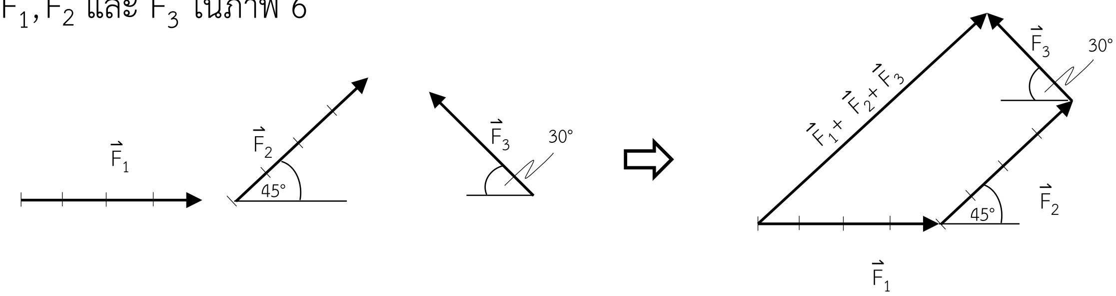
ในการคำนวณผลบวกของเวกเตอร์ในแนวขนานกันด้วยการใช้เครื่องหมายบวกลบแทนทิศของเวกเตอร์ เป็นวิธีที่สะดวกและแสดงข้อมูลของเวกเตอร์ลัพธ์อย่างครบถ้วน ในส่วนต่อไปรวมไปถึงในบทอื่นๆ จะใช้วิธีเช่นนี้ ดังนั้นหากพบปริมาณ +200 หน่วยจะหมายถึง

เวกเตอร์ที่มีขนาด 200 หน่วย และมีทิศตามทิศบวก ในทำนองเดียวกัน ปริมาณ -200 หน่วย จะหมายถึงเวกเตอร์ขนาด 200 หน่วยในทิศตรงกันข้ามกับทิศบวก แต่หากพบปริมาณ 200 หน่วย จะหมายถึงขนาดของเวกเตอร์เท่ากับ 200 หน่วย โดยไม่ได้กำหนดทิศทางของเวกเตอร์

**ข้อสังเกต**

การกำหนดทิศของเวกเตอร์ด้วยเครื่องหมายบวกลบ เป็นวิธีที่นำไปใช้แล้วในบทเรียนเรื่องการเคลื่อนที่แนวตรงที่ผ่านมา

ขั้นตอนการบวกเวกเตอร์ที่ผ่านมาสามารถใช้หาผลบวกของเวกเตอร์มากกว่า 2 เวกเตอร์ได้โดยนำเวกเตอร์เรียงกันแบบหางต่อหัวทีละเวกเตอร์ จากนั้นลากผลลัพธ์ของเวกเตอร์จากหางของเวกเตอร์แรกไปยังหัวของเวกเตอร์สุดท้าย ดังตัวอย่างการบวกเวกเตอร์ $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ ในภาพ 6




ภาพ 6 การหาผลบวกของเวกเตอร์มากกว่า 2 เวกเตอร์

ในการหาผลบวกหรือผลลัพธ์ของเวกเตอร์มีสิ่งสำคัญ 2 อย่าง สิ่งสำคัญอย่างแรก คือ ต้องทราบหลักการและขั้นตอนในการหาเวกเตอร์ลัพธ์ซึ่งได้กล่าวไปแล้ว สิ่งสำคัญอีกอย่างหนึ่งคือ เมื่อมีเวกเตอร์ตั้งแต่ 2 เวกเตอร์ขึ้นไปทำให้เกิดผลใดๆต่อระบบแล้ว ผลลัพธ์หรือผลบวกของเวกเตอร์เหล่านั้นจะต้องทำให้เกิดผลเดียวกันต่อระบบด้วย กล่าวได้ว่าเวกเตอร์ก่อนหาผลบวกกับเวกเตอร์ลัพธ์สามารถแทนกันได้โดยไม่ทำให้ผลต่อระบบเปลี่ยนแปลงไป

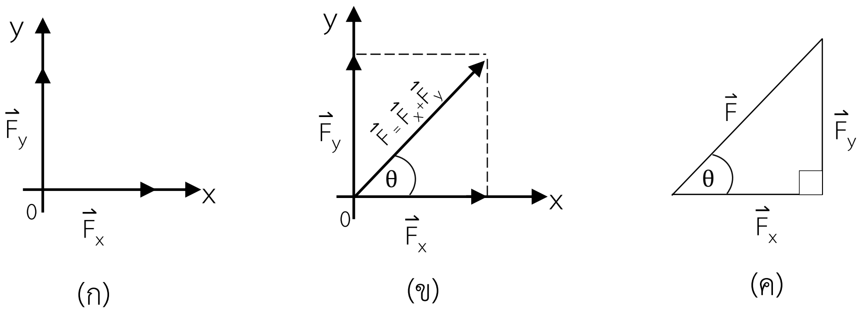
ตัวอย่างเช่น ผลบวกของการกระจัด $\Delta x$ =+30 m กับ $\Delta y$ =+40 m ในภาพ 1 (ก) เท่ากับการกระจัดลัพธ์ในภาพ 1 (ข) ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 50 m ในทิศชี้จากจุด A ไปยังจุด B สิ่งนี้หมายความว่า สมชายสามารถเลือกเคลื่อนที่ตามการกระจัด $\Delta x$ รวมกับการกระจัด $\Delta y$ หรือจะเคลื่อนที่ตามการกระจัดจะลัพธ์ในภาพ 1 (ข) จะมีการเปลี่ยนตำแหน่งเหมือนกัน

## การบวกเวกเตอร์ด้วยการคำนวณ

การหาผลบวกของเวกเตอร์ด้วยการวาดภาพมีข้อดีที่ทำให้เข้าใจหลักการและขั้นตอนการหาเวกเตอร์ลัพธ์ได้ง่าย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดที่ว่า “ภาพหนึ่งภาพแทนคำพูดได้เป็นล้านคำ” แต่วิธีนี้มีข้อด้อยคือ ความแม่นยำของเวกเตอร์ลัพธ์ขึ้นอยู่กับการเขียนภาพลูกศรที่ได้สัดส่วนที่ถูกต้อง และยังขึ้นอยู่กับความละเอียดของเครื่องมือวัดด้วย ทำให้มีโอกาสเกิดความคลาดเคลื่อนได้ง่าย การหาเวกเตอร์ลัพธ์ด้วยการคำนวณจึงเป็นทางเลือกที่ดีกว่า วิธีคำนวณนี้อยู่บนพื้นฐานของการหาผลบวกของเวกเตอร์ที่มีทิศตั้งฉากกัน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ภาพ 7 (ก) แสดงเวกเตอร์ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ซึ่งมีทิศตั้งฉากกันบนแนวแกน x และ y ตามลำดับ เมื่อหาผลบวกของเวกเตอร์ทั้ง 2 เวกเตอร์ตามหลักการของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งในที่นี้คือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จะได้เวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$ ดังภาพ 7 (ข) ดังกล่าว

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y \qquad \text{......(1)}$$




ภาพ 7 ส่วนประกอบของเวกเตอร์ในแนวตั้งฉากกัน

สมการ (1) แสดงให้เห็นว่า เวกเตอร์ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ สามารถแทนได้ด้วยเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$ เพียงเวกเตอร์เดียว โดยทั่วไปจึงกล่าวว่า เวกเตอร์ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ เป็นส่วนประกอบของเวกเตอร์ $\vec{F}$ ในแนวแกน x และ y ตามลำดับ และเรียกเวกเตอร์ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ว่า **เวกเตอร์ส่วนประกอบหรือเวกเตอร์ย่อย**

เวกเตอร์ส่วนประกอบที่อยู่ในแนวตั้งฉากกันจะหาเวกเตอร์ลัพธ์ได้ง่ายจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีแต่ละด้านแทนเวกเตอร์ดังภาพ 7 (ค) จากภาพด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$ ซึ่งคำนวณได้จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

$$F^2 = F_x^2+F_y^2$$

หรือ $$\boxed{F = \sqrt{F_x^2+F_y^2}}$$ .....(2)

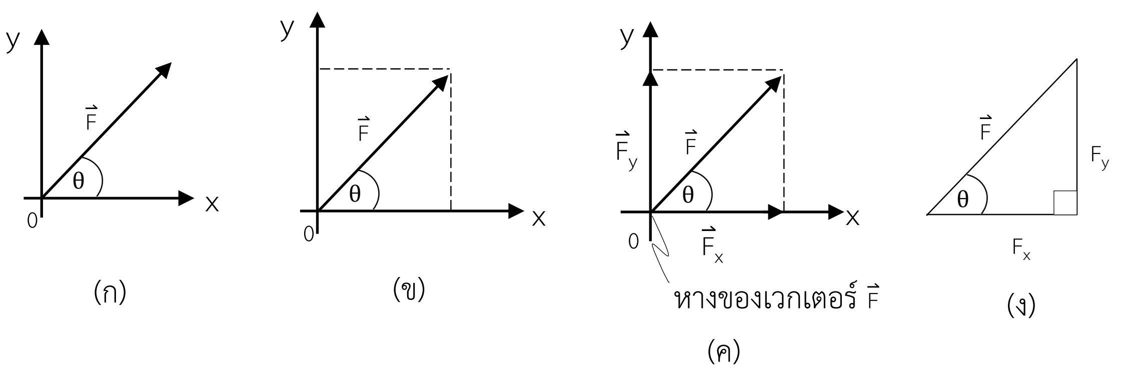
สำหรับทิศของเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$ จะใช้การวัดมุม $\theta$ เทียบกับแกน +x หรือทิศของ $\vec{F}_x$ โดยคำนวณจากค่า $\tan\theta$ ในภาพ 7 (ค) ดังนี้

$$\tan\theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } \theta}{\text{ด้านประชิดมุม } \theta}$$

ดังนั้น $$\boxed{\tan\theta = \frac{F_y}{F_x}}$$ ....(3)

ยกตัวอย่างเช่น หาก $F_x = 4$ หน่วย และ $F_y = 3$ หน่วย เวกเตอร์ลัพธ์จะมีขนาดเท่ากับ $F = \sqrt{F_x^2+F_y^2} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ หน่วย และมีทิศทำมุม $\theta$ กับ $\vec{F}_x$ หรือ +x เท่ากับ $\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{3}{4}$ เนื่องจาก $\tan = 37° = \frac{3}{4}$ ดังนั้น $\theta = 37°$ เป็นต้น

ในทางตรงกันข้าม เวกเตอร์ $\vec{F}$ หนึ่งเวกเตอร์ในภาพ 8 (ก) ย่อมสามารถแยกออกเป็นเวกเตอร์ส่วนประกอบ 2 เวกเตอร์ในแนวตั้งฉากกันได้ ขั้นตอนการแยกเวกเตอร์เริ่มจากการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีแต่ละด้านขนานกับแนวแกนของเวกเตอร์ส่วนประกอบที่ต้องการและมีเวกเตอร์ $\vec{F}$ เป็นเส้นทแยงมุมดังภาพ 8 (ข)




ภาพ 8 การแยกเวกเตอร์ออกเป็นส่วนประกอบในแนวตั้งฉากกัน

จากนั้นลากเวกเตอร์ส่วนประกอบจากหางของเวกเตอร์ $\vec{F}$ ตามเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากดังภาพ 8 (ค) จะได้เวกเตอร์ส่วนประกอบตามที่ต้องการ ขนาดของเวกเตอร์ส่วนประกอบหาได้จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในภาพ 8 (ง) ซึ่งเป็นภาพเดียวกับภาพ 7 (ค) แต่จะต้องใช้ความสัมพันธ์ของค่าโคไซน์และค่าไซน์ของมุม $\theta$ ดังนี้

$$\cos\theta = \frac{\text{ด้านประชิดมุม } \theta}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{F_x}{F}$$

หรือ $$\boxed{F_x = F\cos\theta} \qquad .....(4)$$

$$\sin\theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } \theta}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{F_y}{F}$$

ดังนั้น $$\boxed{F_y = F\sin\theta} \qquad .....(5)$$

ความสัมพันธ์ในสมการ (4) และ (5) มีรูปแบบคล้ายคลึงกัน แตกต่างกันที่การใช้ค่าโคไซน์หรือค่าไซน์คูณกับขนาดของเวกเตอร์ $\vec{F}$ เท่านั้น ความหมายที่ชัดเจนของความสัมพันธ์นี้ซึ่งจะช่วยให้เลือกใช้ค่าโคไซน์หรือไซน์ไม่ผิดพลาดคือ

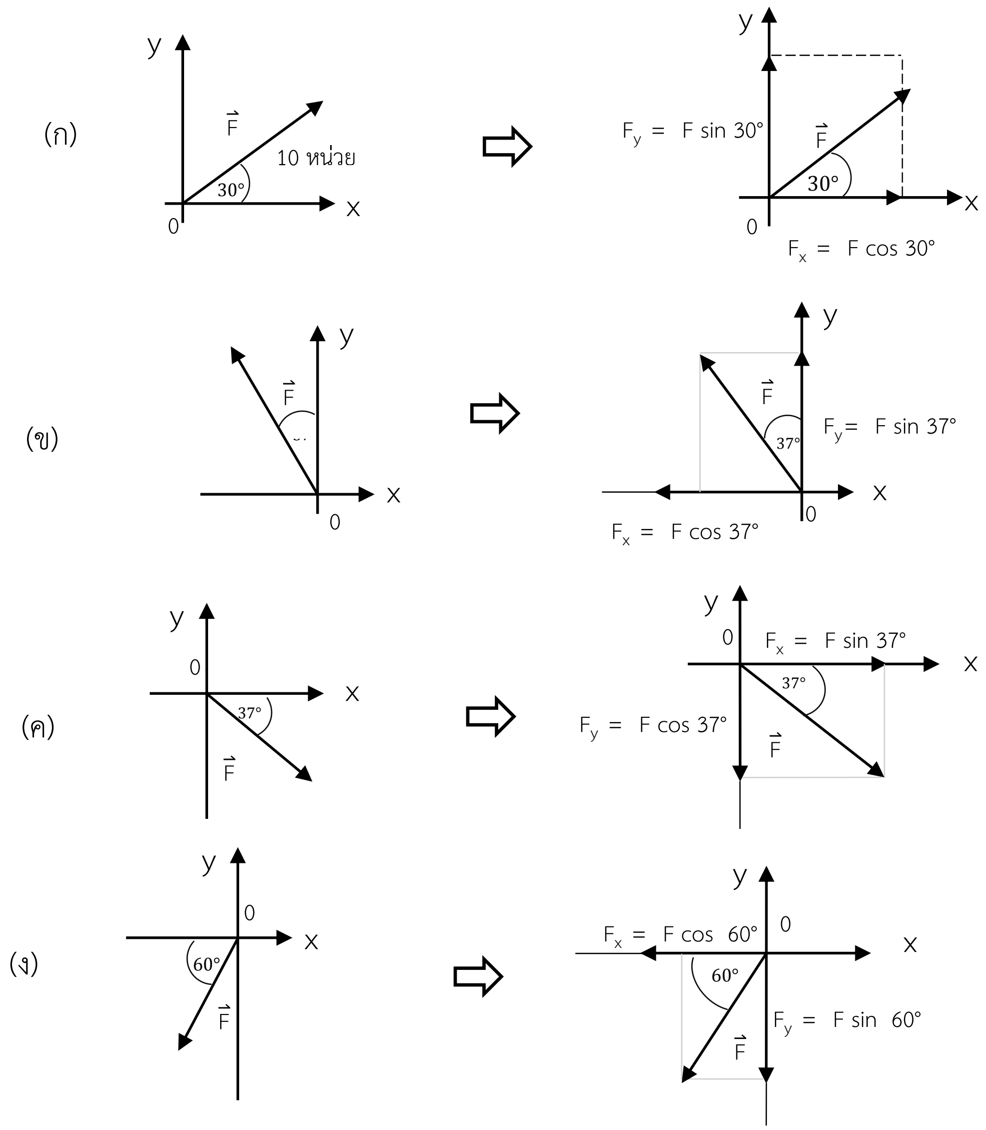
หากเป็นเวกเตอร์ส่วนประกอบที่อยู่ชิดกับมุม $\theta$ จะใช้ค่า $\cos\theta$

แต่หากเป็นเวกเตอร์ส่วนประกอบที่อยู่ห่างจากมุม $\theta$ จะใช้ค่า $\sin\theta$

ตัวอย่างการแยกเวกเตอร์ 1 เวกเตอร์ออกเป็นเวกเตอร์ส่วนประกอบ 2 เวกเตอร์ในแนวตั้งฉากกัน พิจารณาได้จากภาพ 9 ในภาพด้านซ้ายมือของภาพ 9 (ก) เวกเตอร์ $\vec{F}$ มีขนาด 10 หน่วยในทิศทำมุม $\theta = 30^\circ$ กับแกน +x ดังนั้นจะวาดเวกเตอร์ส่วนประกอบได้ดังนี้

$$F_x = F\cos\theta = 10\cos 30^\circ = 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ หน่วย}$$

$$F_y = F\sin\theta = 10\cos 30^\circ = 10\times\frac{1}{2} = 5 \text{ หน่วย}$$




ภาพ 9 ตัวอย่างการแยกเวกเตอร์ส่วนประกอบในแนวตั้งฉากกัน

สำหรับเวกเตอร์ $\vec{F}$ ในภาพด้านซ้ายมือของภาพ 9 (ข) จะเขียนเวกเตอร์ส่วนประกอบได้ดังภาพทางขวามือของภาพเดียวกัน ข้อสังเกตในภาพดังกล่าวคือ เวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$อยู่ในทิศ –x ซึ่งแตกต่างจากภาพ 9 (ก) และมุม $\theta$ วัดจากแกน +y ดังนั้น เวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$ จึงอยู่ห่างจากมุม $\theta$ ส่วนเวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_y$จะอยู่ชิดกับมุม $\theta$ ทำให้

$$\vec{F}_x = F\cos\theta = 10\cos 37^\circ = 10 \times \frac{3}{5} = 6 \text{ หน่วย}$$

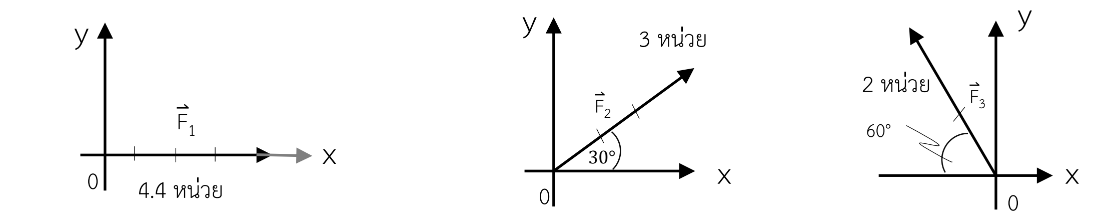
$$\vec{F}_y = F\sin\theta = 10\sin 37^\circ = 10 \times \frac{4}{5} = 8 \text{ หน่วย}$$

สำหรับการแยกเวกเตอร์ $\vec{F}$ ในภาพ 9 (ค) และ (ง) สามารถทำได้ด้วยวิธีเดียวกัน สิ่งสำคัญคือให้พิจารณาทิศของเวกเตอร์ส่วนประกอบให้ถูกต้อง และบอกให้ได้ว่าเวกเตอร์ส่วนประกอบหนึ่งๆ อยู่ชิดหรือห่างจากมุม $\theta$ ที่กำหนดไว้ เพื่อจะใช้ค่าโคไซน์หรือไซน์ได้อย่างถูกต้อง

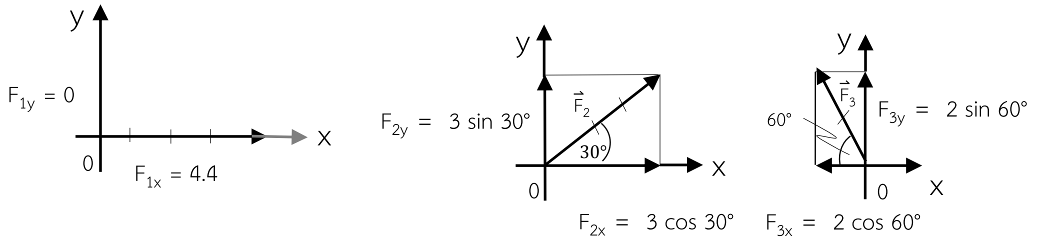
เมื่อย้อนกลับไปยังจุดเริ่มต้นของหัวข้อนี้จนถึงย่อหน้าที่ผ่านมา ภาพรวมของสิ่งที่ได้ศึกษาไปแล้วมีเพียง 2 สิ่ง คือ เมื่อมีเวกเตอร์ที่อยู่ในแนวตั้งฉากกัน จะหาผลบวกของเวกเตอร์หรือเวกเตอร์ลัพธ์ได้จากสมการ (2) และ (3) และหากมีเวกเตอร์ 1 เวกเตอร์จะสามารถแยกออกเป็นเวกเตอร์ส่วนประกอบในแนวตั้งฉากกันได้ โดยขนาดของเวกเตอร์ส่วนประกอบคำนวณได้จากสมการ (4) และ (5) ทั้ง 2 สิ่งนี้จะใช้ในการคำนวณผลบวกของเวกเตอร์ ไม่ว่าจะเป็นการบวกเวกเตอร์จำนวนมากเท่าใดก็ตาม รายละเอียดมีดังต่อไปนี้

ภาพ 10 (ก) แสดงเวกเตอร์ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ ซึ่งมีขนาดและทิศดังแสดงด้วยลูกศร เมื่อต้องการหาผลบวกของเวกเตอร์ทั้ง 3 เวกเตอร์ จะเริ่มจากการแยกแต่ละเวกเตอร์ออกเป็นเวกเตอร์ ส่วนประกอบตามแนวแกน x และ y ดังภาพ 10 (ข) จากนั้นนำเวกเตอร์ส่วนประกอบทั้งหมดมาเขียนรวมกันบนระบบพิกัดฉาก x – y ดังภาพ 10 (ค)

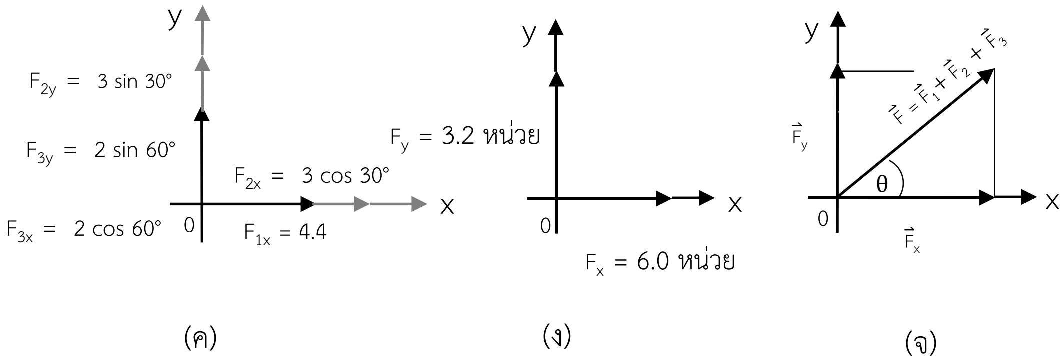
เนื่องจากเวกเตอร์ส่วนประกอบสามารถแทนเวกเตอร์เดิมคือเวกเตอร์ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ ได้ดังนั้นผลบวกของเวกเตอร์ส่วนประกอบในภาพ 10 (ค) ย่อมเท่ากับผลบวกของ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ตามที่ต้องการด้วย




(ก)




(ข)




ภาพ 10 การบวกเวกเตอร์ด้วยเวกเตอร์ส่วนประกอบ

เมื่อพิจารณาบนแนวแกน x และ y ทีละแกนจะพบว่า เวกเตอร์ส่วนประกอบบนแนวแกนนั้นอยู่ในแนวขนานกัน ผลรวมของเวกเตอร์ส่วนประกอบบนแต่ละแนวแกนจึงคำนวณ ได้ง่ายด้วยการบวกหรือลบแบบพีชคณิต โดยใช้การกำหนดทิศด้วยเครื่องหมายบวกลบตามที่ได้กล่าวถึงไปแล้วในหัวข้อที่ผ่านมา กล่าวคือ

$$\begin{aligned}
\vec{F}_x &= \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} \\
&= (+4.4) + (+3\cos 30^\circ) + (-2\cos 60^\circ) \\
&= (+4.4) + \left(+3 \times \tfrac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-2 \times \tfrac{1}{2}\right) \\
&= +6.0 \text{ หน่วย} \\
&= 6.0 \text{ หน่วย ในทิศ } +x \\
\vec{F}_y &= \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} \\
&= \left(+3 \times \tfrac{1}{2}\right) + \left(+2 \times \tfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
\vec{F}_y &= +3.2 \text{ หน่วย} \\
&= 3.2 \text{ หน่วย ในทิศ } +y
\end{aligned}$$

เวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ เป็นเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ที่มีทิศตั้งฉากกัน ดังภาพ 10 (ง) ดังนั้นเวกเตอร์ทั้งสองจึงสามารถรวมกันเป็นเวกเตอร์ 1 เวกเตอร์ได้ ซึ่งก็คือเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ดังภาพ 10 (จ) โดยขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์คำนวณได้จากสมการ (2) ดังนี้

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{6.0^2 + 3.2^2} = 6.8 \text{ หน่วย}$$

และทิศของเวกเตอร์ลัพธ์หาได้จากมุม θ ตามสมการ (2) ดังนี้

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{3.2}{6.0} = 0.53$$

เมื่อเปิดตารางตรีโกณมิติหรือใช้เครื่องคิดเลขจะได้ว่า มุม $\theta = 28°$ ค่ามุม $\theta$ นี้ไม่สามารถหาได้ในระหว่างการทำข้อสอบหากไม่มีตารางตรีโกณมิติหรือกำหนดค่ามาให้โดยเฉพาะ สาเหตุเนื่องจาก โดยทั่วไปแล้วค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่ควรจดจำไว้ใช้ประกอบด้วยมุม 30° , 45° ,60°, 37° และ 53° เท่านั้น (อยู่ในตาราง 1) อย่างไรก็ดี ถึงแม้ไม่ทราบค่ามุมที่ทำให้ $\tan\theta = 0.53$ แต่สามารถเขียนค่ามุมได้ $\theta$ เป็น $\theta = \tan^{-1}(0.53)$ ซึ่งมีความหมายว่า มุม $\theta$ คือมุมที่ทำให้ค่า $\tan\theta$เท่ากับ 0.53 นั่นเอง

ตาราง 1 ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่ควรทราบ

| มุม $\theta$ | 30° | 45° | 60° | 37° | 53° |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin\theta$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{4}{5}$ |
| $\cos\theta$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{3}{5}$ |
| $\tan\theta$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{4}{3}$ |

จากตัวอย่างการหาผลบวกของเวกเตอร์ในภาพ 10 ที่ผ่านมาจะเห็นได้ว่า ด้วยการใช้แนวคิดของเวกเตอร์ส่วนประกอบในแนวตั้งฉากกัน ไม่ว่าจะบวกเวกเตอร์เป็นจำนวนมากเท่าใดก็ตาม จะสามารถหาเวกเตอร์ลัพธ์ได้โดยง่าย ในส่วนต่อไปจึงสรุปขั้นตอนการคำนวณผลบวกของเวกเตอร์ไว้ดังนี้

**ขั้นตอนการบวกเวกเตอร์ด้วยเวกเตอร์ส่วนประกอบในแนวตั้งฉากกัน**

1. แยกเวกเตอร์แต่ละเวกเตอร์ที่ต้องการหาผลบวกออกเป็นเวกเตอร์ส่วนประกอบตามแนวแกน X และ y ตั้งฉากกันด้วยสมการ (4) และ (5)
2. คำนวณผลรวมของเวกเตอร์ส่วนประกอบบนแต่ละแนวแกนด้วยการบวกหรือลบแบบพีชคณิตซึ่งจะได้เวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ที่เป็นเวกเตอร์ย่อยของเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$
3. คำนวณเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$ จากเวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ด้วยสมการ (2) และ (3)

**ข้อสังเกต**

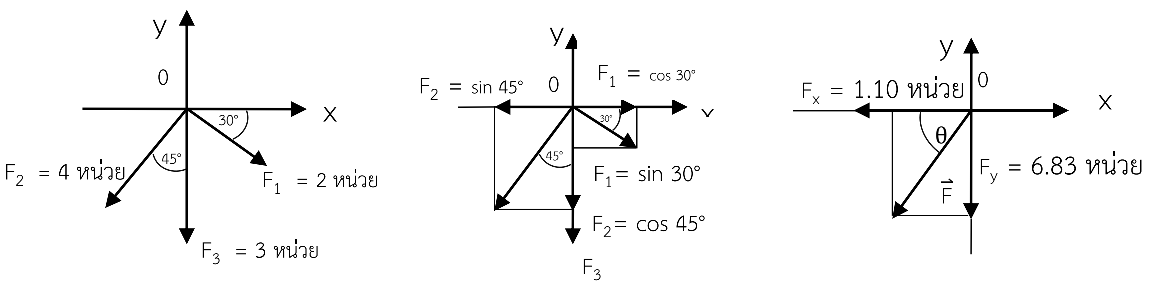
เวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ อาจจะมีทิศชี้ในแนวแกน –x และ –y ก็ได้ แต่ขั้นตอนการคำนวณยังคงทำได้เช่นเดิม ดังที่แสดงไว้ในตัวอย่าง 1

ความรู้เกี่ยวกับการบวกเวกเตอร์ในหัวข้อนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องใช้ตลอดการเรียนในฟิสิกส์โดยเป็นเพียงส่วนหนึ่งที่ได้นำมาจากบทเรียนเรื่องเวกเตอร์ในคณิตศาสตร์ ดังนั้นหากต้องการรายละเอียดเพิ่มเติมสามารถศึกษาได้จากตำราเวกเตอร์ทั่วไป

## ตัวอย่างฝึกสมองลองคำนวณ

### ตัวอย่าง 1

จงหาเวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ , $\vec{F}_2$ , $\vec{F}_3$ ในภาพ (ก)




(ก) (ข) (ค)

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

เริ่มจากการแยกเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ , $\vec{F}_2$ และ $\vec{F}_3$ ออกเป็นเวกเตอร์ส่วนประกอบในแนวแกน x และ y เนื่องจากเวกเตอร์ $\vec{F}_3$ มีทิศตามแนวแกน –y ดังนั้นจึงแยกเฉพาะเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ดังภาพ (ข)

จากนั้นคำนวณผลรวมของเวกเตอร์ส่วนประกอบบนแนวแกน x และ y เมื่อพิจารณาบนแนวแกน x เวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$ จะคำนวณได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\vec{F}_x &= \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} \\
&= (+F_1 \sin 30^\circ) + (-F_2 \cos 45^\circ) \\
&= (+2 \sin 30^\circ) + (-4 \cos 45^\circ) \\
&= -1.10 \text{ หน่วย} \\
&= 1.10 \text{ หน่วย ในทิศ } -x
\end{aligned}
$$

ในทำนองเดียวกัน เวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_y$ จะคำนวณได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\vec{F}_y &= \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} \\
&= (-F_1 \cos 30^\circ) + (-F_2 \sin 45^\circ) + (-F_3) \\
&= (-2 \cos 30) + (-4 \sin 45^\circ) + (-3) \\
&= -6.83 \text{ หน่วย} \\
&= 6.83 \text{ หน่วย ในทิศ } -y
\end{aligned}
$$

จากผลคำนวณที่ผ่านมาจะเขียนเวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ ได้ดังภาพ (ค) จากภาพจะหาเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$ ซึ่งเท่ากับ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ได้ โดยขนาดของเวกเตอร์ลัพธ์คำนวณได้จากสมการ (2) ดังนี้

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{1.10^2 + 6.83^2} = 6.92 \text{ หน่วย}$$

และทิศของเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$ หาได้จากมุม $\theta$ ที่วัดเทียบกับแกน $-x$ ตามสมการ (3) ดังนี้

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{6.83}{1.10} = 6.21$$

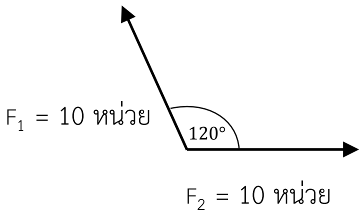
ดังนั้น $\theta = \tan^{-1}(6.21) = 80.9^\circ$ กับแกน $-x$

**หมายเหตุ**

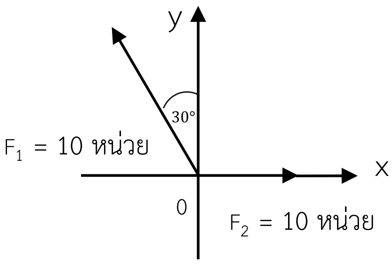
มุมก้ม หมายถึงมุมที่วัดลงจากแนวราบ ส่วนมุมเงย หมายถึงมุมที่วัดขึ้นจากแนวราบ

## ตัวอย่าง 2

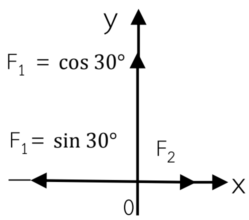
จงหาผลบวกของเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ ในภาพ (ก)



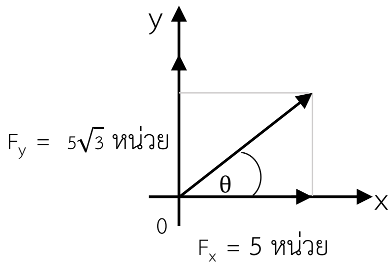

(ก)




(ข)




(ค)




(ง)

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

เริ่มจากการเขียนเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ บนระบบแกน x – y ดังภาพ (ข) จากภาพจะเห็นได้ว่าเวกเตอร์ $\vec{F}_1$ ทำมุม 30° กับแกน +y ดังนั้นจึงแยกออกเป็นเวกเตอร์ส่วนประกอบตามแนวแกน x และ y ได้ดังภาพ (ค)

จากนั้นคำนวณผลรวมของเวกเตอร์ส่วนประกอบบนแนวแกน x และ y โดยเวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ มีทิศตามแนวแกน +x และ +y ดังภาพ (ง) ซึ่งจะคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\vec{F}_x &= \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} \\ &= (-F_1 \sin 30^\circ) + (+F_2) \\ &= (-10 \sin 30^\circ) + (+10) \\ &= +5 \text{ หน่วย} \\ &= 5 \text{ หน่วย ในทิศ } +x\end{aligned}$$

$$\vec{F}_y = \vec{F}_{1y}$$
$$= +F_1\cos 30^\circ$$
$$\vec{F}_y = +10\cos 30^\circ$$
$$= +5\sqrt{3} \text{ หน่วย}$$
$$= 5\sqrt{3} \text{ หน่วย ในทิศ } +y$$

ขั้นตอนสุดท้ายคำนวณเวกเตอร์ลัพธ์ $\vec{F}$ จากเวกเตอร์ส่วนประกอบ $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ โดย

$$F = \sqrt{F_x^2+F_y^2}$$
$$= \sqrt{5^2+\left(5\sqrt{3}\right)^2}$$
$$= \sqrt{5^2(1+3)}$$
$$= \sqrt{5^2(4)}$$
$$= 5(2)$$
$$= 10 \text{ หน่วย}$$

และ $\tan\theta = \dfrac{F_y}{F_x} = \dfrac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3}$

ดังนั้น $\theta = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = 60^\circ$

จากผลการคำนวณสรุปผลได้ว่า เวกเตอร์มีขนาด 10 หน่วย ในทิศทำมุม 60° กับแกน +x หรือทำมุม 60° กับเวกเตอร์ $\vec{F}_2$

## กิจกรรมฝึกสมองลองคำนวณ

**ข้อที่ 1**

จงคำนวณหาแรงลัพธ์ของแรง 2 แรง ซึ่งมีขนาด 10 และ 30 นิวตัน มีทิศทำมุมกัน $120^\circ$

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

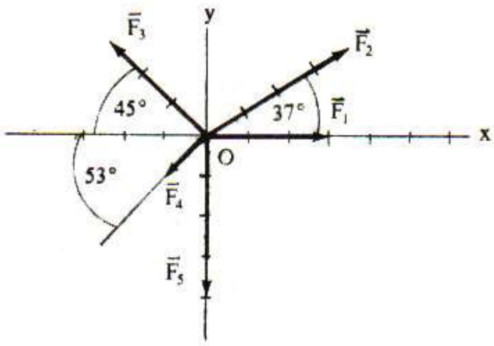
**ข้อที่ 2**

ถ้าขนาดของแรง 2 แรง รวมกันได้ 18 นิวตัน และแรงลัพธ์มีขนาด 12 นิวตัน มีทิศตั้งฉากกับแรงน้อย จงหาขนาดของแรงย่อยทั้งสอง

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

**ข้อที่ 3**

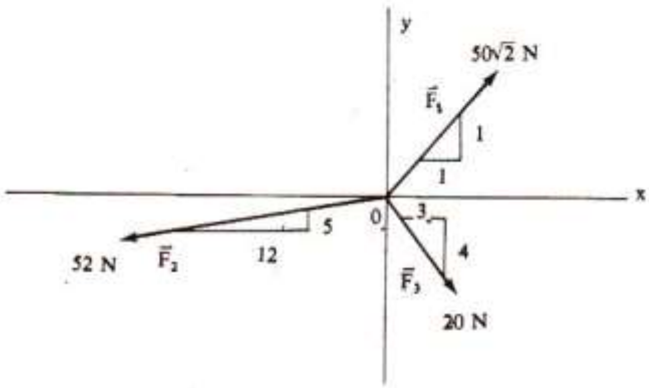
จากรูปกำหนดให้ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ และ $\vec{F}_5$ อยู่บนระนาบเดียวกัน กระทำร่วมกัน ณ จุด O โดยที่แรงทั้ง 5 มีขนาด 15, 20, $10\sqrt{2}$, 5 และ 20 นิวตัน ตามลำดับ จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์




**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

**ข้อที่ 4**

จงคำนวณหาแรงลัพธ์ของแรงย่อยต่างๆ ที่กำหนดให้ดังรูป




**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

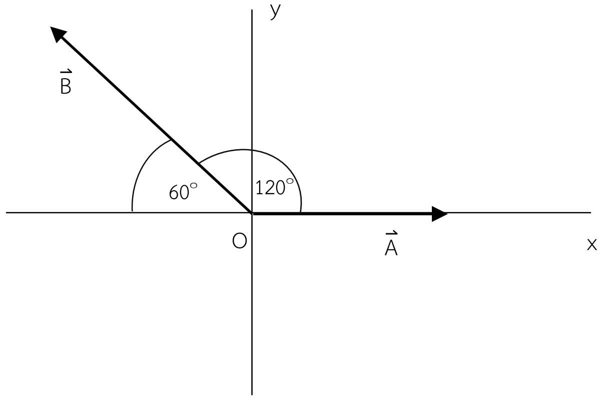
# เฉลยกิจกรรมฝึกสมองลองคำนวณ

## ข้อที่ 1

จงคำนวณหาแรงลัพธ์ของแรง 2 แรง ซึ่งมีขนาด 10 และ 30 นิวตัน มีทิศทำมุมกัน $120^\circ$

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

จะใช้วิธีแยกองค์ประกอบเวกเตอร์บนแถบฉาก ดังนี้




ให้ $\vec{A}$ เป็นแรงที่มีขนาด 10 หน่วย

$\vec{B}$ เป็นแรงที่มีขนาด 20 หน่วย

การแยกองค์ประกอบจะใช้ตารางช่วยดังต่อไปนี้

| แรง | องค์ประกอบ x | องค์ประกอบ y |
|---|---|---|
| $\vec{A}$ | 10 | 0 |
| $\vec{B}$ | $-20 \cos 60^\circ$ | $20 \sin 60^\circ$ |

$F_x$ และ $F_y$ เป็นองค์ประกอบของทางแกน x และ y ตามลำดับ

$$F_x = 10-10 \text{ N}$$
$$= 0 \text{ N}$$
$$F_y = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

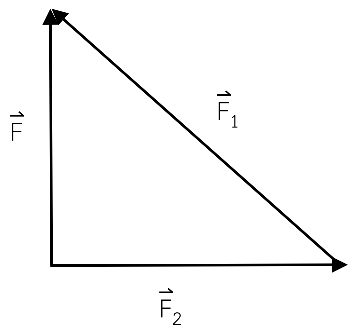
ดังนั้น เวกเตอร์ลัพธ์มีขนาด $10\sqrt{3}$ นิวตัน มีทิศทางแกน +y

**ข้อที่ 2**

ถ้าขนาดของแรง 2 แรง รวมกันได้ 18 นิวตัน และแรงลัพธ์มีขนาด 12 นิวตัน มีทิศตั้งฉากกับแรงน้อย จงหาขนาดของแรงย่อยทั้งสอง

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

ปัญหานี้การดำเนินการหาคำตอบ จะเน้นการสร้างและการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ ถ้าให้ $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ เป็นแรงย่อยโดยที่ $F_1 > F_2$ จากโจทย์เขียนได้ ดังรูป และจากโจทย์จะได้




$$\vec{F}_1+\vec{F}_2 = 18 \qquad ......(1)$$

ถ้าให้ $\vec{F}$ เป็นแรงลัพธ์ แล้ว

$$\vec{F} = \vec{F}_1+\vec{F}_2$$

จากรูปจะได้

$$F_1^2 = F^2+F_2^2 \qquad ......(2)$$

$$F_1^2-F_2^2 = 144 \qquad ......(3)$$

ทำการแก้สามการ (1),(2) และ (3) จะได้

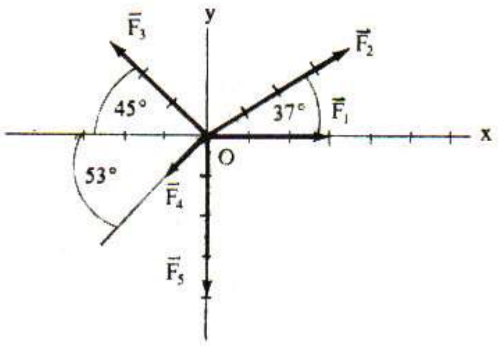
$$F_1 = 13 \text{ N}$$

$$F_2 = 5 \text{ N}$$

ดังนั้น ขนาดของแรงย่อยทั้งสอง $F_1$ เท่ากับ 13 นิวตัน และ $F_2$ เท่ากับ 5 นิวตัน

## ข้อที่ 3

จากรูปกำหนดให้ $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ และ $\vec{F}_5$ อยู่บนระนาบเดียวกัน กระทำร่วมกัน ณ จุด O โดยที่แรงทั้ง 5 มีขนาด 15, 20, $10\sqrt{2}$, 5 และ 20 นิวตัน ตามลำดับ จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์




**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

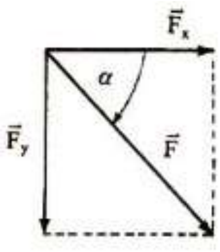
ในการคำนวณจะใช้วิธีการแยกออกเป็นองค์ประกอบย่อยๆ บนแกนฉาก เพื่อสะดวกจึงใช้ตารางช่วยได้ดังนี้

| แรง | องค์ประกอบ x | องค์ประกอบ y |
|---|---|---|
| $\vec{F}_1$ | 15 | 0 |
| $\vec{F}_2$ | $20 \cos 37^\circ$ | $20 \sin 37^\circ$ |
| $\vec{F}_3$ | $-10\sqrt{2} \cos 45^\circ$ | $10\sqrt{2} \sin 45^\circ$ |
| $\vec{F}_4$ | $-5 \cos 53^\circ$ | $-5 \sin 53^\circ$ |
| $\vec{F}_5$ | 0 | -20 |

ถ้าให้ $\vec{F}$, $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ เป็นแรงลัพธ์และองค์ประกอบของแรงลัพธ์ทางแกน x และแกน y ตามลำดับ

$$F_x = 15+20 \cos 37^\circ - 10\sqrt{2} \cos 45^\circ - 5 \cos 53^\circ \quad \text{N}$$
$$= 15 + 16 - 10 - 3 \quad \text{N}$$
$$= 18 \quad \text{N}$$ (เครื่องหมายบวกแสดงว่ามีทิศทางแกน +x)

$$F_y = 20 \sin 37^\circ + 10\sqrt{2} \sin 45^\circ - 5 \sin 53^\circ - 20 \quad \text{N}$$
$$= 12 + 10 - 4 - 20 \quad \text{N}$$
$$= -2 \quad \text{N}$$ (เครื่องหมายลบแสดงว่ามีทิศทางแกน -y)




ขนาดของแรงลัพธ์เป็น

$$F = \sqrt{F_x^2+F_y^2}$$

$$= \sqrt{324+4} \quad N$$

$$= 18.11 \quad N$$

ถ้า $\alpha$ เป็นมุมที่แรงลัพธ์ทำกับแกน +x จะได้

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x}$$

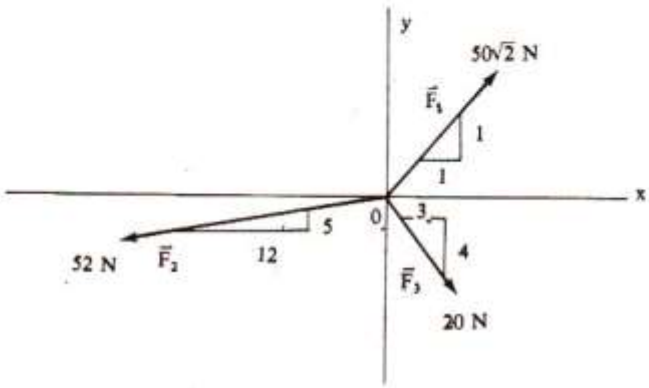
$$= \tan^{-1}\frac{4}{324}$$

$$= 0.70^\circ \text{ กับแกน } +x \text{ ตามเข็มนาฬิกา}$$

ดังนั้น ขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ เท่ากับ 0.70° กับแกน +x ตามเข็มนาฬิกา

## ข้อที่ 4

จงคำนวณหาแรงลัพธ์ของแรงย่อยต่างๆ ที่กำหนดให้ดังรูป




**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

เนื่องจากค่าของมุมไม่ได้กำหนดให้โดยตรง แต่กำหนดด้านประกอบของสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งจะทำให้เราทราบค่า sin θ, cos θ ได้

ถ้าใช้แรง $50\sqrt{2}$ N ทำมุม $\theta_1$ กับแกน x

$$\cos\theta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \sin\theta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ถ้าใช้แรง 52 N ทำมุม $\theta_2$ กับแกน -x

$$\cos\theta_2 = \frac{12}{13}, \quad \sin\theta_2 = \frac{5}{13}$$

ถ้าใช้แรง 20 N ทำมุม $\theta_3$ กับแกน x

$$\cos\theta_3 = \frac{3}{5}, \quad \sin\theta_3 = \frac{4}{5}$$

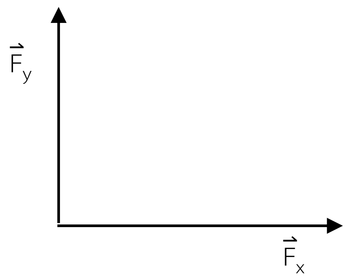
| แรง | องค์ประกอบ x | องค์ประกอบ y |
|---|---|---|
| $\vec{F}_1$ | $50\sqrt{2}\cos\theta_1$ | $50\sqrt{2}\sin\theta_1$ |
| $\vec{F}_2$ | $-52\cos\theta_2$ | $-52\sin\theta_2$ |
| $\vec{F}_3$ | $20\cos\theta_3$ | $-20\sin\theta_3$ |

ถ้าให้ $\vec{F}$, $\vec{F}_x$ และ $\vec{F}_y$ เป็นแรงลัพธ์และองค์ประกอบของแรงลัพธ์ทางแกน x และแกน y ตามลำดับแล้ว

$$F_x = 50\sqrt{2}\cos\theta_1 - 52\cos\theta_2 + 20\cos\theta_3$$
$$= 50\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 52 \times \frac{12}{13} + 20 \times \frac{3}{5}$$
$$= 50 - 48 + 12 \text{ N}$$
$$= 14 \text{ N ทิศทางแกน } +x$$

$$F_y = 50\sqrt{2}\sin\theta_1 - 52\sin\theta_2 - 20\sin\theta_3$$
$$= 50 - 20 - 16$$
$$= 14 \text{ N ทิศทางแกน } +y$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$




ขนาดของแรงลัพธ์มีค่าเป็น

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$= \sqrt{392} \text{ N}$$
$$= 19.80 \text{ N}$$

ถ้า $\alpha$ เป็นมุมที่แรงลัพธ์ทำกับแกน +x วัดทวนเข็มนาฬิกาแล้ว

$$\alpha = \tan^{-1}$$
$$= 45^\circ$$

ดังนั้น ขนาดของแรงลัพธ์มีค่าเป็น 19.80 นิวตัน และ $\alpha$ เท่ากับ 45°

**แบบทดสอบหลังเรียน**
**รายวิชาวิทยาศาสตร์ 3 รหัสวิชา ว30103**
**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 1 การบวกเวกเตอร์**

**<u>คำชี้แจง</u>** นักเรียนทำเครื่องหมาย ✕ ทับอักษรหน้าคำตอบที่ถูกที่สุด เพียงคำตอบเดียว ใช้เวลาทำแบบทดสอบ 15 นาที คะแนนเต็ม 10 คะแนน

1. เมื่อแรงสองแรงทำมุมกันค่าต่างๆ ผลรวมของแรงมีค่าต่ำสุด 2 นิวตัน และมีค่าสูงสุด 14 นิวตัน ผลรวมของแรงทั้งสองเมื่อกระทำตั้งฉากกันจะมีค่าเท่าใด

   ก. 12 นิวตัน
   ข. 10 นิวตัน
   ค. $5\sqrt{2}$ นิวตัน
   ง. 8 นิวตัน
   จ. 5 นิวตัน

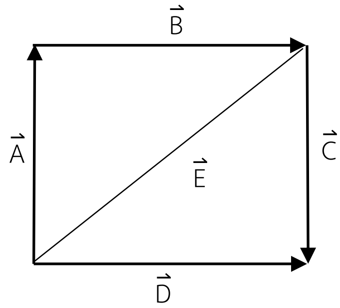
2. $\vec{A}$ มีขนาด 10 หน่วย และ $\vec{B}$ มีขนาด 6 หน่วย อยากทราบว่าเวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดมากที่สุดและน้อยที่สุดเท่าไร

   ก. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 4 หน่วย
   ข. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 6 หน่วย
   ค. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 2 หน่วย
   ง. มีขนาดมากที่สุด 10 หน่วย และน้อยที่สุด 6 หน่วย
   จ. มีขนาดมากที่สุด 10 หน่วย และน้อยที่สุด 4 หน่วย

3. ถ้าเดินทางไปทิศตะวันออก 30 เมตร แล้วเดินทางไปทางทิศเหนือ 40 เมตร ระยะการกระจัดตรงกับข้อใด

   ก. 30 เมตร
   ข. 40 เมตร
   ค. 50 เมตร
   ง. 60 เมตร
   จ. 70 เมตร

4. $\vec{A}$ , $\vec{B}$ , $\vec{C}$ , $\vec{D}$ และ $\vec{E}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กันดังรูปสรุปได้ว่าคำตอบข้อใดถูก




1. $\vec{A} - \vec{E} = \vec{B}$
2. $\vec{D} - \vec{C} = \vec{E}$
3. $\vec{A} - \vec{D} = \vec{B} + \vec{C}$
4. $\vec{A} + \vec{B} = \vec{D} - \vec{C}$

ก. 1. และ 2. ถูก

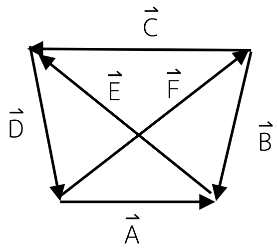
ข. 2. และ 3. ถูก

ค. 1. และ 4. ถูก

ง. 2. และ 4. ถูก

จ. 1. และ 3. ถูก

5. จากรูปแสดงเวกเตอร์ $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$ และ $\vec{F}$ ข้อใดถูกต้องตามหลักการรวมเวกเตอร์




ก. $\vec{F} + \vec{B} = \vec{E} + \vec{D}$

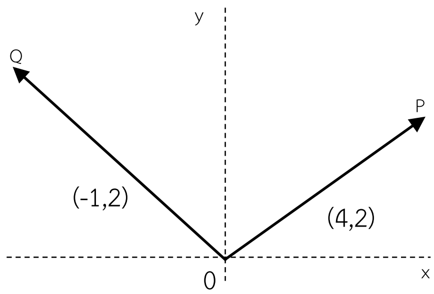
ข. $\vec{A} - \vec{F} = \vec{E} - \vec{C}$

ค. $\vec{B} + \vec{E} = \vec{D} + \vec{F}$

ง. $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C} + \vec{D}$

จ. $\vec{A} - \vec{F} = \vec{D} + \vec{F}$

6. กำหนดเวกเตอร์ $\vec{P}$ และ $\vec{Q}$ ดังรูป ถ้าขนาดของผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสองในแนวแกน $\vec{x}$ และแกน $\vec{y}$ มีค่า 21 หน่วย และ 18 หน่วย ตามลำดับ ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{P}$ ได้แก่




ก. $3\sqrt{5}$

ข. $5\sqrt{5}$

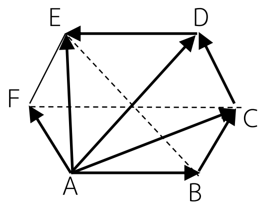
ค. $8\sqrt{5}$

ง. $10\sqrt{5}$

จ. $12\sqrt{5}$

7. ปริมาณทางฟิสิกส์ตรงกับข้อใด
   ก. ปริมาณความเร็ว และปริมาณความเร่ง
   ข. ปริมาณสเกลาร์ และปริมาณความเร่ง
   ค. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณสเกลาร์
   ง. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณความเร็ว
   จ. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณความเร่ง

8. กำหนดให้ ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป จงหาผลบวกของเวกเตอร์ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$ ให้เหลือแค่เวกเตอร์เดียวตรงกับข้อใด




   ก. $\overrightarrow{AE}$
   ข. $\overrightarrow{AB}$
   ค. $\overrightarrow{AC}$
   ง. $\overrightarrow{AD}$
   จ. $2\overrightarrow{AD}$

9. แรง 2 แรง ขนาด 15 นิวตัน และ 20 นิวตัน ตามลำดับ จะมีแรงลัพธ์ขนาดน้อยที่สุดกี่นิวตัน
   ก. 0 นิวตัน
   ข. 2 นิวตัน
   ค. 3 นิวตัน
   ง. 4 นิวตัน
   จ. 5 นิวตัน

10. จากข้อ 9 แรงลัพธ์มีขนาดมากที่สุดกี่นิวตัน
   ก. 20 นิวตัน
   ข. 25 นิวตัน
   ค. 30 นิวตัน
   ง. 35 นิวตัน
   จ. 40 นิวตัน

## เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

| ข้อ | เฉลย | ข้อ | เฉลย |
|---|---|---|---|
| 1. | ค | 6. | ก |
| 2. | ค | 7. | ก |
| 3. | ง | 8. | ง |
| 4. | จ | 9. | ข |
| 5. | ง | 10. | จ |

## เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

| ข้อ | เฉลย | ข้อ | เฉลย |
|---|---|---|---|
| 1. | ข | 6. | จ |
| 2. | ก | 7. | ค |
| 3. | ค | 8. | ก |
| 4. | ง | 9. | จ |
| 5. | ง | 10. | ง |

## เฉลยอย่างละเอียด

1. เมื่อแรงสองแรงทำมุมกันค่าต่างๆ ผลรวมของแรงมีค่าต่ำสุด 2 นิวตัน และมีค่าสูงสุด 14 นิวตัน ผลรวมของแรงทั้งสองเมื่อกระทำตั้งฉากกันจะมีค่าเท่าใด

ก. 12 นิวตัน

ข. 10 นิวตัน

ค. $5\sqrt{2}$ นิวตัน

ง. 8 นิวตัน

จ. 5 นิวตัน

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

สมมติแรงทั้งสองมีขนาดเป็น P และ Q

ผลรวมของแรงต่ำสุด คือ กรณีที่แรงมีทิศทางตรงข้าม จะได้

$$\Sigma F = P - Q = 2 \qquad .....(1)$$

ผลรวมของแรงสูงสุด คือ กรณีแรงมีทิศทางเดียวกัน จะได้

$$\Sigma F = P + Q = 14 \qquad .....(2)$$

สมการที่ (1) + (2) จะได้ $2P = 16$

$P = 8$

แทน P ในสมการที่ 2 $8 + Q = 14$

$Q = 6$

แรงทั้งสองมีขนาด 8 และ 6 ตามลำดับ

เมื่อแรงทั้งสองตั้งฉากกัน จะได้แรงลัพธ์

$$\Sigma F = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$$

**ตอบ ข้อ ข**

2. $\vec{A}$ มีขนาด 10 หน่วย และ $\vec{B}$ มีขนาด 6 หน่วย อยากทราบว่าเวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดมากที่สุดและน้อยที่สุดเท่าไร

ก. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 4 หน่วย
ข. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 6 หน่วย
ค. มีขนาดมากที่สุด 16 หน่วย และน้อยที่สุด 2 หน่วย
ง. มีขนาดมากที่สุด 10 หน่วย และน้อยที่สุด 6 หน่วย
จ. มีขนาดมากที่สุด 10 หน่วย และน้อยที่สุด 4 หน่วย

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

เวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ มีขนาดมากที่สุดเมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางเดียวกัน และมีขนาดน้อยที่สุดเมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางตรงข้ามกัน

ดังนั้น $\vec{A} + \vec{B} = 10 + 6$ ($\vec{A}$ , $\vec{B}$ มีทิศทางเดียวกัน)

= 16 หน่วย

และ $\vec{A} - \vec{B} = 10 - 6$ ($\vec{A}$ , $\vec{B}$ มีทิศทางตรงข้ามกัน)

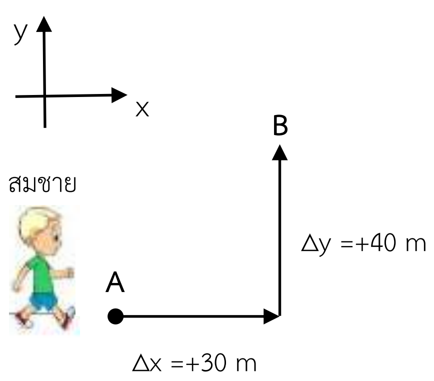
= 4 หน่วย

**ตอบ ข้อ ก**

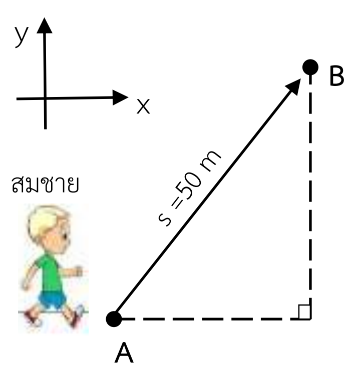
3. ถ้าเดินทางไปทิศตะวันออก 30 เมตร แล้วเดินทางไปทางทิศเหนือ 40 เมตร ระยะการกระจัดตรงกับข้อใด

ก. 30 เมตร
ข. 40 เมตร
ค. 50 เมตร
ง. 60 เมตร
จ. 70 เมตร

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**



(ก)

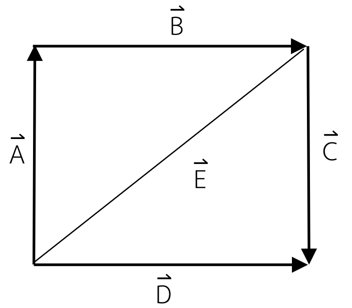


(ข)

ภาพ (ก) แสดงการเดินทางของสมชายจากจุด A ไปยังจุด B โดยเริ่มจากการเดินในทิศ +x ได้การกระจัด $\Delta x$ =+30 m จากนั้นจึงเดินต่อไปในทิศ +y ได้การกระจัด $\Delta y$ =+40 m จนถึงจุด B เมื่อสมชายเดินถึงจุด B จะเห็นได้ว่า การกระจัดรวมมีขนาดเท่ากับความยาวของเส้นตรงจากจุด A ถึงจุด B ซึ่งเท่ากับ $\sqrt{30^2 + 40^2}$ =50 m ในทิศชี้จากจุด A ไปยังจุด B ดังแสดงในภาพ (ข)

**ตอบ ข้อ ค**

4. $\vec{A}$ , $\vec{B}$ , $\vec{C}$ , $\vec{D}$ และ $\vec{E}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กันดังรูปสรุปได้ว่าคำตอบข้อใดถูก




1. $\vec{A} - \vec{E} = \vec{B}$
2. $\vec{D} - \vec{C} = \vec{E}$
3. $\vec{A} - \vec{D} = \vec{B} + \vec{C}$
4. $\vec{A} + \vec{B} = \vec{D} - \vec{C}$

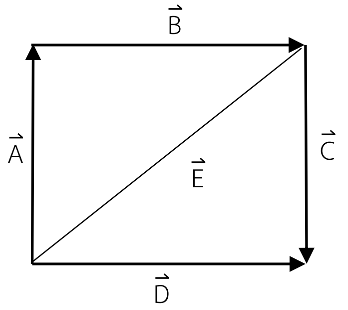
ก. 1. และ 2. ถูก　　ข. 2. และ 3. ถูก

ค. 1. และ 4. ถูก　　ง. 2. และ 4. ถูก

ง. 1. และ 3. ถูก

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

หลักการวาดเวกเตอร์เพื่อหาเวกเตอร์ลัพธ์ คือการกำหนดจุดตั้งต้นแล้วลากเวกเตอร์หางต่อหัวไปเรื่อยๆ เมื่อครบแล้วเวกเตอร์ที่ลากจากจุดตั้งต้นไปยังหัวของเวกเตอร์สุดท้าย (ที่ลากต่อกันแล้ว) จะเป็นเวกเตอร์ลัพธ์




1. จากรูป $\vec{A} - \vec{E} = \vec{A} + (-\vec{E}) + \vec{A} = -\vec{B}$

   ข้อ 1. ผิด

2. จากรูป $\vec{D} - \vec{C} = \vec{D} + (-\vec{C}) = \vec{E}$

   ข้อ 2. ถูก

3. จากรูป $\vec{A} - \vec{D}$ จะเป็นเวกเตอร์ที่ชี้จากปลาย $\vec{D}$ ไปหาปลาย $\vec{A}$

   $\vec{B} - \vec{C}$ จะเป็นเวกเตอร์ที่ชี้จากปลาย $\vec{B}$ ไปหาปลาย $\vec{C}$

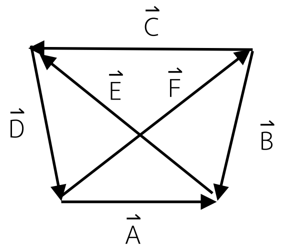
   ข้อ 3. ผิด

4. จากรูป $\vec{A} + \vec{B} = \vec{E}$ , $\vec{D} - \vec{C} = \vec{D} + (-\vec{C}) = \vec{E}$

   ข้อ 4. ถูก

**ตอบ ข้อ ง**

5. จากรูปแสดงเวกเตอร์ $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$ และ $\vec{F}$ ข้อใดถูกต้องตามหลักการรวมเวกเตอร์




ก. $\vec{F} + \vec{B} = \vec{E} + \vec{D}$

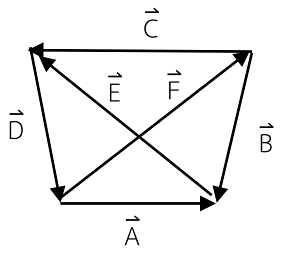
ข. $\vec{A} - \vec{F} = \vec{E} - \vec{C}$

ค. $\vec{B} + \vec{E} = \vec{D} + \vec{F}$

ง. $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C} + \vec{D}$

จ. $\vec{A} - \vec{F} = \vec{D} + \vec{F}$

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**




พิจารณาตัวเลือก ก) ซ้าย $\vec{F} + \vec{B} = \vec{A}$

ขวา $\vec{E} + \vec{D} = -\vec{A}$

$\therefore \vec{F} + \vec{B} \neq \vec{E} + \vec{D}$

พิจารณาตัวเลือก ข) ซ้าย $\vec{A} - \vec{F} = \vec{A} + (-\vec{F}) = \vec{B}$

ขวา $\vec{E} - \vec{C} = \vec{E} + (-\vec{C}) = -\vec{B}$

$\therefore \vec{A} - \vec{F} \neq \vec{E} - \vec{C}$

พิจารณาตัวเลือก ค) ซ้าย $\vec{B} + \vec{E} = \vec{C}$

ขวา $\vec{D} + \vec{F} = -\vec{C}$

$\therefore \vec{B} + \vec{E} \neq \vec{D} + \vec{F}$

พิจารณาตัวเลือก ง) ซ้าย $\vec{B} - \vec{A} = \vec{B} + (-\vec{A}) = -\vec{F}$

ขวา $\vec{C} + \vec{D} = -\vec{F}$

$\therefore \vec{B} - \vec{A} = \vec{C} + \vec{D}$

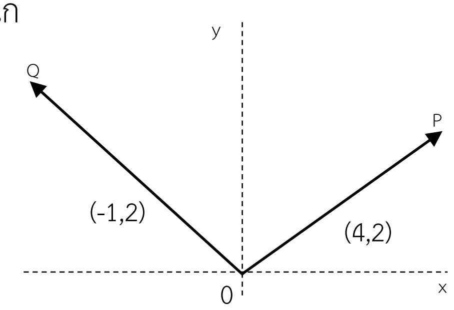
พิจารณาตัวเลือก จ) ซ้าย $\vec{A} - \vec{F} = \vec{A} + (-\vec{F}) = \vec{B}$

ขวา $\vec{D} + \vec{F} = -\vec{C}$

$\therefore \vec{A} - \vec{F} \neq \vec{D} + \vec{F}$

**ตอบ ข้อ ง**

6. กำหนดเวกเตอร์ $\vec{P}$ และ $\vec{Q}$ ดังรูป ถ้าขนาดของผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสองในแนวแกน $\vec{x}$ และแกน $\vec{y}$ มีค่า 21 หน่วย และ 18 หน่วย ตามลำดับ ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{P}$ ได้แก่




ก. $3\sqrt{5}$

ข. $5\sqrt{5}$

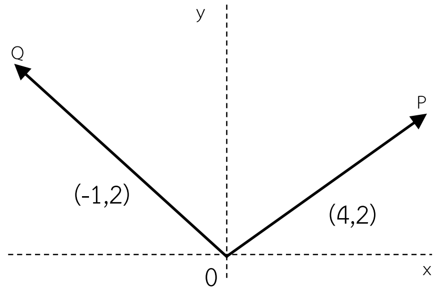
ค. $8\sqrt{5}$

ง. $10\sqrt{5}$

จ. $12\sqrt{5}$

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

สมมติเวกเตอร์ $\vec{P}$ และ $\vec{Q}$ ทำมุม $\theta$ และ $\alpha$ กับแกน x ตามลำดับ จากจุดคู่อันดับทำให้เส้นของเวกเตอร์ จะได้ฟังก์ชันตรีโกณของมุม คือ




$\tan\theta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ จะได้

$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\tan\alpha = \frac{2}{1}$ จะได้

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

เวกเตอร์ $\vec{P}$ และ $\vec{Q}$ ไปในแนวแกน x และ แกน y

จากโจทย์ผลรวมในแนวแกน x เท่ากับ 21 , $\Sigma F_x = 21$

แสดงว่า ; $P\cos\theta - Q\cos\alpha = 21$

แทนค่า ; $P\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) - Q\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 21$

$2P - Q = 21\sqrt{5}$ .....(1)

ผลรวมในแนวแกน y เท่ากับ 18 , $\Sigma F_y = 18$

แสดงว่า ; $P\sin\theta - Q\sin\alpha = 18$

แทนค่า ; $P\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) - Q\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = 18$

$P + 2Q = 18\sqrt{5}$ .....(2)

สมการ (1) x (2) ; $4P - 2Q = 42\sqrt{5}$ .....(3)

สมการ (3) + (2) ; จะได้ $5P = 60\sqrt{5}$

∴ ขนาดของเวกเตอร์ $\vec{P}$ เท่ากับ $12\sqrt{5}$

ตอบ ข้อ จ.

7. ปริมาณทางฟิสิกส์ตรงกับข้อใด

ก. ปริมาณความเร็ว และปริมาณความเร่ง

ข. ปริมาณสเกลาร์ และปริมาณความเร่ง

ค. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณสเกลาร์

ง. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณความเร็ว

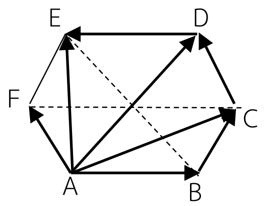
จ. ปริมาณเวกเตอร์ และปริมาณความเร่ง

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

ปริมาณในทางฟิสิกส์มี 2 ประเภท คือ ปริมาณสเกลาร์ และปริมาณเวกเตอร์

**ตอบ ข้อ ค**

8. กำหนดให้ ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป จงประกาศผลบวกของเวกเตอร์ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$ ให้เหลือแค่เวกเตอร์เดียวตรงกับข้อใด




ก. $\overrightarrow{AE}$

ข. $\overrightarrow{AB}$

ค. $\overrightarrow{AC}$

ง. $\overrightarrow{AD}$

จ. $2\overrightarrow{AD}$

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE})$$

$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}$$

ดังนั้น $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$

**ตอบ ข้อ ก**

9. แรง 2 แรง ขนาด 15 นิวตัน และ 20 นิวตัน ตามลำดับ จะมีแรงลัพธ์ขนาดน้อยที่สุดกี่นิวตัน

ก. 0 นิวตัน

ข. 2 นิวตัน

ค. 3 นิวตัน

ง. 4 นิวตัน

จ. 5 นิวตัน

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

แรงลัพธ์ของแรง 2 แรง มีขนาดน้อยที่สุดเมื่อแรงทั้งสองมีทิศทางตรงข้ามกัน ได้ว่า

แรงลัพธ์ = ผลต่างของแรงทั้งสอง ดังนั้น

แรงลัพธ์ = 20-15 = 5 นิวตัน

**ตอบ ข้อ จ**

10. จากข้อ 9 แรงลัพธ์มีขนาดมากที่สุดกี่นิวตัน

ก. 20 นิวตัน

ข. 25 นิวตัน

ค. 30 นิวตัน

ง. 35 นิวตัน

จ. 40 นิวตัน

**ขั้นตอนการหาคำตอบ**

แรงลัพธ์ของแรง 2 แรง มีขนาดน้อยที่สุดเมื่อแรงทั้งสองมีทิศทางตรงข้ามกัน ได้ว่า

แรงลัพธ์ = ผลต่างของแรงทั้งสอง ดังนั้น

แรงลัพธ์ = 15+20 = 35 นิวตัน

**ตอบ ข้อ ง**

# บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2551.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. คณะวิทยาศาสตร์. **ฟิสิกส์ 1.** กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2552.

ชวิน เป้าอารีย์. **ฟิสิกส์ ม.4-6.** พิมพ์ครั้งที่ 4 กรุงเทพฯ : วีระสัมพันธ์, 2555.

ชัยณรงค์ วิเศษศักดิ์วิชัย. **ฟิสิกส์ประยุกต์.** กรุงเทพฯ : สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี, 2556.

นิรันดร์ สุวรัตน์. **ฟิสิกส์ ม.4 ฉบับสมบูรณ์**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์พัฒนาจำกัด , 2556.

มงคล ชมบุญ. **ฟิสิกส์ ม.4-6.** พิมพ์ครั้งที่ 7 กรุงเทพฯ : มงคล ชมบุญ, 2556.

วัฒนาพร ระงับทุกข์. **การจัดการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง.** กรุงเทพฯ : ต้นอ้อ, 2557.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).**คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม ฟิสิกส์ เล่ม 2**. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว, 2556.

____________. **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติม ฟิสิกส์ เล่ม 2**. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว, 2554.