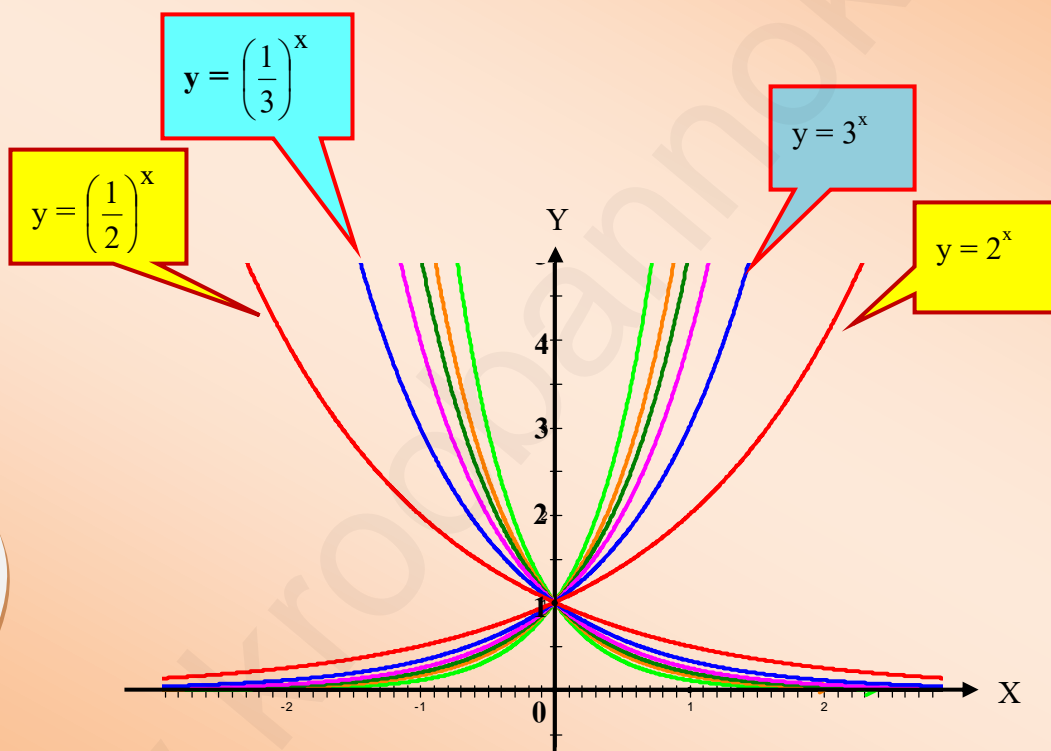


แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง
เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนท่าชนะ
ชุดที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



นางวราภรณ์ บุญเกตุ
ครูชำนาญการ
โรงเรียนท่าชนะ อำเภอท่าชนะ จังหวัดสุราษฎร์ธานี
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 11

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนท่าชนะ จัดทำขึ้นเพื่อเป็นสื่อประกอบการเรียนรู้และพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียน โดยนักเรียนใช้ความรู้เดิมเชื่อมโยงเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ ฝึกฝนทักษะจนเกิดความชำนาญและเกิดความรู้ที่คงทน ประกอบด้วย 12 ชุด ดังนี้

- ชุดที่ 1 ความสัมพันธ์
- ชุดที่ 2 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
- ชุดที่ 3 ฟังก์ชัน
- ชุดที่ 4 โดเมน เรนจ์ และค่าของฟังก์ชัน
- ชุดที่ 5 ฟังก์ชันเชิงเส้น
- ชุดที่ 6 ฟังก์ชันกำลังสอง
- ชุดที่ 7 การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ
- ชุดที่ 8 การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ
- ชุดที่ 9 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ
- ชุดที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- ชุดที่ 11 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
- ชุดที่ 12 ฟังก์ชันขั้นบันได

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนท่าชนะ ประกอบด้วย ใบความรู้ ใบกิจกรรม เฉลยใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ เฉลยแบบฝึกทักษะ แบบทดสอบหลังเรียน และเฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนท่าชนะ จะเป็นประโยชน์สำหรับครูและนักเรียนที่จะนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี

วราภรณ์ บุญเกตุ

สารบัญ

| | หน้า |
|---|------|
| คำแนะนำสำหรับครู | 1 |
| คำแนะนำสำหรับนักเรียน | 2 |
| ขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง | 3 |
| มาตรฐาน/ตัวชี้วัด | 4 |
| จุดประสงค์/สาระการเรียนรู้/เวลาเรียน | 5 |
| แบบทดสอบก่อนเรียน | 6 |
| เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน | 10 |
| ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (ชั่วโมงที่ 1) | 11 |
| การแก้สมการฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (ชั่วโมงที่ 2) | 26 |
| การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (ชั่วโมงที่ 3) | 35 |
| แบบทดสอบหลังเรียน | 47 |
| เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน | 51 |
| บรรณานุกรม | 52 |

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง
เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนท่าชนะ
ชุดที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



คำชี้แจงสำหรับครู

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง ชุดที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยครูควรปฏิบัติดังนี้

1. ครูผู้สอนควรศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ให้ชัดเจนก่อนนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
2. ชี้แจงขั้นตอนการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยงให้นักเรียนเข้าใจ
3. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง ชุดที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ควบคู่กับ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 32 – 34
4. ขณะปฏิบัติกิจกรรม ดูแลให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนและให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนพบปัญหา
5. ครูสังเกตและประเมินผลการเรียนของนักเรียนอย่างต่อเนื่องและให้การเสริมแรงในการปฏิบัติกิจกรรมหรือทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ของนักเรียน
6. บันทึกผลหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

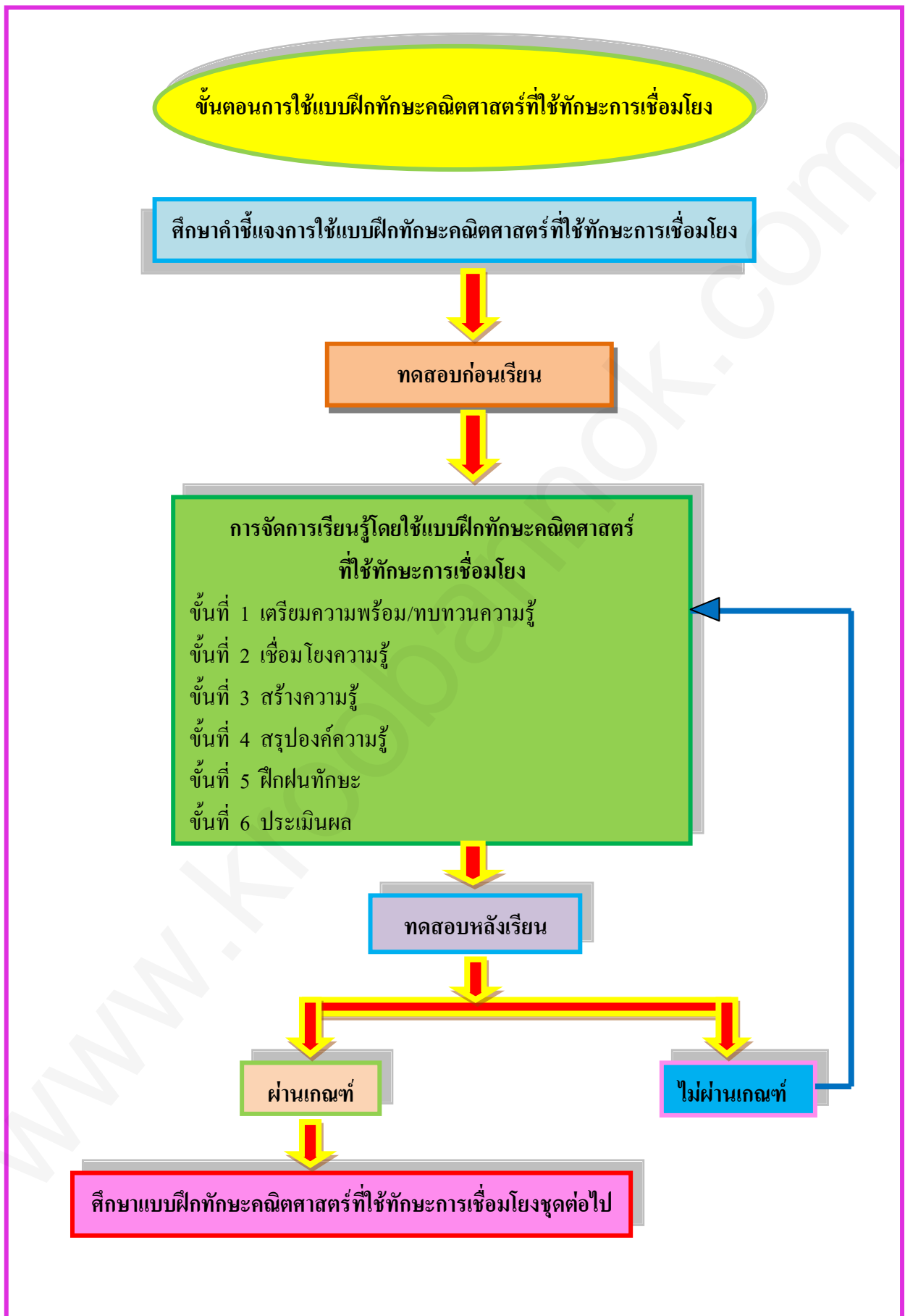


คำชี้แจงสำหรับนักเรียน

1. นักเรียนอ่านคำชี้แจงในการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง ให้เข้าใจ
2. นักเรียนศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์ สาระการเรียนรู้ เนื้อหา เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ให้เข้าใจ
3. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน ชุดที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ตรวจสอบคำตอบและบันทึกคะแนน
4. นักเรียนศึกษาตัวอย่างจากใบความรู้ วิเคราะห์ เก็บรวบรวมข้อมูล เชื่อมโยงความรู้ แล้วสร้างความรู้ด้วยตนเอง
5. นักเรียนร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ฝึกกระบวนการคิด กระบวนการกลุ่ม การแก้ปัญหา แล้วทำใบกิจกรรม ตรวจสอบคำตอบภายในกลุ่ม สรุปองค์ความรู้ที่ได้รับ
6. ตัวแทนกลุ่มนำเสนอความรู้ที่สรุปได้
7. นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะที่ใช้ทักษะการเชื่อมโยง โดยการวิเคราะห์ ฝึกหาคำตอบด้วยตนเอง ประเมินตนเองโดยการตรวจสอบ แก้ไขข้อผิดพลาด บันทึกคะแนน
8. นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบหลังเรียน ชุดที่ 10 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ตรวจสอบคำตอบและบันทึกคะแนน
9. ระหว่างทำกิจกรรมนักเรียนสามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้
10. นักเรียนไม่พูดแทรก พูดต่อเสียง หรือดูถูกซึ่งกันและกันระหว่างทำกิจกรรมกลุ่ม แต่ควรให้กำลังใจกันและกันในการทำกิจกรรมร่วมกัน

อยากดูบทเรียน
ข้างในแล้วซี





มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 4.2 ม.4-6/4 สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์ หรือปัญหาและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 4.2 ม.4-6/5 ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4-6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ





จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
2. บอกลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ ดังนี้
 - 2.1 บอกโดเมนและเรนจ์ได้
 - 2.2 เขียนกราฟได้
 - 2.3 บอกได้ว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด
3. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $a > 0$ ได้
4. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
จำนวน 1 ชั่วโมง

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

การแก้สมการฟังก์ชัน
เอกซ์โพเนนเชียล
จำนวน 1 ชั่วโมง

การแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่อง
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
จำนวน 1 ชั่วโมง

เวลาเรียน 3 ชั่วโมง





แบบทดสอบก่อนเรียน



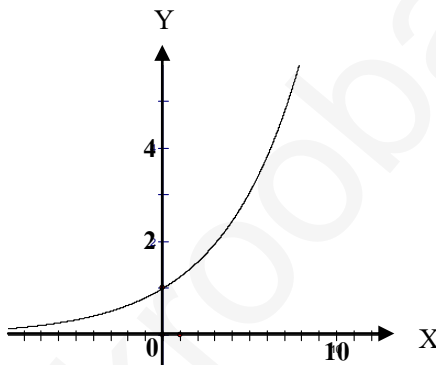
คำชี้แจง แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกคำตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ

ข้อละ 1 คะแนน

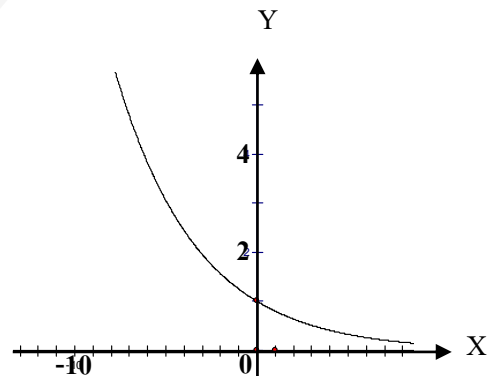
คำสั่ง ให้นักเรียนกากบาท (×) ทับข้อ ก ข ค หรือ ง ที่ถูกต้องหรือเหมาะสมที่สุดเพียงคำตอบเดียวในกระดาษคำตอบ

1. กราฟของ $y = \left(\frac{5}{4}\right)^x$ คือข้อใด

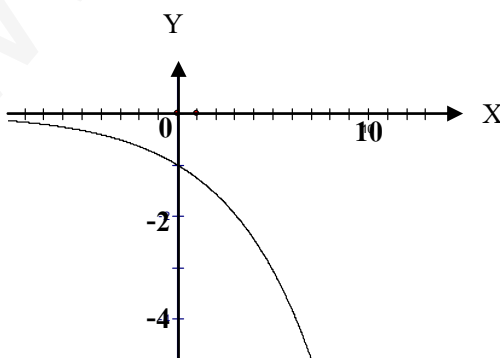
ก.



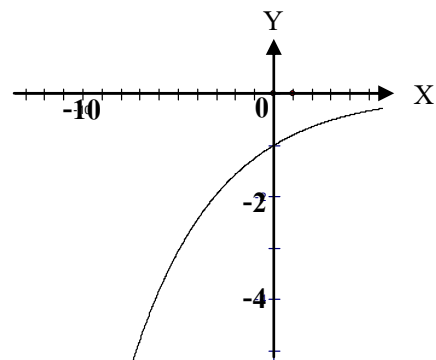
ข.



ค.



ง.



2. กราฟของฟังก์ชันใดต่อไปนี้มีลักษณะ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง

ก. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

ข. $y = (0.1)^{-x}$

ค. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

ง. $y = (1.2)^{-x}$

3. กราฟของฟังก์ชันในข้อใดที่มีจุดตัดแกน y ที่จุด $(0, -1)$

ก. $y = 2^{x+2}$

ข. $y = 2^{x-2}$

ค. $y = 2^x + 2$

ง. $y = 2^x - 2$

4. ถ้า $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 256$ แล้วได้ค่าของ $2x + 1$ ตรงกับข้อใด

ก. 7

ข. -7

ค. 9

ง. -9

5. ถ้า $(125)^{x+1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x$ จะได้ $x^2 + 1$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{14}{5}$

ข. $\frac{26}{25}$

ค. $\frac{34}{25}$

ง. 2



6. ถ้า $\left(\frac{2}{3}\right)^{-x} = \frac{243}{32}$ แล้วได้ค่าของ $5 - 3x$ ตรงกับข้อใด
- ก. 20
ข. -20
ค. 10
ง. -10
7. นายสุวรรณกู้เงินจากธนาคารแห่งหนึ่งเป็นเงิน 420,000 บาท ถ้าจำนวนเงินที่เขาต้องจ่ายคืนให้ธนาคารเป็นไปตามสูตร $f(x) = 420,000(1.04)^x$ เมื่อ x แทนจำนวนปีที่เขาจะต้องใช้เงินคืน จำนวนเงินโดยประมาณที่นายสุวรรณจะใช้คืนธนาคารหมดภายใน 4 ปี เท่ากับข้อใด
- ก. 491,340 บาท
ข. 589,890 บาท
ค. 614,930 บาท
ง. 823,530 บาท
8. จากโจทย์ข้อ 7 จำนวนเงินที่นายสุวรรณคืนธนาคารคิดเป็นดอกเบี้ยประมาณกี่บาท
- ก. 69,888 บาท
ข. 71,340 บาท
ค. 194,922 บาท
ง. 403,534 บาท
9. เด็กหญิงนกยูง นำเงินฝากธนาคาร จำนวน 5,000 บาท ไปฝากธนาคารออมสินได้รับดอกเบี้ย 5% ต่อปี โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้น เมื่อฝากเงินครบ 3 ปี เด็กหญิงนกยูง จะได้รับรวมทั้งหมดเท่าใด เมื่อเงินรวมดอกเบี้ยทบต้นคือ $S = P(1+i)^n$
- S แทน เงินรวมดอกเบี้ยทบต้น
 P แทน เงินต้น
 i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด
 n แทน จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น
- ก. 5,788 บาท
ข. 6,075 บาท
ค. 10,788 บาท
ง. 16,875 บาท



10. จากข้อ 9 เมื่อฝากเงินครบ 3 ปี เด็กหญิงนกยูงได้รับดอกเบี้ยเป็นเงินประมาณกี่บาท
- ก. 557 บาท
- ข. 755 บาท
- ค. 788 บาท
- ง. 887 บาท



คะแนนที่ได้คะแนน คิดเป็นร้อยละ

☐ ผ่านเกณฑ์ 50 %

☐ ไม่ผ่านเกณฑ์ 60 %



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน

1. ก

6. ง

2. ง

7. ก

3. ง

8. ข

4. ข

9. ก

5. ค

10. ค

ฝึกคิด ฝึกสมอง
ฝึกคณิต







ใบความรู้ที่ 1
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จะมีอยู่ 2 ชนิด โดยขึ้นอยู่กับลักษณะของฐาน (a) ดังนี้

ชนิดที่ 1 $y = a^x, 0 < a < 1$

ชนิดที่ 2 $y = a^x, a > 1$

ข้อสังเกต $f(x) = 1^x$ เป็นฟังก์ชันคงตัว เนื่องจาก $1^x = 1$ เสมอ ดังนั้นในข้อกำหนดของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จึงไม่สนใจฐาน (a) ที่เป็น 1

กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x, 0 < a < 1$

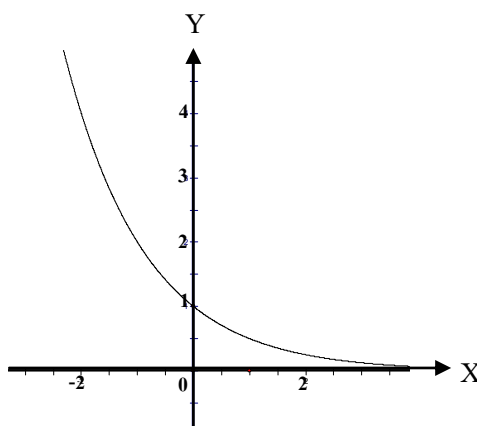
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

วิธีทำ ฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ เป็นฟังก์ชันฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ที่มีฐาน (a) เป็นจำนวนจริงบวกที่มีค่าน้อยกว่า 1 ($0 < a < 1$)

เขียนตารางจุดผ่านบางจุดของกราฟ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ดังนี้

| | | | | | |
|---|----|----|---|---------------|---------------|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 4 | 2 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |



จากตัวอย่าง ที่แสดงให้เห็นรูปร่างของกราฟของ ฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ จะเห็นได้ว่า

ค่าของ y เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เมื่อ x มีค่าเป็นลบลงเรื่อยๆ

ค่าของ y จะค่อยๆลดลงเข้าใกล้ศูนย์ เมื่อ x มีค่ามากขึ้น

สรุป เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ y มีค่าลดลง แสดงว่า

$$\text{ฟังก์ชัน } y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ เป็นฟังก์ชันลด}$$

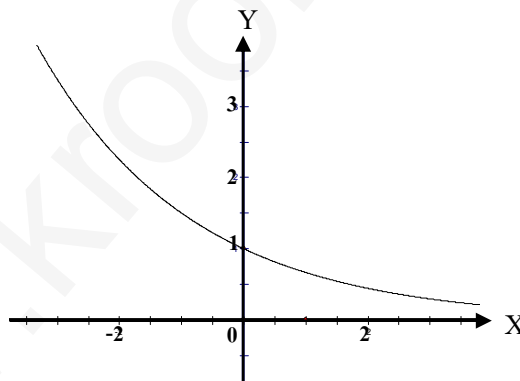
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x}$

วิธีทำ ฟังก์ชัน $y = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x} = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ เป็นฟังก์ชันฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ที่มีฐาน (a) เป็นจำนวนจริงบวกที่มีค่าน้อยกว่า 1 ($0 < a < 1$)

เขียนตารางจุดผ่านบางจุดของกราฟ $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ ดังนี้

| | | | | | |
|---|---------------|---------------|---|---------------|---------------|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | $\frac{9}{4}$ | $\frac{3}{2}$ | 1 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{4}{9}$ |



จากตัวอย่าง ที่แสดงให้เห็นรูปร่างของกราฟของ ฟังก์ชัน $y = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x}$ จะเห็นได้ว่า

ค่าของ y เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เมื่อ x มีค่าเป็นลบลงเรื่อยๆ

ค่าของ y จะค่อยๆลดลงเข้าใกล้ศูนย์ เมื่อ x มีค่ามากขึ้น

สรุป เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ y มีค่าลดลง แสดงว่า

$$\text{ฟังก์ชัน } y = \left(\frac{3}{2}\right)^{-x} \text{ หรือ } y = \left(\frac{2}{3}\right)^x \text{ เป็นฟังก์ชันลด}$$

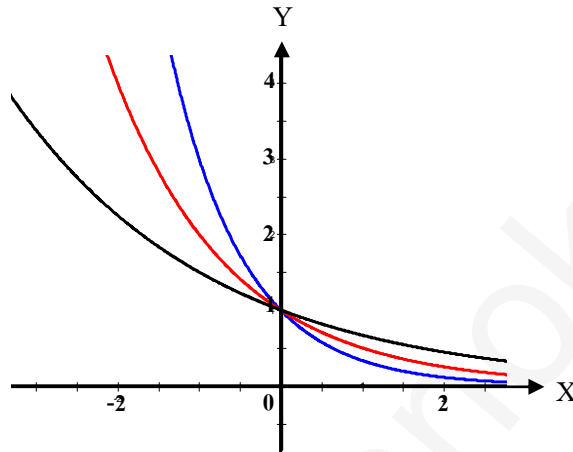


ตัวอย่างที่ 3 จงจับคู่กราฟและสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

2. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

3. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

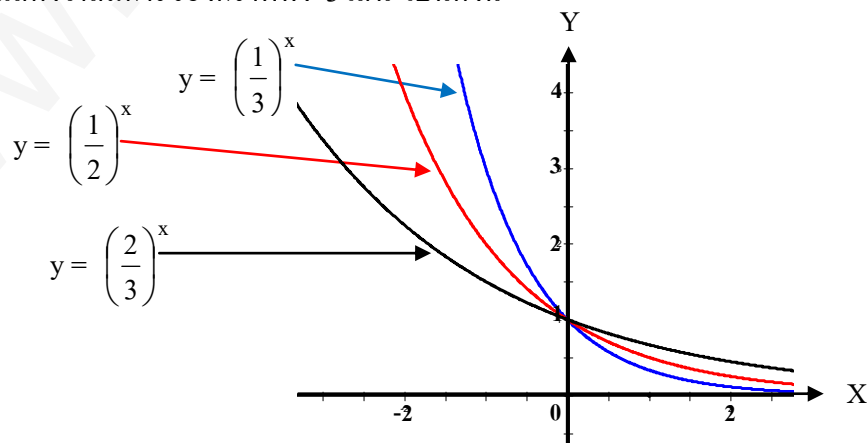


วิธีทำ ลองให้ $x = -1$ ในสมการ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ จะได้ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$
 $= 2$

ลองให้ $x = -1$ ในสมการ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ จะได้ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$
 $= 3$

ลองให้ $x = -1$ ในสมการ $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ จะได้ $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$
 $= \frac{3}{2}$

แสดงว่าสมการของกราฟทั้ง 3 เส้น เป็นดังนี้

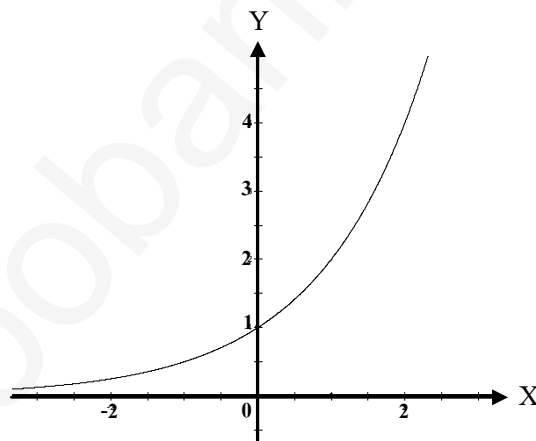


กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$, $a > 1$

ตัวอย่างที่ 4 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = 2^x$

วิธีทำ ฟังก์ชัน $y = 2^x$ เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ที่มีฐาน (a) เป็นจำนวนจริงบวกที่มีค่ามากกว่า 1 ($a > 1$)
เขียนตารางจุดผ่านบางจุดของกราฟ $y = 2^x$ ดังนี้

| | | | | | |
|---|---------------|---------------|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 |



จากตัวอย่าง ที่แสดงให้เห็นรูปร่างของกราฟของ ฟังก์ชัน $y = 2^x$ จะเห็นได้ว่า

1. ค่าของ y เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น
2. ค่าของ y จะค่อยๆ ลดลงเข้าใกล้ศูนย์ เมื่อ x มีค่าน้อยลงเรื่อยๆ

สรุป เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ y มีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย แสดงว่า
ฟังก์ชัน $y = 2^x$ ฟังก์ชันเพิ่ม

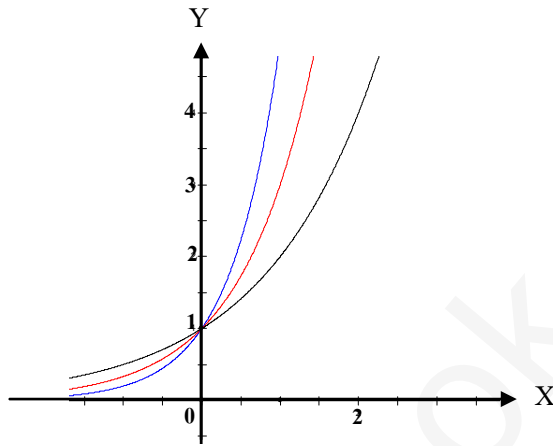


ตัวอย่างที่ 5 จงจับคู่กราฟและสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $y = 2^x$

2. $y = 3^x$

3. $y = 5^x$

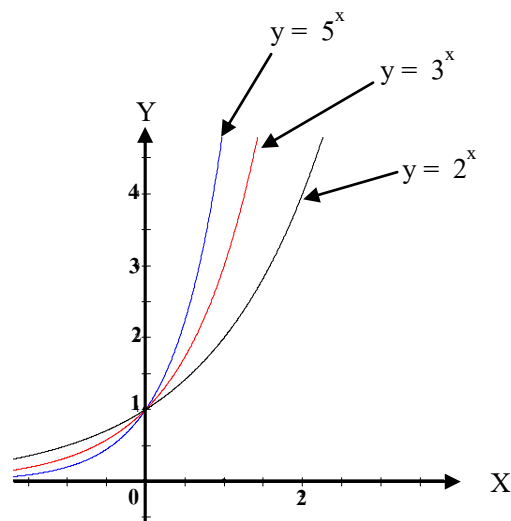


วิธีทำ ลองให้ $x = 1$ ในสมการ $y = 2^x$ จะได้ $y = 2^1$
 $= 2$

ลองให้ $x = 1$ ในสมการ $y = 3^x$ จะได้ $y = 3^1$
 $= 3$

ลองให้ $x = -1$ ในสมการ $y = 5^x$ จะได้ $y = 5^{-1}$
 $= \frac{1}{5}$

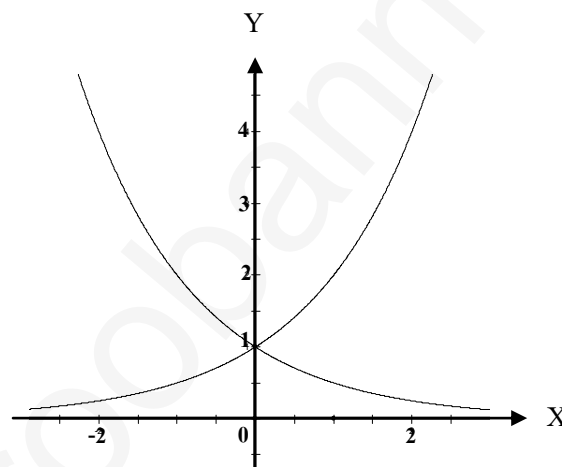
แสดงว่าสมการของกราฟทั้ง 3 เส้น เป็นดังนี้



ตัวอย่างที่ 6 จงเขียนกราฟของ $y=2^x$ และ $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ในระนาบเดียวกัน

วิธีทำ การเขียนกราฟของ $y=2^x$ และ $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ทำได้โดยการแทน x ด้วยจำนวนเดียวกันทั้งสองฟังก์ชัน แล้วสร้างตารางของ (x, y) ดังนี้

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|----------------------------------|---------------|---------------|---|---------------|---------------|
| $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 4 | 2 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |
| $y = 2^x$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 |



จากกราฟของฟังก์ชัน $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ กับ $y = 2^x$ จะสมมาตรซึ่งกันและกันเมื่อเทียบกับแกน Y

ข้อสังเกต 1) กราฟของฟังก์ชัน $y=a^x$, $a>0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ ทั้งนี้

$$\text{เพราะ } a^0 = 1$$

2) ถ้า $a>1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้น $y=a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ถ้า $0 < a < 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง $y=a^x$ เป็นฟังก์ชันลด

3) ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก \mathbb{R} ไปทั่วถึง \mathbb{R}^+

$$\text{แสดงว่า } D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} \text{ และ } R_f = \{y \mid y > 0\}$$





ใบกิจกรรมที่ 1
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



คำชี้แจง ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

| ข้อที่ | ฟังก์ชันที่กำหนดให้ | ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล | |
|--------|-------------------------------------|-------------------------|---------|
| | | เป็น | ไม่เป็น |
| 1 | $y = 6^x$ | | |
| 2 | $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ | | |
| 3 | $y = x + 2$ | | |
| 4 | $y = 2x^2 + 1$ | | |
| 5 | $y = 3^{-x}$ | | |
| 6 | $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$ | | |
| 7 | $y = (x - 1)^2 + 3$ | | |
| 8 | $y = 10^x$ | | |
| 9 | $y = 4^{2x}$ | | |
| 10 | $y = 2^x$ | | |

สรุป ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ

.....





เฉลยใบกิจกรรมที่ 1
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

| ข้อที่ | ฟังก์ชันที่กำหนดให้ | ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล | |
|--------|-------------------------------------|-------------------------|---------|
| | | เป็น | ไม่เป็น |
| 1 | $y = 6^x$ | ✓ | |
| 2 | $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ | ✓ | |
| 3 | $y = x + 2$ | | ✓ |
| 4 | $y = 2x^2 + 1$ | | ✓ |
| 5 | $y = 3^{-x}$ | ✓ | |
| 6 | $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$ | ✓ | |
| 7 | $y = (x - 1)^2 + 3$ | | ✓ |
| 8 | $y = 10^x$ | ✓ | |
| 9 | $y = 4^x + 1$ | ✓ | |
| 10 | $y = \left(\frac{6}{5}\right)^{-x}$ | ✓ | |

สรุป ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

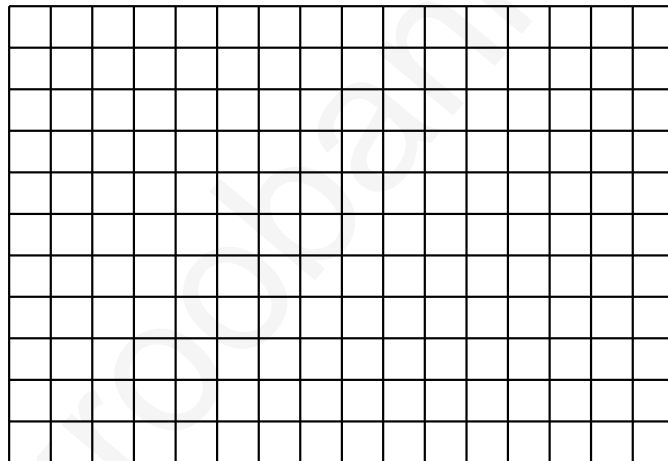


แบบฝึกทักษะที่ 1
เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

คำชี้แจง จงเขียนกราฟเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

1. $y = 6^x$

| | | | |
|---|--|--|--|
| x | | | |
| y | | | |



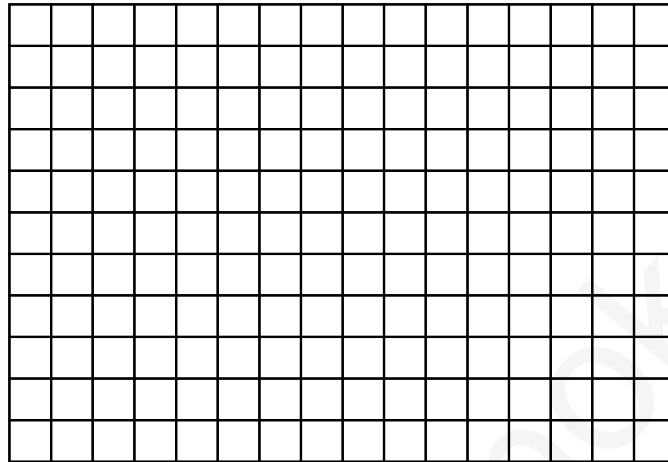
$D_f =$

$R_f =$



2. $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$

| | | | |
|---|--|--|--|
| x | | | |
| y | | | |

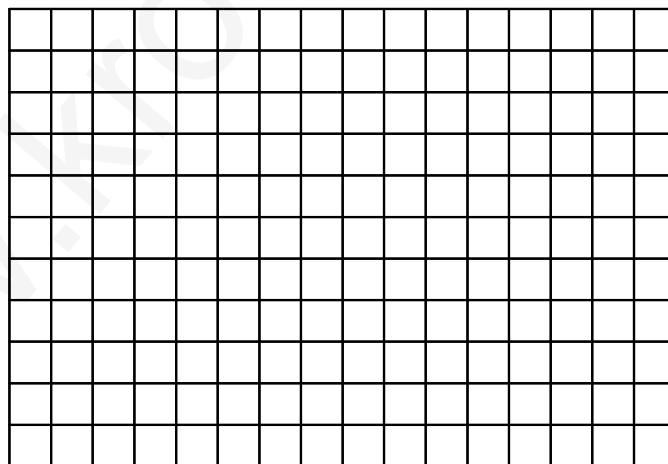


$D_f = \dots\dots\dots$

$R_f = \dots\dots\dots$

3. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$

| | | | |
|---|--|--|--|
| x | | | |
| y | | | |



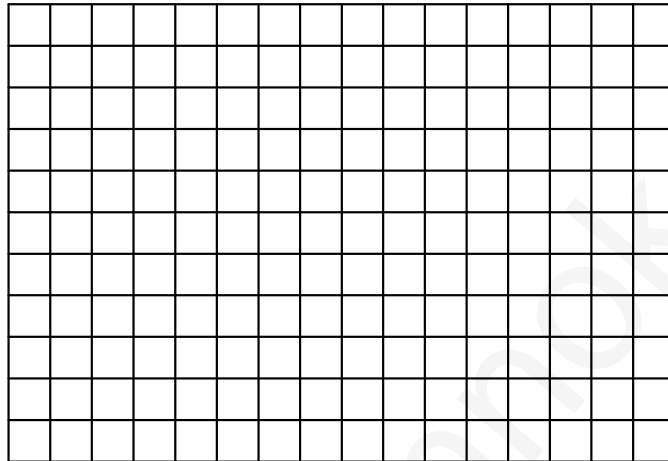
$D_f = \dots\dots\dots$

$R_f = \dots\dots\dots$



4. $y = 3^x - 1$

| | | | | |
|---|--|--|--|--|
| x | | | | |
| y | | | | |

D_f =R_f =

เรียนคณิตศาสตร์
วันนี้จะสุขขีในวันหน้า



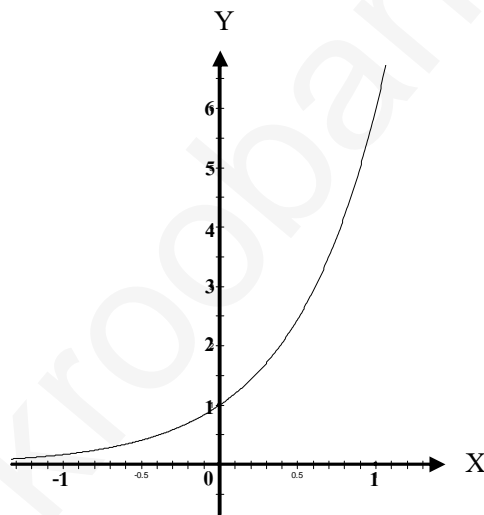
คะแนนที่ได้คะแนน คิดเป็นร้อยละ

☐ ผ่านเกณฑ์ 60 %☐ ไม่ผ่านเกณฑ์ 60 %



1. $y = 6^x$

| | | | |
|---|---------------|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 |
| y | $\frac{1}{6}$ | 1 | 6 |



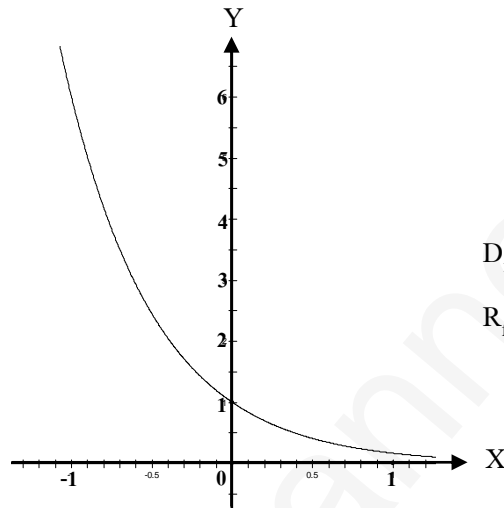
$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y \mid y > 0\}$$



2. $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$

| | | | |
|---|----|---|---------------|
| x | -1 | 0 | 1 |
| y | 6 | 1 | $\frac{1}{6}$ |

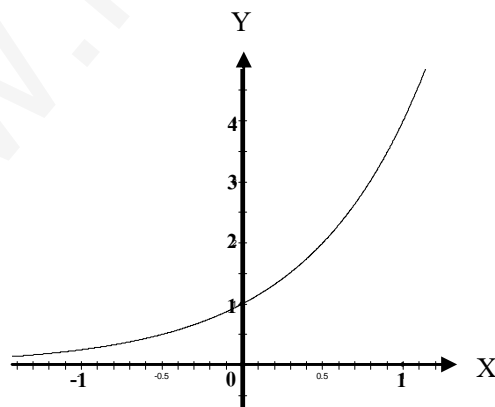


$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y \mid y > 0\}$$

3. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$

| | | | |
|---|---------------|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 |
| y | $\frac{1}{4}$ | 1 | 4 |



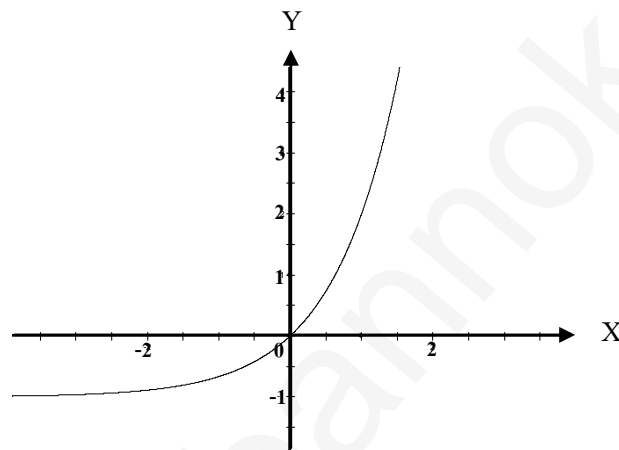
$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y \mid y > 0\}$$



4. $y = 3^x - 1$

| | | | |
|---|----------------|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 |
| y | $-\frac{2}{3}$ | 0 | 2 |



$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y \mid y > -1\}$$

พิจารณาโดเมน
และเรนจ์จากกราฟก็
ได้เนาะจ๊ะ







ใบความรู้ที่ 2
เรื่อง แก๊สมการฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



การแก๊สมการเอกซ์โพเนนเชียล ใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $a > 0$

หมายความว่า 1. ถ้า $a^x = a^y$ แล้ว $x = y$

2. ถ้า $x = y$ แล้ว $a^x = a^y$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ x เมื่อกำหนดให้ $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 64$

วิธีทำ จาก $\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n$

จะได้ $64 = 4^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$

จาก $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 64$

จะได้ $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$ และ $x = -3$

ตรวจคำตอบโดยการแทนค่า x ด้วย -3 จะได้

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 4^3 = 64$$

ย้ำอีกที การแก๊สมการเอกซ์โพเนนเชียล
ใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$



ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $x^2 + x$ เมื่อกำหนดให้ $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x}$

วิธีทำ จาก $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x}$

จะได้ $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^{x+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x}$

จะได้ $2x + 2 = 4x$

$2x = 2$

$x = 1$

ดังนั้น $x^2 + x = 1^2 + 1 = 2$

ทำฐานให้เท่ากันก่อนนะจ๊ะ

เมื่อฐานเท่ากัน ทำให้เลขชี้กำลังเท่ากัน





ใบกิจกรรมที่ 2
เรื่อง แก้มการฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบจากสมการเอกซ์โพเนนเชียลแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $2^x = 128$

2. $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$ จงหา $2x^2 + 3$

3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-3} = \frac{1}{8}$ จงหาผลบวกของคำตอบสมการ





เฉลยใบกิจกรรมที่ 2
เรื่อง แก้มการฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

1. $2^x = 128$

วิธีทำ จาก $2^x = 128$
จะได้ $2^x = 2^7$
ดังนั้น $x = 7$

2. $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$

วิธีทำ จาก $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$
จะได้ $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$
 $x = -4$
ดังนั้น $2x^2 + 3 = 2(-4)^2 + 3 = 35$

3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-3} = \frac{1}{8}$

วิธีทำ จาก $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-3} = \frac{1}{8}$
จะได้ $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$
ดังนั้น $x^2 + x - 3 = 3$
 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x+3)(x-2) = 0$
จะได้ $x = -3, 2$

ผลบวกของคำตอบสมการ คือ $(-3) + 2 = -1$





แบบฝึกทักษะที่ 2
เรื่อง แก้วสมการฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



คำชี้แจง 1. จงหาค่าของ x จากสมการต่อไปนี้

2.1 $343^x = 49$

2.2 $3^x = \frac{1}{243}$

2.3 $\left(\frac{1}{16}\right)^x = 256$



2. จงหาผลคูณของคำตอบของสมการ $5^{2x^2+3x+2} = 625$

3. ถ้า $(81)^{x+2} = \left(\frac{1}{729}\right)^x$ จงหา $x^2 + 1$



คะแนนที่ได้คะแนน คิดเป็นร้อยละ

☐ ผ่านเกณฑ์ 60 % ☐ ไม่ผ่านเกณฑ์ 60 %





$$1.1 \quad 343^x = 49$$

วิธีทำ จาก $343^x = 49$

จะได้ $(7^3)^x = 7^2$

$$7^{3x} = 7^2$$

ดังนั้น $3x = 2$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$1.2 \quad 3^x = \frac{1}{243}$$

วิธีทำ จาก $3^x = \frac{1}{243}$

จะได้ $3^x = \left(\frac{1}{3}\right)^5$

$$3^x = 3^{-5}$$

ดังนั้น $x = -5$

$$1.3 \quad \left(\frac{1}{16}\right)^x = 256$$

วิธีทำ จาก $\left(\frac{1}{16}\right)^x = 256$

จะได้ $\left[\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]^x = 4^4$

$$4^{-2x} = 4^4$$

ดังนั้น $-2x = 4$

$$x = -2$$



2. จงหาผลคูณของคำตอบของสมการ $5^{2x^2+3x+2} = 625$

วิธีทำ

$$\text{จาก } 5^{2x^2+3x+2} = 625$$

$$\text{จะได้ } 5^{2x^2+3x+2} = 5^4$$

$$2x^2 + 3x + 2 = 4$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x-1)(x+2) = 0$$

$$\text{จะได้ } x = \frac{1}{2}, -2$$

$$\text{ดังนั้น ผลคูณของคำตอบของสมการ คือ } \frac{1}{2} \times -2 = -1$$

3. ถ้า $(81)^{x+2} = \left(\frac{1}{729}\right)^x$ จงหา $x^2 + 1$

วิธีทำ

$$\text{จาก } (81)^{x+2} = \left(\frac{1}{729}\right)^x$$

$$\text{จะได้ } (9^2)^{x+2} = \left(\frac{1}{9^3}\right)^x$$

$$9^{2x+4} = (9^{-3})^x$$

$$9^{2x+4} = 9^{-3x}$$

$$2x + 4 = -3x$$

$$5x + 4 = 0$$

$$\text{จะได้ } x = -\frac{4}{5}$$

$$\text{ดังนั้น } x^2 + 1 = \left(-\frac{4}{5}\right)^2 + 1 = 1\frac{16}{25} \text{ หรือ } \frac{41}{25}$$





ชั่วโมงที่ 3

การแก้ปัญหโดยใช้ความรู้

เรื่อง

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



ใบความรู้ที่ 3

การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



เราสามารถใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเพิ่มของประชากร ผลตอบแทนจากการฝากเงินที่มีดอกเบี้ยคงตัว ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 แมลงชนิดหนึ่งมีการเจริญเติบโตอย่างรวดเร็ว จำนวนแมลงชนิดนี้หาได้จากสมการ

$$f(t) = 100(1.3)^t$$

เมื่อ $f(t)$ แทน จำนวนแมลง และ t แทน จำนวนวัน

- 1) จงหาจำนวนแมลง (โดยประมาณ) เมื่อกำหนดให้ $t = 0, 1, 2, 3, \dots, 7$
- 2) จงหาจำนวนแมลง (โดยประมาณ) ที่เพิ่มขึ้นในแต่ละวันตั้งแต่วันแรกถึงวันที่ 7
- 3) เขียนกราฟของฟังก์ชัน f

วิธีทำ 1)

| จำนวนวัน (t) (วัน) | จำนวนแมลง $f(t)$ (ตัว) |
|---------------------------|---------------------------|
| 0 | 100 |
| 1 | 130 |
| 2 | 169 |
| 3 | 219 |
| 4 | 285 |
| 5 | 371 |
| 6 | 482 |
| 7 | 627 |

จากตารางพบว่า เริ่มต้นมีแมลง 100 ตัว และเมื่อเวลาผ่านไป 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 วัน ตามลำดับ จำนวนแมลงจะเป็น 130, 169, 219, 285, 371, 482, 627 ตัวตามลำดับ และพบว่า ในวันที่ 7 จำนวนแมลงจะมีประมาณ 6 เท่าของจำนวนแมลงในวันแรก

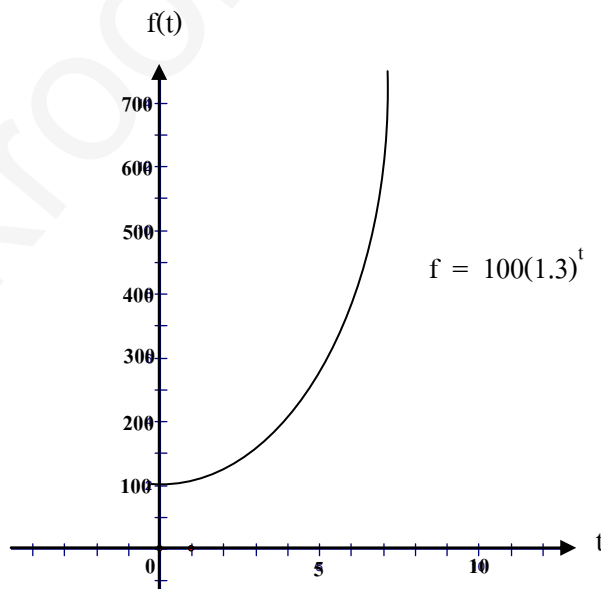


2) จากค่า $f(t)$ ในตารางสามารถนำมาหาจำนวนแมลงที่เพิ่มขึ้นในแต่ละวันได้ดังนี้

| จำนวนวัน | จำนวนแมลง | จำนวนแมลงที่เพิ่มขึ้น จากวันก่อนหน้า |
|----------|-----------|---|
| 0 | 100 | - |
| 1 | 130 | 30 |
| 2 | 169 | 39 |
| 3 | 219 | 50 |
| 4 | 285 | 66 |
| 5 | 371 | 86 |
| 6 | 482 | 111 |
| 7 | 627 | 145 |

จากตารางพบว่า เมื่อจำนวนวันเพิ่มขึ้นจำนวนแมลงที่เพิ่มขึ้นในแต่ละวันก็จะเพิ่มมากขึ้น ด้วยโดยจะเห็นว่า เมื่อครบ 6 วัน จำนวนแมลงที่เพิ่มขึ้นในวันที่ 6 จะมากกว่าจำนวนแมลงในวันเริ่มต้น

3)



ตัวอย่างที่ 2 ในเมืองหนึ่งมีประชากรอาศัยอยู่ 4,000 คน ถ้าจำนวนประชากรในปีต่อ ๆ ไป

หาได้จาก สูตร $f(x) = 4,000(1.3)^{\frac{x}{10}}$ จงหาว่าใน 10 ปีต่อไปประชากรในเมืองแห่งนี้ จะมีประชากรประมาณกี่คน และใน 20 ปีข้างหน้าประชากรในเมืองแห่งนี้จะมีประมาณกี่คน

วิธีทำ จาก $f(x) = 4,000(1.3)^{\frac{x}{10}}$ ใน 10 ปีต่อไป ประชากรในเมืองแห่งนี้ จะเท่ากับ $f(10)$

$$\begin{aligned} f(10) &= 4,000(1.3)^{\frac{10}{10}} \\ &= 4,000(1.3) \\ &= 5,200 \text{ คน} \end{aligned}$$

ใน 20 ปีต่อไป ประชากรในเมืองแห่งนี้จะเท่ากับ $f(20)$

$$\begin{aligned} f(20) &= 4,000(1.3)^{\frac{20}{10}} \\ &= 4,000(1.3)^2 \\ &= 6,760 \text{ คน} \end{aligned}$$



ตัวอย่างที่ 3 ถ้าต้องการฝากเงิน 100,000 บาท โดยได้รับดอกเบี้ย 3% ต่อปี โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้น เมื่อฝากเงินครบ 3 ปี จะได้รับเงินรวม (เงินต้นพร้อมดอกเบี้ย) เป็นจำนวนเท่าใด เมื่อเงินรวมดอกเบี้ยทบต้นคือ $S = P(1 + i)^n$

S แทน เงินรวมดอกเบี้ยทบต้น

P แทน เงินต้น

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น

วิธีทำ จาก เงินรวมดอกเบี้ยทบต้นคือ $S = P(1 + i)^n$ สามารถคำนวณหาเงินรวมโดยใช้สูตรได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ให้ } P &= 100,000 \text{ บาท} \\ i &= 3\% \text{ ต่องวด (3 ปี)} \\ n &= 3 \text{ งวด (3 ปี)} \\ \text{จะได้ } S &= 100,000(1 + 0.03)^3 \\ &= 100,000(1.03)^3 \\ &= 100,000(1.092727) \\ &= 109,272.70 \text{ บาท} \end{aligned}$$

เมื่อฝากเงินครบ 3 ปี จะได้รับเงินรวม 109,272.70 บาท





ใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



คำชี้แจง จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. ในการทดลองใช้ยาชนิดหนึ่งกับคนไข้พบว่า เมื่อกินยาเข้าไปร่างกายจะขับยาที่เป็นส่วนเกินออกทางปัสสาวะ ถ้าคนไข้ได้รับยาชนิดนี้จำนวน 10 มิลลิกรัม ให้ $A(t)$ เป็นปริมาณยาที่เหลืออยู่ในร่างกายในเวลา t ชั่วโมง ซึ่งหาได้จากสูตร

$$A(t) = 10(0.8)^t$$

จงหาว่า 1) หลังจากคนไข้กินยาเข้าไป 4 ชั่วโมง จะมีปริมาณยาเหลืออยู่ในร่างกาย (โดยประมาณ) เท่าใด

2) หลังจากคนไข้กินยาเข้าไป 8 ชั่วโมง จะมีปริมาณยาเหลืออยู่ในร่างกาย (โดยประมาณ) เท่าใด

วิธีทำ 1) จาก $A(t) = 10(0.8)^t$ ปริมาณยาที่เหลืออยู่ในร่างกายภายหลังจากที่คนไข้กินยาไปแล้ว 4 ชั่วโมง เท่ากับ $A(4)$

$$\begin{aligned} A(4) &= 10(0.8)^4 \\ &\approx \dots\dots\dots \\ &\approx \dots\dots\dots \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าคนไข้กินยาเข้าไป 4 ชั่วโมง จะมีปริมาณยาเหลืออยู่ในร่างกายประมาณ.....มิลลิกรัม

2) จาก $A(t) = 10(0.8)^t$ ปริมาณยาที่เหลืออยู่ในร่างกายภายหลังจากที่คนไข้กินยาไปแล้ว 8 ชั่วโมง เท่ากับ $A(8)$

$$\begin{aligned} A(8) &= \dots\dots\dots \\ &\approx \dots\dots\dots \\ &\approx \dots\dots\dots \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าคนไข้กินยาเข้าไป 8 ชั่วโมง จะมีปริมาณยาเหลืออยู่ในร่างกายประมาณ.....มิลลิกรัม



2. ชายคนหนึ่งกู้เงินจากธนาคารมา 850,000 บาท เพื่อซ่อมแซมบ้าน ถ้าจำนวนเงินที่เขาต้องจ่ายคืนทั้งหมด หาได้จากสูตร $f(n) = 850,000(1.08)^n$ เมื่อ n แทน จำนวนปีที่จะต้องใช้คืน ถ้าเขาคงกับธนาคารว่าจะใช้เงินคืนภายในเวลา 5 ปี เขาจะต้องใช้เงินคืนธนาคารทั้งหมดประมาณเท่าใด และในจำนวนเงินที่ต้องคืนธนาคารมีดอกเบี้ยเป็นจำนวนเท่าใด

วิธีทำ จาก $f(n) = 850,000(1.08)^n$
จำนวนเงินที่จ่ายคืนให้ธนาคารเมื่อครบ 5 ปี จะเท่ากับ $f(5)$

$$f(5) = \dots\dots\dots$$

$$\approx \dots\dots\dots$$

$$\approx \dots\dots\dots$$

ดังนั้นเขาจะต้องใช้เงินคืนธนาคารทั้งหมดประมาณ.....บาท

คิดเป็นดอกเบี้ยประมาณ.....บาท

แทนค่าลงในสูตร
ได้เลยนะคะ





เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้
เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

1.

วิธีทำ 1) จาก $A(t) = 10(0.8)^t$ ปริมาณยาที่เหลืออยู่ในร่างกายหลังจากที่คนไข้ กินยา
ไปแล้ว 4 ชั่วโมง เท่ากับ $A(4)$

$$\begin{aligned} A(4) &= 10(0.8)^4 \\ &\approx 10(0.41) \\ &\approx 4.1 \text{ มิลลิกรัม} \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าคนไข้กินกินยาเข้าไป 4 ชั่วโมง จะมีปริมาณยาเหลืออยู่ในร่างกาย
ประมาณ 4.1 มิลลิกรัม

2) จาก $A(t) = 10(0.8)^t$ ปริมาณยาที่เหลืออยู่ในร่างกายหลังจากที่คนไข้ กินยา
ไปแล้ว 8 ชั่วโมง เท่ากับ $A(8)$

$$\begin{aligned} A(8) &= 10(0.8)^8 \\ &\approx 10(0.168) \\ &\approx 1.7 \text{ มิลลิกรัม} \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าคนไข้กินกินยาเข้าไป 8 ชั่วโมง จะมีปริมาณยาเหลืออยู่ในร่างกาย
ประมาณ 1.7 มิลลิกรัม

2.

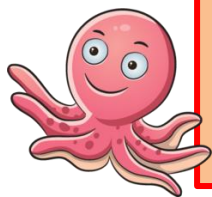
วิธีทำ จาก $f(n) = 850,000(1.08)^n$
จำนวนเงินที่จ่ายคืนให้ธนาคารเมื่อครบ 5 ปี จะเท่ากับ $f(5)$

$$\begin{aligned} f(5) &= 850,000(1.08)^5 \\ &\approx 850,000(1.4693280768) \\ &\approx 1,248,928.865 \end{aligned}$$

ดังนั้นเขาจะต้องใช้เงินคืนธนาคารทั้งหมดประมาณ 1,248,928.865 บาท

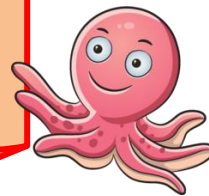
คิดเป็นดอกเบี้ยประมาณ $1,248,928.865 - 850,000 = 398,928.87$ บาท





แบบฝึกทักษะที่ 3

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้
เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ถ้าซื้อรถยนต์มาในราคา C บาท เมื่อเวลาผ่านไป t ปี จะมีราคา $V(t)$ โดยที่

$$V(t) = 0.78C(0.8)^{t-1}$$

ถ้าซื้อรถมาในราคา 800,000 บาท จงหาราคาประมาณของรถยนต์คันนี้เมื่อเวลาผ่านไป 3 ปี 5 ปี และ 10 ปี

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. A faint, diagonal watermark reading "www.kroobannong.com" is visible across the center of the page.

2. ธนาคารแห่งหนึ่ง คิดดอกเบี้ยเงินฝากแบบทบต้นให้แก่สมาชิกทุกๆ 6 เดือน ในอัตรา 4% ต่อปี ถ้าฝากเงินไว้ 100,000 บาท ในเวลา 5 ปี จะได้รับดอกเบี้ยเท่าใด เมื่อเงินรวมดอกเบี้ยทบต้นคือ $S = P(1+i)^n$

S แทน เงินรวมดอกเบี้ยทบต้น

P แทน เงินต้น

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนวงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น



3. จำนวนเชื้อโรคนิดหนึ่งขยายตัวไปตามสูตร $f(t) = 200(1.6)^t$ เมื่อ t แทนจำนวนวัน
ดังนั้นจำนวนเชื้อโรคโดยประมาณ เมื่อ $t = 5$ เท่ากับเท่าใด



คะแนนที่ได้คะแนน คิดเป็นร้อยละ

☐ ผ่านเกณฑ์ 60 % ☐ ไม่ผ่านเกณฑ์ 60 %





1. ให้ $V(t) = 0.78C(0.8)^{t-1}$ แทนราคาของรถเมื่อเวลาผ่านไป t ปี
ถ้าซื้อรถมาในราคา 800,000 บาท ราคาประมาณของรถคันนี้ เมื่อเวลาผ่านไป 3 ปี
จะเท่ากับ $V(3)$

$$\begin{aligned}\text{เมื่อ } C &= 800,000 \text{ และ } t = 3 \\ \text{จะได้ } V(3) &= 0.78(800,000)(0.8)^{3-1} \\ &= 0.78(800,000)(0.8)^2 \\ &= 399,360 \text{ บาท หรือประมาณ } 400,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

เมื่อเวลาผ่านไป 5 ปี ให้ $t = 5$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } V(5) &= 0.78(800,000)(0.8)^{5-1} \\ &= 0.78(800,000)(0.8)^4 \\ &= 255,590.4 \text{ บาท หรือประมาณ } 256,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

เมื่อเวลาผ่านไป 10 ปี ให้ $t = 10$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } V(10) &= 0.78(800,000)(0.8)^{10-1} \\ &= 0.78(800,000)(0.8)^9 \\ &= 83,751 \text{ บาท หรือประมาณ } 84,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$



2. จาก $S = P(1 + i)^n$

S แทน เงินรวมดอกเบี้ยทบต้น

P แทน เงินต้น

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น

ให้ $P = 100,000$, $i = \frac{0.04}{2}$, $n = 5 \times 2$ หรือ 10 งวด

$$\begin{aligned} S &= 100,000(1 + 0.02)^{10} \\ &= 100,000(1.02)^{10} \\ &\approx 121,899 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าฝากเงิน 100,000 บาท ในเวลา 5 ปี โดยคิดดอกเบี้ย 4% ต่อปี

ในเวลา 5 ปี จะได้รับดอกเบี้ยทั้งหมดประมาณ $121,899 - 100,000 = 21,899$ บาท

3. จาก $f(t) = 200(1.6)^t$

เมื่อ $t = 5$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } f(5) &= 200(1.6)^5 \\ &\approx 2,100 \text{ ตัว} \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนเชื้อโรคโดยประมาณ คือ 2,100 ตัว





แบบทดสอบหลังเรียน



คำชี้แจง แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกคำตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
ข้อละ 1 คะแนน

คำสั่ง ให้นักเรียนกากบาท (×) ทับข้อ ก ข ค หรือ ง ที่ถูกต้องหรือเหมาะสมที่สุดเพียง
คำตอบเดียวในกระดาษคำตอบ

1. กราฟของฟังก์ชันในข้อใดที่มีจุดตัดแกน y ที่จุด $(0, -1)$

ก. $y = 2^{x+2}$

ข. $y = 2^{x-2}$

ค. $y = 2^x + 2$

ง. $y = 2^x - 2$

2. กราฟของฟังก์ชันใดต่อไปนี้มีลักษณะ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง

ก. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

ข. $y = (0.1)^{-x}$

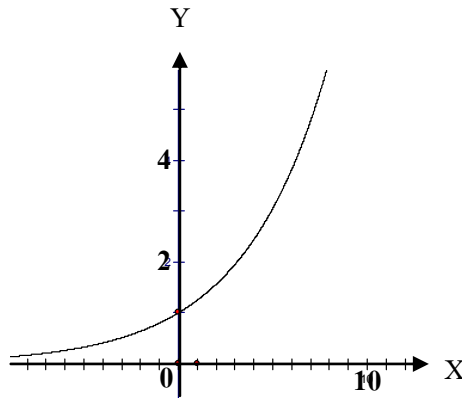
ค. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

ง. $y = (1.2)^{-x}$

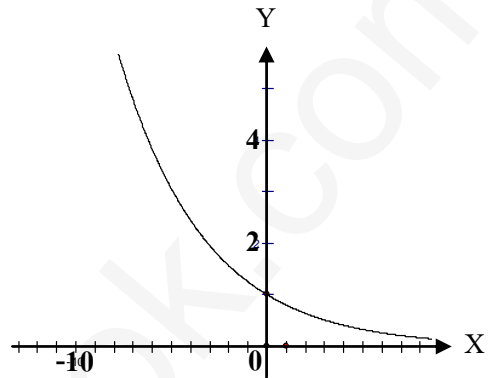


3. กราฟของ $y = \left(\frac{5}{4}\right)^x$ คือข้อใด

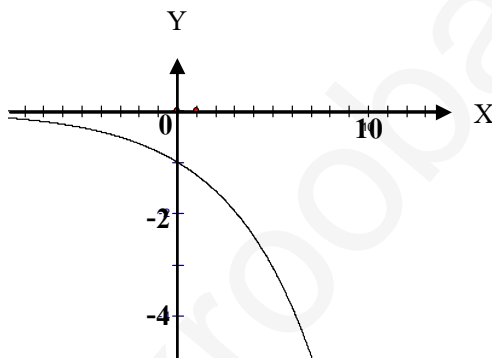
ก.



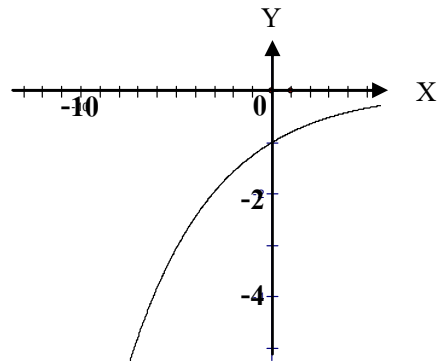
ข.



ค.



ง.



4. ถ้า $(125)^{x+1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x$ จะได้ $x^2 + 1$ ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{14}{5}$ ข. $\frac{26}{25}$ ค. $\frac{34}{25}$

ง. 2



5. ถ้า $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 256$ แล้วได้ค่าของ $2x + 1$ ตรงกับข้อใด

ก. 7

ข. -7

ค. 9

ง. -9

6. ถ้า $\left(\frac{2}{3}\right)^{-x} = \frac{243}{32}$ แล้วได้ค่าของ $5 - 3x$ ตรงกับข้อใด

ก. 20

ข. -20

ค. 10

ง. -10

7. เด็กหญิงนกยูงนำเงิน จำนวน 5,000 บาท ไปฝากธนาคารออมสิน ได้รับดอกเบี้ย 5% ต่อปี โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้น เมื่อฝากเงินครบ 3 ปี เด็กหญิงนกยูง จะได้รับรวมทั้งหมดเท่าใด เมื่อเงินรวมดอกเบี้ยทบต้นคือ $S = P(1 + i)^n$

S แทน เงินรวมดอกเบี้ยทบต้น

P แทน เงินต้น

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

n แทน จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น

ก. 5,788 บาท

ข. 6,075 บาท

ค. 10,788 บาท

ง. 16,875 บาท

8. จากข้อ 7 เมื่อฝากเงินครบ 3 ปี เด็กหญิงนกยูงได้รับดอกเบี้ยเป็นเงินประมาณกี่บาท

ก. 557 บาท

ข. 755 บาท

ค. 788 บาท

ง. 887 บาท



9. นายสุวรรณกู้เงินจากธนาคารแห่งหนึ่งเป็นเงิน 420,000 บาท ถ้าจำนวนเงินที่เขาต้องจ่ายคืนให้ธนาคารเป็นไปตามสูตร $f(x) = 420,000(1.04)^x$ เมื่อ x แทนจำนวนปีที่เขาจะต้องใช้เงินคืน จำนวนเงินโดยประมาณที่นายสุวรรณจะใช้คืนธนาคารหมดภายใน 4 ปี เท่ากับข้อใด
- ก. 491,340 บาท
ข. 589,890 บาท
ค. 614,930 บาท
ง. 823,530 บาท
10. จากโจทย์ข้อ 9 จำนวนเงินที่นายสุวรรณคืนธนาคารคิดเป็นดอกเบี้ยประมาณกี่บาท
- ก. 69,888 บาท
ข. 71,340 บาท
ค. 194,922 บาท
ง. 403,534 บาท



คะแนนที่ได้คะแนน คิดเป็นร้อยละ

☐ ผ่านเกณฑ์ 50 % ☐ ไม่ผ่านเกณฑ์ 60 %



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

1. ง

2. ง

3. ก

4. ค

5. ข

6. ง

7. ก

8. ค

9. ก

10. ข

เจอกันใหม่เล่มที่ 11 จ้า



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุลและคณะ.(ม.ป.ป). คณิตศาสตร์ O-NET & Pre- O-NET ม.4-6 หลักสูตร 51
กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต.
- เกริก ท่วมกลาง และจินตนา ท่วมกลาง.(2555). การพัฒนาสื่อ/นวัตกรรมทางการศึกษาเพื่อเลื่อน วิทย
ฐานะ. กรุงเทพฯ : บริษัทสภาพรนิวส์ จำกัด.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง.(2553). คัมภีร์คณิตศาสตร์ O – NET ม. 4 -5-6 กรุงเทพฯ : บริษัทสำนักพิมพ์
พ.ศ. พัฒนา จำกัด.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง..(ม.ป.ป). คัมภีร์สาระการเรียนรู้พื้นฐานและเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ม.4 ภาค
เรียนที่ 2 กรุงเทพฯ : พัฒนาศึกษา.
- ยุพิน พิพิธกุล และ สิริพร ทิพย์คง.(2553). พจนานุกรมคณิตศาสตร์(พิมพ์ครั้งที่ 5) กรุงเทพฯ:
ปาเจรา.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.(2553).). คู่มือครูรายวิชา
พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สสส.ลาดพร้าว.
- _____. (2553). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์สสส.ลาดพร้าว.
- _____. (2554). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กรุงเทพฯ
: โรงพิมพ์สสส. ลาดพร้าว.
- _____. (2554). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สสส.ลาดพร้าว.
- สุจิต เหมวัล. (2555). ศาสตร์การสร้างและพัฒนาแบบฝึกทักษะ ขอนแก่น: โรงพิมพ์ทรัพย์สุนทร
การพิมพ์.
- อุไรวรรณ ทองนิม.(2551). การสร้างแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนท่ามะแซรัชดาภิเษก. ชุมพร : (ม.ป.ท)

