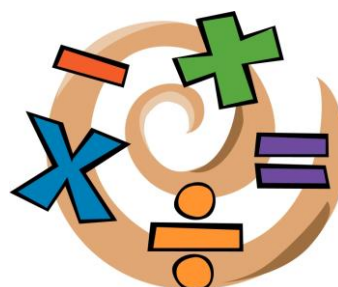


แบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์
เรื่องระบบจำนวนจริง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่มที่ 1

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1



เกร็ดความรู้

จำนวนจริง (Real Numbers)

จำนวนจริง (Real Numbers) ประกอบด้วยจำนวน 2 ชนิด คือ จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

จำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษส่วน $\frac{a}{b}$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

ตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ

1. จำนวนเต็ม ได้แก่ $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$
2. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มและตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ เช่น $\frac{1}{2}, 3\frac{1}{6}, -\frac{3}{4}$
3. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ เช่น $0.5, 0.1252525\dots, 2.\dot{4}\dot{3}, 5.4\dot{6}\dot{5}$

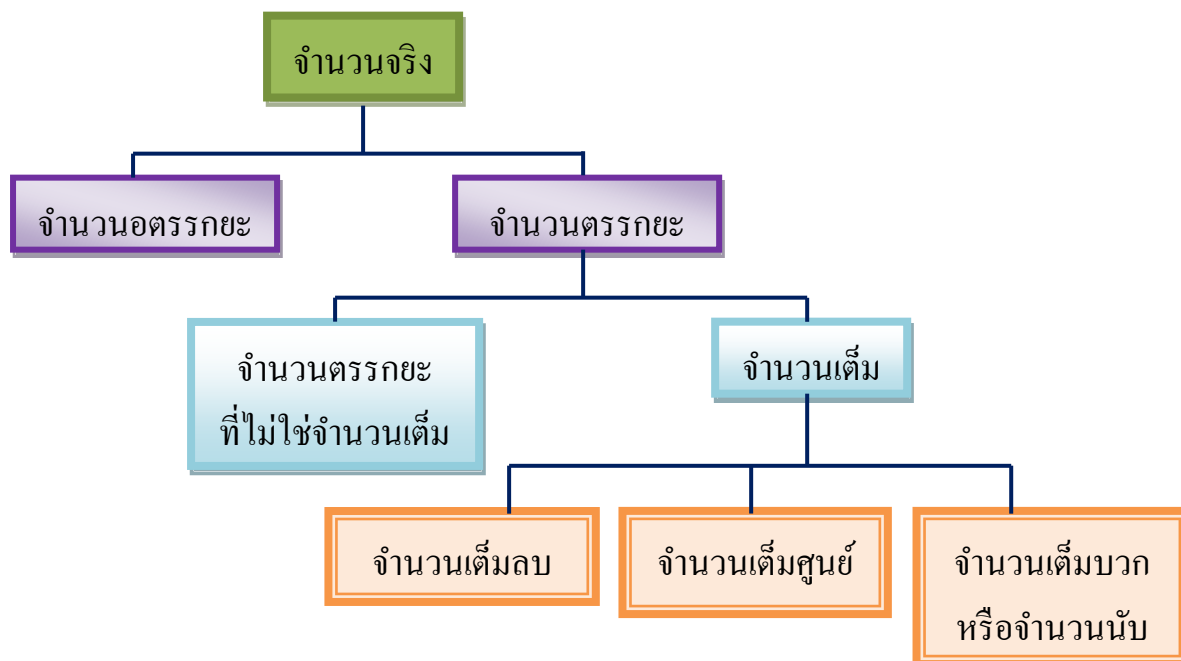
จำนวนอตรรกยะ เป็นจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ได้ แต่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำและสามารถกำหนดค่าโดยประมาณได้

ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะ

1. จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ที่เมื่อหาค่าแล้วไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ เช่น $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$
2. จำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น $0.125693\dots, 0.12122122\dots$
3. π



แผนผังแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่าง ๆ



ตัวอย่าง จงพิจารณาว่า จำนวนจริงที่กำหนดให้ จำนวนเต็มบวก เป็นจำนวนตรรกยะ หรือจำนวนอตรรกยะ

1. $2.555 \dots$

จำนวนตรรกยะ

2. $3.121121112 \dots$

จำนวนอตรรกยะ

3. $\sqrt[3]{-8} = -2$

จำนวนตรรกยะ

4. $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = 4$

จำนวนตรรกยะ

5. $8 + \sqrt{7}$

จำนวนอตรรกยะ

1 คือจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด
 -1 คือจำนวนเต็มลบที่มากที่สุดนะครับ



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1

1. ให้ระบุว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง

ข้อ	จำนวน	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม	จำนวน นับ	จำนวน จริง
1.	-1					
2.	0					
3.	$\frac{3}{5}$					
4.	-1.36					
5.	0.333...					
6.	$\sqrt{2}$					
7.	π					
8.	$\sqrt{11}$					
9.	-1.1412					
10.	$\frac{22}{7}$					
11.	$\sqrt{5} - \sqrt{5}$					
12.	$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$					
13.	$\sqrt[3]{-64}$					
14.	$\sqrt{(-5)^2}$					
15.	$\sqrt{25} - \sqrt{9}$					
16.	$2\sqrt{7}$					
17.	1.732					
18.	0.101001...					

2. ให้เขียนเครื่องหมาย ✓ ลงหน้าข้อความที่เป็นจริง และเขียน
เครื่องหมาย ✕ ลงหน้าข้อความที่เป็นเท็จ

- ☐ 1) 0.035 เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 2) 0.022022022... เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 3) 0.45445444544445... เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 4) 0 เป็นจำนวนนับ
- ☐ 5) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ เป็นจำนวนนับ
- ☐ 6) $\frac{\pi}{4}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 7) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 8) $\sqrt{81}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 9) $\frac{0}{11}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 10) $\sqrt{\pi}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 11) 8.41 เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 12) a เป็นจำนวนตรรกยะแล้ว $\sqrt{a}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ☐ 13) จำนวนตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ
- ☐ 14) จำนวนอตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ

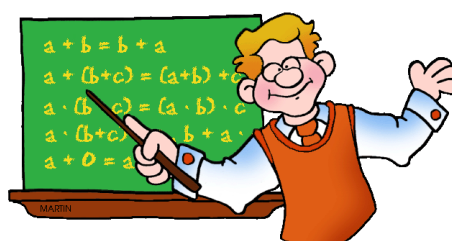


จำนวนจริงประกอบด้วยจำนวนตรรกยะ
และอตรรกยะนะครับ

แบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์
เรื่องระบบจำนวนจริง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่มที่ 1

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2



เกร็ดความรู้

สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

การเท่ากันในระบบจำนวนจริง

สมบัติของการเท่ากัน

1. สมบัติการสะท้อน

$$a = a$$

2. สมบัติการสมมาตร

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } b = a$$

3. สมบัติการถ่ายทอด

$$\text{ถ้า } a = b \text{ และ } b = c \text{ แล้ว } a = c$$

4. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } a + c = b + c$$

5. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } ac = bc$$



ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาและบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

(1) ถ้า $a = b$ และ $b = 7$ แล้ว $a = 7$

สมบัติการถ่ายทอด

(2) ถ้า $x - 9 = 15$ แล้ว $x = 24$

สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

(3) ถ้า $\frac{x}{8} = 5$ แล้ว $x = 40$

สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

1. สมบัติปิดของการบวก

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a + b$ เป็นจำนวนจริงด้วย

2. สมบัติการสลับที่ของการบวก

$$a + b = b + a$$

3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

จำนวนจริงที่นำมาบวกกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ a เรียก
จำนวนจริงที่นำมาบวกว่า **เอกลักษณ์การบวก** ในระบบจำนวนจริงมี
เอกลักษณ์การบวกจำนวนเดียว คือ 0

5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก

จำนวนจริงที่บวกกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 0 คือ $-a$
เรียก $-a$ ว่าเป็น**อินเวอร์สการบวก**ของ a

ตัวอย่างที่ 2 จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

(1) $6 + 5$ เป็นจำนวนจริง

สมบัติปิดของการบวก

(2) $0 + 9 = 9 + 0 = 9$

สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

(3) $5 + (-5) = 0$

สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก

ตัวอย่างที่ 3 จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

$$(1) -\sqrt{3} \qquad (2) \sqrt{5}-1 \qquad (3) \frac{2}{\sqrt{5}}$$

วิธีทำ (1) อินเวอร์สการบวกของ $-\sqrt{3}$ คือ $-(-\sqrt{3}) = \sqrt{3}$

(2) อินเวอร์สการบวกของ $\sqrt{5}-1$ คือ $-(\sqrt{5}-1) = -\sqrt{5}+1$

(3) อินเวอร์สการบวกของ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ คือ $-\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$
 $= -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

พร้อมที่จะทำแบบฝึกหัดกันแล้ว
 ใจไหมครับ.....ไปกันเลยครับ...



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติการเท่ากันข้อใด
(กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลง
หน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

- ก. สมบัติการสะท้อน

ข. สมบัติการสมมาตร

ค. สมบัติการถ่ายทอด

ง. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน

จ. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน



- ☐

1) $2x + y = 2x + y$
- ☐

2) ถ้า $x = y + z$ แล้ว $y + z = x$
- ☐

3) ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $(2 + 3) + 4 = 5 + 4$
- ☐

4) ถ้า $2 + 3 = 5$ และ $5 = 4 + 1$ แล้ว $2 + 3 = 4 + 1$
- ☐

5) ถ้า $b = -3$ แล้ว $2 \times b = 2 \times (-3)$
- ☐

6) ถ้า $2y = x + z$ และ $x + z = 8$ แล้ว $2y = 8$
- ☐

7) ถ้า $2x = 6y$ แล้ว $x = 3y$
- ☐

8) ถ้า $x + 2 = 3y$ แล้ว $x + 7 = 3y + 5$
- ☐

9) ถ้า $5b = 5b$
- ☐

10) ถ้า $4 + (-3) = 1$ แล้ว $1 = 4 + (-3)$

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติปิดของการบวก

ข. สมบัติการสลับที่ของการบวก

ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก

ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก



- ☐ 1) $2 + \sqrt{2}$ เป็นจำนวนจริง
- ☐ 2) $\pi + 1 = 1 + \pi$
- ☐ 3) $-5 + 0 = 0 + (-5)$
- ☐ 4) $-\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$
- ☐ 5) $(1.2 + 2.3) + 3.4 = 1.2 + (2.3 + 3.4)$
- ☐ 6) $x + (-x) = 0$
- ☐ 7) $2y + \frac{y}{2} = \frac{y}{2} + 2y$
- ☐ 8) $8 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$
- ☐ 9) $2a + b = b + 2a$
- ☐ 10) $a + 0 = a$
- ☐ 11) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + 3 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3\right)$
- ☐ 12) $\sqrt{8} + (-2\sqrt{2}) = 0$
- ☐ 13) $\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 0 = -\frac{\pi}{2}$

3. จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการบวกของ $-\frac{1}{7}$ คือ

2) อินเวอร์สการบวกของ $\sqrt{2}+1$ คือ

3) อินเวอร์สการบวกของ 1.732 คือ

4) อินเวอร์สการบวกของ $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{5}$ คือ

5) อินเวอร์สการบวกของ $-3\sqrt{2}$ คือ

6) อินเวอร์สการบวกของ -2.71 คือ

7) อินเวอร์สการบวกของ $|-3|$ คือ

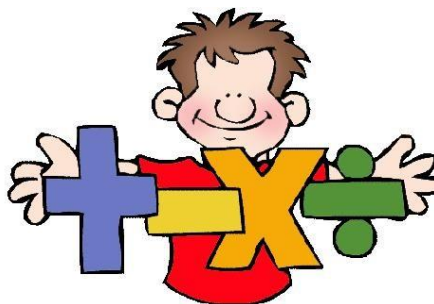


เอกลักษณ์การบวกคือ 0
เอกลักษณ์การคูณคือ 1 จำแม่น ๆ นะครับ

แบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์
เรื่องระบบจำนวนจริง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่มที่ 1

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3



เกร็ดความรู้

สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ

สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ

กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

1. สมบัติปิดของการคูณ

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว ab เป็นจำนวนจริงด้วย

2. สมบัติการสลับที่ของการคูณ

$$ab = ba$$

3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

$$a(bc) = (ab)c$$

4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

จำนวนจริงที่นำมาคูณกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ a

เรียกจำนวนจริงที่นำมาคูณว่า **เอกลักษณ์การคูณ** ในระบบจำนวนจริง

มีเอกลักษณ์การคูณจำนวนเดียว คือ 1

5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

จำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 1 คือ a^{-1}

เรียก a^{-1} ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของ a

สมบัติการแจกแจง

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริง $a(b+c) = ab + ac$ และ $(b+c)a = ba + ca$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนจริง จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

$$(1) (ab)c = a(bc)$$

สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

$$(2) 1 \times a = a$$

สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

$$(3) \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$$

สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

$$(1) -\frac{4}{5}$$

$$(2) \sqrt{7}$$

$$(3) \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

วิธีทำ (1) อินเวอร์สการคูณของ $-\frac{4}{5}$ คือ $\frac{1}{-\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$

(2) อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{7}$ คือ $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

(3) อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ คือ $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$$



$$a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ เมื่อ } a \neq 0 \dots \text{ นะครับ}$$

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติปิดของการคูณ

ข. สมบัติการสลับที่ของการคูณ

ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

ช. สมบัติการแจกแจง



- ☐ 1) $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
- ☐ 2) $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$
- ☐ 3) $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} \in \mathbb{R}$
- ☐ 4) $2\sqrt{3} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} = 1$
- ☐ 5) $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 1$
- ☐ 6) $(5 \times 2) \times 7 = 5 \times (2 \times 7)$
- ☐ 7) $(-6) \times (-6)^{-1} = 1$
- ☐ 8) $1 \times 1 = 1$
- ☐ 9) $-\sqrt{5}x$ เป็นจำนวนจริง
- ☐ 10) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} = 1$

- ☐ 11) $3(5+4) = (3 \times 5) + (3 \times 4)$
- ☐ 12) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = 1$
- ☐ 13) $\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$
- ☐ 14) $(3 - \sqrt{3})(a - 2b + 1) = (a - 2b + 1)(3 - \sqrt{3})$

2. จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการคูณของ $-a$ คือ

2) อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{8}$ คือ

3) อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ คือ

4) อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ คือ

5) อินเวอร์สการคูณของ 2π คือ

6) อินเวอร์สการคูณของ $-5\sqrt{5}$ คือ

7) อินเวอร์สการคูณของ 4 คือ

8) อินเวอร์สการคูณของ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ คือ

9) อินเวอร์สการคูณของ -1 คือ

10) อินเวอร์สการคูณของ $-\sqrt{3}$ คือ

แบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวแล้วทำเครื่องหมาย **×** ลงในกระดาษคำตอบ

1. จำนวนในข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะทั้งหมด

ก. $-1, \sqrt{5} + 1, 5.1$

ข. $-1, \frac{\sqrt{2}}{5}, 1.732\dots$

ค. $\pi, \frac{5}{2}, 1.414\dots$

ง. $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}$

2. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. 0 เป็นจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ และจำนวนจริง

ข. $1.333\dots$ เป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริง

ค. $4.999\dots$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

ง. $\sqrt{(-3)^2}$ เป็นจำนวนจริง

3. ข้อใดคืออินเวอร์สการบวกของ $5 - \sqrt{7}$

ก. $\sqrt{7} - 5$

ข. $\sqrt{7} + 5$

ค. $-5 - \sqrt{7}$

ง. $\frac{1}{5 - \sqrt{7}}$

4. ข้อใดต่อไปนี้ไม่มีสมบัติการสลับที่ของการคูณ

ก. $m(n + k) = mn + mk$

ข. $(mn)k = k(mn)$

ค. $(mn)k = m(nk)$

ง. $(mn)k = (mn)k$

5. จำนวนใดต่อไปนี้เป็นจำนวนอตรรกยะ

ก. $\sqrt{(-3)^2}$

ข. $\sqrt{9} - \sqrt{5}$

ค. $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$

ง. $\sqrt{4} + \sqrt[3]{8}$

6. ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

ก. ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

ข. ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

ค. ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

ง. ถ้า $a = c$ แล้ว $a \times c = c \times b$

7. ข้อใดต่อไปนี้ไม่มีสมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก

ก. $\sqrt{5} + (-\sqrt{5}) = 0$

ข. $\sqrt{5} + 0 = \sqrt{5}$

ค. $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

ง. $\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

8. ข้อใดต่อไปนี้ไม่มีสมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก

ก. $0 + (3 + b + a) = 3 + b + a$

ข. $(a + 3) + b = b + (a + 3)$

ค. $(a + 3) + b = a + (3 + b)$

ง. $a(3 + b) = 3a + 3b$

9. ข้อใดคืออินเวอร์สการคูณของ $\frac{5a}{-b}$

ก. $\frac{b}{5a}$

ข. $\frac{-5b}{a}$

ค. $\frac{-5a}{b}$

ง. $\frac{-b}{5a}$

10. กำหนดให้ “ a , b และ c เป็นจำนวนจริง และ $ab = c$ ” เป็นไปตามสมบัติข้อใดต่อไปนี้

ก. สมบัติปิดของการคูณ

ข. สมบัติการสลับที่ของการคูณ

ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

Power Point ประกอบการสอน เล่มที่ 1

คำชี้แจง การเปิด file Power Point จะเปิดตามทิศทางของลูกศร

เล่มที่ 1

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

จำนวนจริง (Real Numbers)

จำนวนจริง (Real Numbers) ประกอบด้วยจำนวน 2 ชนิด คือ จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

ตัวอย่าง จงพิจารณาว่า จำนวนจริงที่กำหนดไว้ในข้อต่อไปนี้ เป็นจำนวนตรรกยะ หรือจำนวนอตรรกยะ

1. 2.555 ... จำนวนตรรกยะ
2. 3.121121112 ... จำนวนอตรรกยะ
3. $\sqrt[3]{-8} = -2$ จำนวนตรรกยะ
4. $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = 4$ จำนวนตรรกยะ
5. $8 + \sqrt{7}$ จำนวนอตรรกยะ

จำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษส่วน โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$

ตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ

1. จำนวนเต็ม ได้แก่ ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
2. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มและตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ เช่น $\frac{1}{2}, 3\frac{1}{6}, -\frac{3}{4}$
3. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ เช่น $0.5, 0.1252525..., 2.43, 5.465$

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1

1. ให้ระบุจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง

ข้อ	จำนวน	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม	จำนวน นับ	จำนวน จริง
1.	-1	✓		✓		✓
2.	0	✓		✓		✓
3.	$3\frac{3}{5}$	✓				✓
4.	-1.36	✓	✓			✓
5.	0.333...		✓			✓
6.	$\sqrt{2}$		✓			✓
7.	π		✓			✓
8.	$\sqrt{11}$	✓				✓
9.	-1.1412	✓				✓

จำนวนอตรรกยะ เป็นจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ได้ แต่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำและสามารถกำหนดค่าโดยประมาณได้

ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะ

1. จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ที่เมื่อหาค่าแล้วไม่เป็นจำนวนตรรกยะ เช่น $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$
2. จำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น 0.125693..., 0.121221222...
3. π

ข้อ	จำนวน	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม	จำนวน นับ	จำนวน จริง
10.	$\frac{22}{7}$	✓				✓
11.	$\sqrt{5} - \sqrt{5}$	✓		✓		✓
12.	$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$	✓		✓		✓
13.	$\sqrt[3]{-64}$	✓		✓		✓
14.	$\sqrt{(-5)^2}$	✓		✓		✓
15.	$\sqrt{25} - \sqrt{9}$		✓			✓
16.	$2\sqrt{7}$		✓			✓
17.	1.732		✓			✓
18.	0.101001...					✓

files Power Point (ต่อ) ทิศทางเหมือนหน้า 22

2. ให้เขียนเครื่องหมาย ✓ ลงหน้าข้อความที่เป็นจริง และเขียนเครื่องหมาย ✕ ลงหน้าข้อความที่เป็นเท็จ

☒	1) 0.035 เป็นจำนวนตรรกยะ
☐	2) 0.022022022... เป็นจำนวนตรรกยะ
☐	3) 0.4544544454445... เป็นจำนวนตรรกยะ
☐	4) 0 เป็นจำนวนนับ
☒	5) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ เป็นจำนวนนับ
☐	6) $\frac{\pi}{4}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
☐	7) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ



ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาและบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

(1) ถ้า $a = b$ และ $b = 7$ แล้ว $a = 7$ สมบัติการถ่ายทอด

(2) ถ้า $x - 9 = 15$ แล้ว $x = 24$ สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

(3) ถ้า $\frac{x}{8} = 5$ แล้ว $x = 40$ สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน




☒	8) $\sqrt{81}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
☐	9) $\frac{0}{11}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
☐	10) $\sqrt{\pi}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
☒	11) 8.41 เป็นจำนวนตรรกยะ
☐	12) a เป็นจำนวนตรรกยะแล้ว $\sqrt{a}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
☐	13) จำนวนตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ
☐	14) จำนวนอตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ



สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

- สมบัติปิดของการบวก** ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a + b$ เป็นจำนวนจริงด้วย
- สมบัติการสลับที่ของการบวก** $a + b = b + a$
- สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก** $a + (b + c) = (a + b) + c$
- สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก**
จำนวนจริงที่นำมาบวกกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ a เรียกจำนวนจริงที่นำมาบวกว่า **เอกลักษณ์การบวก** ในระบบจำนวนจริงมี เอกลักษณ์การบวกจำนวนเดียว คือ 0
- สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก**
จำนวนจริงที่บวกกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 0 คือ $-a$ เรียก $-a$ ว่าเป็น **อินเวอร์สการบวก**ของ a

สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

การเท่ากันในระบบจำนวนจริง

สมบัติของการเท่ากัน

- สมบัติการสะท้อน $a = a$
- สมบัติการสมมาตร ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
- สมบัติการถ่ายทอด ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$
- สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
- สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$



ตัวอย่างที่ 2 จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

1) $6 + 5$ เป็นจำนวนจริง สมบัติปิดของการบวก

2) $0 + 9 = 9 + 0 = 9$ สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

3) $5 + (-5) = 0$ สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก



files Power Point (ต่อ) ทิศทางเหมือนหน้า 22

ตัวอย่างที่ 3 จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

(1) $-\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{5} - 1$ (3) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

วิธีทำ

(1) อินเวอร์สการบวกของ $-\sqrt{3}$ คือ $-(-\sqrt{3}) = \sqrt{3}$

(2) อินเวอร์สการบวกของ $\sqrt{5} - 1$ คือ $-(\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{5} + 1$

(3) อินเวอร์สการบวกของ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ คือ $-\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$



2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเดิมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติปิดของการบวก
ข. สมบัติการสลับที่ของการบวก
ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก
ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก
จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก

ก. 1. $2 + \sqrt{2}$ เป็นจำนวนจริง

ข. 2. $\pi + 1 = 1 + \pi$ เป็นจำนวนจริง

ง. 3. $-5 + 0 = 0 + (-5)$

จ. 4. $-\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$

ก. 5. $(1.2 + 2.3) + 3.4 = 1.2 + (2.3 + 3.4)$



แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงตามสมบัติการเท่ากันข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเดิมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติการสะท้อน
ข. สมบัติการสมมาตร
ค. สมบัติการถ่ายทอด
ง. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน
จ. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน

ก. 1) $2x + y = 2x + y$

ข. 2) ถ้า $x = y + z$ แล้ว $y + z = x$

ง. 3) ถ้า $2 + 3 = 5$ แล้ว $(2 + 3) + 4 = 5 + 4$

ก. 4) ถ้า $2 + 3 = 5$ และ $5 = 4 + 1$ แล้ว $2 + 3 = 4 + 1$

จ. 5) ถ้า $b = -3$ แล้ว $2 \times b = 2 \times (-3)$



จ. 6. $x + (-x) = 0$

ข. 7. $2y + \frac{y}{2} = \frac{y}{2} + 2y$

ก. 8. $8 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$

ข. 9. $2a + b = b + 2a$

ง. 10. $a + 0 = a$

ก. 11. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + 3 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3\right)$

จ. 12. $\sqrt{8} + (-2\sqrt{2}) = 0$

ง. 13. $\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 0 = -\frac{\pi}{2}$



ก. 6) ถ้า $2y = x + z$ และ $x + z = 8$ แล้ว $2y = 8$

จ. 7) ถ้า $2x = 6y$ แล้ว $x = 3y$

ง. 8) ถ้า $x + 2 = 3y$ แล้ว $x + 7 = 3y + 5$

ก. 9) ถ้า $5b = 5b$

ข. 10) ถ้า $4 + (-3) = 1$ แล้ว $1 = 4 + (-3)$



3. จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการบวกของ $-\frac{1}{7}$ คือ $\frac{1}{7}$

2) อินเวอร์สการบวกของ $\sqrt{2} + 1$ คือ $-\sqrt{2} - 1$

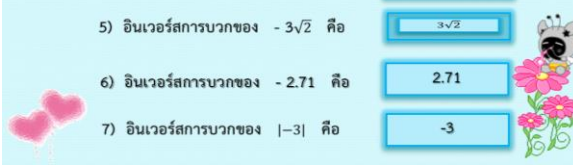
3) อินเวอร์สการบวกของ 1.732 คือ -1.732

4) อินเวอร์สการบวกของ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{5}$ คือ $-\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{5}$

5) อินเวอร์สการบวกของ $-3\sqrt{2}$ คือ $3\sqrt{2}$

6) อินเวอร์สการบวกของ -2.71 คือ 2.71

7) อินเวอร์สการบวกของ $|-3|$ คือ -3



files Power Point (ต่อ) ทิศทางเหมือนหน้า 22

สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ

กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

- สมบัติปิดของการคูณ $\rightarrow$ ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง แล้ว ab เป็นจำนวนจริงด้วย
- สมบัติการสลับที่ของการคูณ $\rightarrow ab = ba$
- สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ $\rightarrow a(bc) = (ab)c$
- สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ $\rightarrow$ จำนวนจริงที่นำมาคูณกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ a เรียกจำนวนจริงที่นำมาคูณว่า เอกลักษณ์การคูณ ในระบบจำนวนจริง มีเอกลักษณ์การคูณจำนวนเดียว คือ 1

ตัวอย่างที่ 2 จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

(1) $-\frac{4}{5}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$

วิธีทำ

- อินเวอร์สการคูณของ $-\frac{4}{5}$ คือ $\frac{1}{-\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$
- อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{7}$ คือ $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$
- อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ คือ $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$

5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

จำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริง a แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 1 คือ a^{-1} เรียก a^{-1} ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของ a

สมบัติการแจกแจง

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริง $a(b+c) = ab + ac$ และ $(b+c)a = ba + ca$

แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณหรือไม่ (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติที่ตรงกับข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติปิดของการคูณ	ง	1. $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
ข. สมบัติการสลับที่ของการคูณ	ข	2. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$
ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ	ก	3. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} \in \mathbb{R}$
ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ		
จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ	จ	4. $2\sqrt{3} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} = 1$
ช. สมบัติการแจกแจง		
	จ	5. $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 1$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

- $(ab)c = a(bc)$ $\rightarrow$ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ
- $1 \times a = a$ $\rightarrow$ สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ
- $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$ $\rightarrow$ สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

- $(5 \times 2) \times 7 = 5 \times (2 \times 7)$ ก
- $(-6) \times (-6)^{-1} = 1$ จ
- $1 \times 1 = 1$ ง
- $-\sqrt{5}x$ เป็นจำนวนจริง ก
- $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} = 1$ จ
- $3(5 + 4) = (3 \times 5) + (3 \times 4)$ ข

files Power Point (ต่อ) ทิศทางเหมือนหน้า 22

จ 12. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = 1$

ข 13. $\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$

ค 14. $(3 - \sqrt{3})(a - 2b + 1) = (a - 2b + 1)(3 - \sqrt{3})$



2. จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการคูณของ $-a$ คือ	- 1/a
2) อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{8}$ คือ	8
3) อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$ คือ	√3 + √2
4) อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ คือ	√5 - √3
5) อินเวอร์สการคูณของ 2π คือ	1/2π



6) อินเวอร์สการคูณของ $-5\sqrt{5}$ คือ	- √5/25
7) อินเวอร์สการคูณของ 4 คือ	1/4
8) อินเวอร์สการคูณของ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ คือ	- √3/2
9) อินเวอร์สการคูณของ -1 คือ	-1
10) อินเวอร์สการคูณของ $-\sqrt{3}$ คือ	- √3/3





เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

ข้อที่	คำตอบ
1.	ข.
2.	ก.
3.	ก.
4.	ค.
5.	ง.
6.	ก.
7.	ค.
8.	ข.
9.	ง.
10.	ค.



เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1

1. ให้ระบุว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง

ข้อ	จำนวน	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม	จำนวน นับ	จำนวน จริง
1.	-1	✓		✓		✓
2.	0	✓		✓		✓
3.	$\frac{3}{5}$	✓				✓
4.	-1.36	✓				✓
5.	0.333...	✓				✓
6.	$\sqrt{2}$		✓			✓
7.	π		✓			✓
8.	$\sqrt{11}$		✓			✓
9.	-1.1412	✓				✓
10.	$\frac{22}{7}$	✓				✓
11.	$\sqrt{5} - \sqrt{5}$	✓		✓		✓
12.	$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$	✓		✓	✓	✓
13.	$\sqrt[3]{-64}$	✓		✓		✓
14.	$\sqrt{(-5)^2}$	✓		✓	✓	✓
15.	$\sqrt{25} - \sqrt{9}$	✓		✓	✓	✓
16.	$2\sqrt{7}$		✓			✓
17.	1.732	✓				✓
18.	0.101001...		✓			✓

2.

ข้อ	คำตอบ
1)	✓
2)	✓
3)	×
4)	×
5)	✓
6)	×
7)	×
8)	✓
9)	✓
10)	×
11)	✓
12)	×
13)	×
14)	×



เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2

1.

ข้อ	คำตอบ
1)	ก
2)	ข
3)	ง
4)	ก
5)	จ
6)	ค
7)	จ
8)	ง
9)	ก
10)	ข



2.

ข้อ	คำตอบ
1)	ก
2)	ข
3)	ง
4)	จ
5)	ก
6)	จ
7)	ข
8)	ก
9)	ข
10)	ง
11)	ก
12)	จ
13)	ง

3.

ข้อ	คำตอบ
1)	$\frac{1}{7}$
2)	$-\sqrt{2}-1$
3)	-1.732
4)	$-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{5}$
5)	$3\sqrt{2}$
6)	2.71
7)	-3

เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3

1.

ข้อ	คำตอบ
1)	ง
2)	บ
3)	ก
4)	จ
5)	จ
6)	ค
7)	จ
8)	ง
9)	ก
10)	จ
11)	ช
12)	จ
13)	ช
14)	บ

2.

ข้อ	คำตอบ
1)	$-\frac{1}{a}$
2)	8
3)	$\sqrt{3} + \sqrt{2}$
4)	$\sqrt{5} - \sqrt{3}$
5)	$\frac{1}{2\pi}$
6)	$-\frac{\sqrt{5}}{25}$
7)	$\frac{1}{4}$
8)	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
9)	- 1
10)	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง จำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง

ข้อที่	คำตอบ
1.	ง.
2.	ก.
3.	ก.
4.	ข.
5.	ข.
6.	ง.
7.	ข.
8.	ก.
9.	ง.
10.	ก.



ตารางบันทึกคะแนน
การทำแบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบจำนวนจริง

ชื่อ.....
 โรงเรียน.....ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/.....เลขที่.....

เล่มที่ 1 จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

ตารางบันทึกคะแนนการสอบ

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ก่อนเรียน	10		
หลังเรียน	10		
ผลการพัฒนา			

ตารางบันทึกคะแนนการทำแบบฝึกเสริมทักษะ

แบบฝึกเสริมทักษะ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1	32		
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2	30		
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3	24		
รวมคะแนน	86		

เกณฑ์การให้คะแนน
การทำแบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบจำนวนจริง

เล่มที่ 1 จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

มีเกณฑ์ดังนี้ ตอบถูกได้ 1 คะแนน
ตอบผิดได้ 0 คะแนน



บรรณานุกรม

กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 ม.4 เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์
เดอะบุคส์ จำกัด, 2553.

กนกวลี อุษณกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์
จำกัด, 2553.

กมล เอกไทยเจริญ. คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1 สาระการเรียนรู้พื้นฐาน.
กรุงเทพมหานคร : ไฮเอ็ดพับลิชชิง, 2537.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. หนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพมหานคร : เสมาธรรม, 2546.

จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. คู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1.
กรุงเทพมหานคร: พ.ศ. พัฒนา จำกัด, 2549.

สมัย เหล่าวานิชย์. คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร : ไฮเอ็ดพับลิชชิง,
มปป.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ.
หนังสือรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2557.