



ลำดับและอนุกรม แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

เล่มที่

2



$$a_n = an + b$$

$$a_n = an^2 + bn + c$$

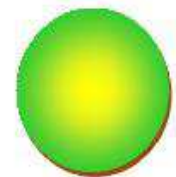
นายสุขุม อะโนวัน

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนศรีบุญเรืองวิทยาคาร

อำเภอศรีบุญเรือง จังหวัดหนองบัวลำภู

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 19



คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ จัดทำขึ้นตามมาตรฐาน และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้การสอนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ศ32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม เพื่อแก้ปัญหานักเรียนที่ขาดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถฝึกฝนเพิ่มเติม ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ฝึกการทำงานเป็นกลุ่มอย่างมีระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความซื่อสัตย์ มีความเชื่อมั่นในตนเอง รวมทั้งเพื่อตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล กระตุ้นให้นักเรียน มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตระหนักและเห็นคุณค่าของการเรียน อันจะนำไปสู่การบรรลุผล ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของหลักสูตรคณิตศาสตร์

หวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนคณิตศาสตร์ การศึกษาค้นคว้าหาความรู้ของนักเรียนและบุคคลที่สนใจเป็นอย่างดี

ผู้จัดทำขอขอบพระคุณคณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ช่วยให้คำแนะนำ คำปรึกษา ทำให้แบบฝึกทักษะเล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ ตลอดจนบุคคลที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านมา ณ โอกาสนี้

สุขุม อะโนวัน

คำชี้แจง

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม โดยฝึกจากง่ายไปหายากทีละขั้นตอน มุ่งให้ผู้เรียนพัฒนาความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนศรีบุญเรืองวิทยาการ มีรายละเอียดดังนี้

1. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม มีทั้งหมด 8 เล่ม ประกอบด้วย

- เล่มที่ 1 เรื่องความหมายของลำดับ
- เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
- เล่มที่ 3 เรื่องลำดับเลขคณิต
- เล่มที่ 4 เรื่องโจทย์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต
- เล่มที่ 5 เรื่องลำดับเรขาคณิต
- เล่มที่ 6 เรื่องโจทย์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต
- เล่มที่ 7 เรื่องอนุกรมเลขคณิต
- เล่มที่ 8 เรื่องอนุกรมเรขาคณิต

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ฉบับนี้เป็นเล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ประกอบด้วย

- 1) คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
- 2) คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู
- 3) คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน
- 4) ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
- 5) แบบทดสอบก่อนเรียน
- 6) ใบความรู้
- 7) แบบฝึกทักษะ
- 8) แบบทดสอบหลังเรียน

3. แบบฝึกทักษะเล่มนี้ใช้เวลาเรียน 2 ชั่วโมง

สารบัญ

	หน้า
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู	1
คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน	2
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์	3
กิจกรรมเล่มที่ 2	4
แบบทดสอบก่อนเรียน	6
ใบความรู้ที่ 2.1 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ	9
แบบฝึกทักษะที่ 2.1.1	12
แบบฝึกทักษะที่ 2.1.2	14
ใบความรู้ที่ 2.2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม	20
แบบฝึกทักษะที่ 2.2.1	23
แบบทดสอบหลังเรียน	26
แบบบันทึกคะแนน	29
บรรณานุกรม	30
ภาคผนวก	31
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน	32
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.1.1	33
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.1.2	35
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.2.1	41
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน	45

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู

การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม ครูผู้สอนเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การดำเนินการเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนจึงควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้แบบฝึกทักษะดังนี้

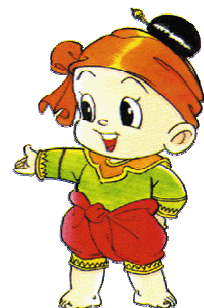
1. ครูต้องศึกษาแบบฝึกทักษะและทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกชุดก่อนการใช้งาน
2. ครูต้องเตรียมแบบฝึกทักษะให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน
3. ครูต้องเตรียมเครื่องมือวัดและประเมินผลเพื่อให้ทราบถึงความก้าวหน้าของนักเรียน
4. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบถึงขั้นตอนและวิธีการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะอย่างชัดเจน
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้ของนักเรียน
6. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบและดำเนินการสอนตามกิจกรรมที่กำหนดไว้
7. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาในใบความรู้และทำแบบฝึกทักษะแล้วเปลี่ยนกันตรวจตามเฉลย
8. ครูสังเกตความสนใจและความตั้งใจของนักเรียนในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ถ้ากลุ่มใดมีปัญหา ครูควรให้การช่วยเหลือทันที
9. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
10. ตรวจผลงานนักเรียนจากแบบฝึกทักษะ แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน แล้วประเมินผล

คำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

ในการศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม นักเรียนควรปฏิบัติดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ และคำแนะนำในการใช้แบบฝึกทักษะให้เข้าใจก่อนลงมือทำงานหรือทำการศึกษาทุกครั้ง
2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
3. ศึกษาเนื้อหาในใบความรู้แล้วทำแบบฝึกทักษะ ถ้าทำแบบฝึกทักษะไม่ได้ให้ศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง ศึกษาตัวอย่าง ปรึกษาเพื่อนหรือครูผู้สอน
4. ห้ามเปิดดูเฉลยก่อนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
5. เปลี่ยนกันตรวจแบบฝึกทักษะตามเฉลยแล้วบันทึกคะแนนที่ได้ จากนั้นร่วมกันสรุปองค์ความรู้ โดยครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางและอภิปรายเพิ่มเติม
6. ทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเองหลังจากศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์แต่ละเล่มจบแล้ว
7. นักเรียนควรตั้งใจเรียน ซักถามครูผู้สอนทันทีเมื่อเกิดความสงสัย
8. นักเรียนจะต้องทำถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป ของคะแนนแบบฝึกทักษะรวมกับแบบทดสอบหลังเรียนในแต่ละเรื่อง จึงจะผ่านเกณฑ์การประเมินของแต่ละแบบฝึกทักษะ

อย่าลืมอ่านคำแนะนำให้เข้าใจนะครับ



ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

1. อ่านคำชี้แจงคำแนะนำสำหรับนักเรียน



2. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน

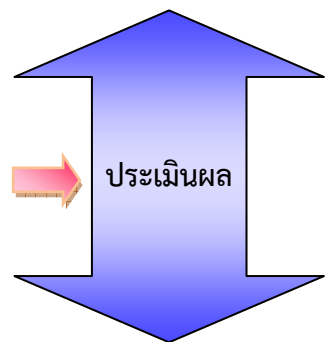


3. ศึกษาแบบฝึกทักษะ โดยปฏิบัติกิจกรรม

- ศึกษาเนื้อหาและใบความรู้
- ทำแบบฝึกทักษะ
- ตรวจแบบฝึกทักษะ



4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน



5. ศึกษาแบบฝึกทักษะชุดถัดไป



กิจกรรมเล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป(pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 4.1 ม.4-6/4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

ค 6.1 ม.4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ (K) นักเรียนสามารถ

1.1 หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้

1.2 หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ (P) นักเรียนมีความสามารถ

2.1 ในการให้เหตุผล

2.2 ในการแก้ปัญหา

2.3 ในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

3.1 มีความซื่อสัตย์

3.2 มีวินัย

3.3 ใฝ่เรียนรู้

3.4 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร และเมื่อแทน n ด้วยสมาชิกในเซต $\{ 1, 2, 3, \dots, m \}$ แล้วได้พจน์ที่ $1, 2, 3, \dots, m$ ของลำดับตรงตามที่กำหนด

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยสังเกตจากความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ของลำดับ ในบางครั้งเราทำได้ยาก เราอาจใช้ฟังก์ชันพหุนามช่วยในการหาพจน์ทั่วไปได้ โดยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัว

กรณีที่ 2 ผลต่างครั้งที่ 2 มีค่าคงตัว

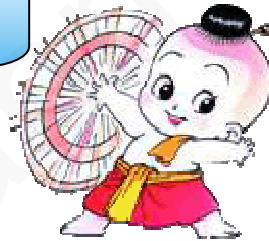
สื่อประกอบแบบฝึกทักษะ

1. ใบความรู้ที่ 2.1
2. ใบความรู้ที่ 2.2

การประเมินผล

1. แบบทดสอบก่อนเรียน
2. แบบฝึกทักษะที่ 2.1.1, 2.1.2, 2.2.1
3. แบบทดสอบหลังเรียน
4. สังเกตจากการทำงาน

ไปทำแบบทดสอบ
ก่อนเรียนกันเถอะครับ



แบบทดสอบก่อนเรียน
เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ค32101
เวลา 10 นาที

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
คะแนนเต็ม 10 คะแนน

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ 5, 8, 11, 14, 17, ...

ก. $a_n = 5n + 3$

ข. $a_n = 5n - 3$

ค. $a_n = 3n + 2$

ง. $a_n = 3n - 2$

2. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ -6, -2, 2, 6, ...

ก. $a_n = -4n + 10$

ข. $a_n = -4n - 10$

ค. $a_n = 4n + 10$

ง. $a_n = 4n - 10$

3. พจน์ทั่วไปของลำดับ -4, -6, -8, -10, ... คือข้อใด

ก. $a_n = (-2n)(n+1)$

ข. $a_n = -2n$

ค. $a_n = (n+2)(n-2)$

ง. $a_n = (-2)(n+1)$

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{4}{3}, \frac{8}{5}, \frac{16}{7}, \frac{32}{9}, \dots$

ก. $a_n = \frac{2^{n+1}}{2n+1}$

ข. $a_n = \frac{2^{n+1}}{2n-1}$

ค. $a_n = \frac{2^n}{2n+1}$

ง. $a_n = \frac{2^n}{2n-1}$





5. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 0.5, 0.05, 0.005, 0.0005, ...

ก. $a_n = 5^n$

ข. $a_n = 5(10^n)$

ค. $a_n = \frac{5}{10^n}$

ง. $a_n = \frac{5}{10^{n-1}}$



6. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 1, 3, 9, 27, 81

ก. $a_n = 3^n$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ข. $a_n = 3^n$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

ค. $a_n = 3^{n-1}$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ง. $a_n = 3^{n-1}$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$



7. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 5, 10, 17, ...

ก. $a_n = n^2 + 1$

ข. $a_n = n^2 - 1$

ค. $a_n = (n+1)^2$

ง. $a_n = (n-1)^2$



8. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 6, 12, 20, 30, ...

ก. $a_n = n^2 + 2n + 3$

ข. $a_n = n^2 - 2n + 3$

ค. $a_n = n^2 - 3n + 2$

ง. $a_n = n^2 + 3n + 2$



9. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 11, 25, 45, ...

ก. $a_n = 3n^2 - n - 1$

ข. $a_n = 3n^2 - n + 1$

ค. $a_n = 2n^2 - 3n + 1$

ง. $a_n = 2n^2 + 3n - 1$



10. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ 48, 79, 118, 165, ...

ก. $a_n = 4n^2 + 19n - 25$

ข. $a_n = 4n^2 - 19n + 25$

ค. $a_n = 4n^2 - 19n - 25$

ง. $a_n = 4n^2 + 19n + 25$

หนูทำเสร็จแล้วค่ะ...



กระดาษคำตอบ แบบทดสอบก่อนเรียน
เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวเท่านั้น แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในช่องว่างในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



ใบความรู้ที่ 2.1 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร และเมื่อแทน n ด้วยสมาชิกในเซต $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, m\}$ แล้วได้พจน์ที่ 1, 2, 3, 4, 5, ..., m ของลำดับตรงตามที่กำหนด การหาพจน์ทั่วไปของลำดับดังกล่าว ทำได้โดยหาความสัมพันธ์ของพจน์กับลำดับที่ของพจน์นั้นๆ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดต่อไปนี้

- 1) 5, 8, 11, 14, 17
- 2) 1, 4, 9, 16, 25
- 3) 8, 16, 32, 64, 128

วิธีทำ

1) พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่กับลำดับที่ของพจน์ ดังนี้

พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 5 = 3 + 2 = 3(1) + 2$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 8 = 3 + 3 + 2 = 3(2) + 2$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 11 = 3 + 3 + 3 + 2 = 3(3) + 2$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 14 = 3 + 3 + 3 + 3 + 2 = 3(4) + 2$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 17 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 2 = 3(5) + 2$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = 3n + 2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2) พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่กับลำดับที่ของพจน์ ดังนี้

พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 1 = 1^2$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 4 = 2^2$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 9 = 3^2$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 16 = 4^2$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 25 = 5^2$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = n^2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

3) พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่กับลำดับที่ของพจน์ ดังนี้

พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 8 = 2^3 = 2^{1+2}$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 16 = 2^4 = 2^{2+2}$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 32 = 2^5 = 2^{3+2}$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 64 = 2^6 = 2^{4+2}$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 128 = 2^7 = 2^{5+2}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = 2^{n+2}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$



ตัวอย่างที่ 2

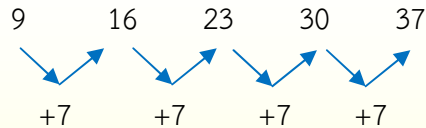
จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1) 9, 16, 23, 30, 37, ...

2) 20, 15, 10, 5, 0, ...

วิธีทำ

1) พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 9, 16, 23, 30, 37, ...



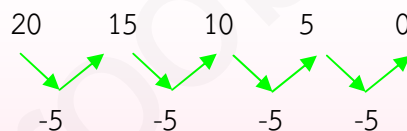
พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 7

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	9	16	23	30	37
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	7+2	14+2	21+2	28+2	35+2
	$(7 \times 1) + 2$	$(7 \times 2) + 2$	$(7 \times 3) + 2$	$(7 \times 4) + 2$	$(7 \times 5) + 2$

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = 7n + 2$

2) พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 20, 15, 10, 5, 0, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะน้อยกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 5

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	20	15	10	5	0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	-5+25	-10+25	-15+25	-20+25	-25+25
	$[(-5) \times 1] + 25$	$[(-5) \times 2] + 25$	$[(-5) \times 3] + 25$	$[(-5) \times 4] + 25$	$[(-5) \times 5] + 25$

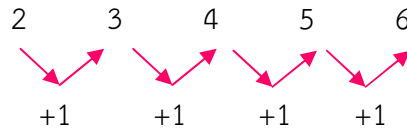
จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = -5n + 25$ หรือ $a_n = -5(n-5)$

ตัวอย่างที่ 3

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \frac{6}{13}, \dots$

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวเลขในลำดับ $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \frac{6}{13}, \dots$



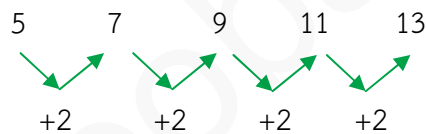
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวเลขของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	2	3	4	5	6
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	1+1	2+1	3+1	4+1	5+1

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวเลขของพจน์ในลำดับ คือ $n + 1$



พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวส่วนในลำดับ $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \frac{6}{13}, \dots$

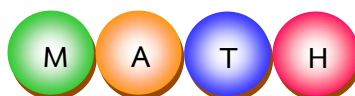


พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวส่วนของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	5	7	9	11	13
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	2+3	4+3	6+3	8+3	10+3
	(2×1)+3	(2×2)+3	(2×3)+3	(2×4)+3	(2×5)+3

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวส่วนของพจน์ในลำดับ คือ $2n + 3$

นั่นคือ
$$a_n = \frac{n + 1}{2n + 3}$$





แบบฝึกทักษะที่ 2.1.1

คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดต่อไปนี้ (10 คะแนน) ; ข้อละ 2 คะแนน

1. 3, 7, 11, 15, 19

วิธีทำ พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 3 = 4 - 1 = 4(1) - 1$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 7 = 4 + 4 - 1 = 4(2) - 1$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 11 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 15 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 19 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = \dots\dots\dots$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. 10, 7, 4, 1, -2

วิธีทำ พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 10 = (-3) + 13 = (-3)(1) + 13$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 7 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 4 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 1 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = -2 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = \dots\dots\dots$

3. 3, 9, 27, 81, 243

วิธีทำ พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 3 = 3^1$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 9 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 27 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 81 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 243 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = \dots\dots\dots$



4. 128, 64, 32, 16, 8

วิธีทำ พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 128 = 2^7 = 2^{-1+8}$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 64 = 2^6 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 32 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 16 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 8 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = \dots\dots\dots$

5. 5, 0.5, 0.05, 0.005, 0.0005

วิธีทำ พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 5 = \frac{5}{1} = \frac{5}{10^0} = \frac{5}{10^{1-1}}$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 0.5 = \frac{5}{10} = \frac{5}{10^{2-1}}$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 0.05 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 0.005 = \dots\dots\dots$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 0.0005 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = \dots\dots\dots$



ไปทำแบบฝึกทักษะต่อไปกันค่ะ



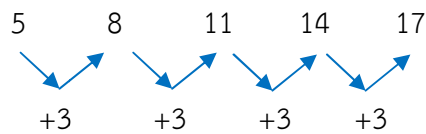
แบบฝึกทักษะที่ 2.1.2

คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้ (20 คะแนน) ; ข้อละ 2 คะแนน

1. 5, 8, 11, 14, 17, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 5, 8, 11, 14, 17, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่.....

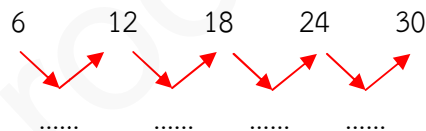
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	5	8	11	14	17
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	3+2	6+2
	(3×1)+2	(3×2)+2

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n =$

2. 6, 12, 18, 24, 30, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 6, 12, 18, 24, 30, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์.....

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

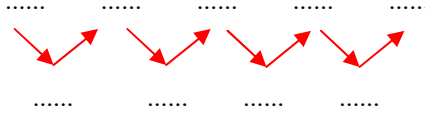
พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	6	12	18	24	30
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n =$



3. 2, 10, 18, 26, 34, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ.....



พบว่า พจน์แต่ละพจน์.....

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่ (1) (2) (3) (4) (5)

.....
.....
.....

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n =$

4. 10, 6, 2, -2, -6, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ.....



พบว่า พจน์แต่ละพจน์.....

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่ (1) (2) (3) (4) (5)

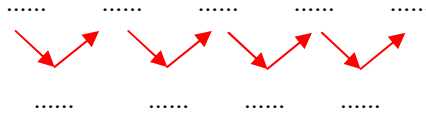
.....
.....
.....

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n =$



5. -7, -14, -21, -28, -35, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ.....



พบว่า พจน์แต่ละพจน์.....

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่ (1) (2) (3) (4) (5)

.....
.....
.....

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n =$

6. -5, -6, -7, -8, -9, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ.....



พบว่า พจน์แต่ละพจน์.....

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่ (1) (2) (3) (4) (5)

.....
.....
.....

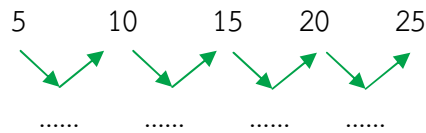
จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n =$



7. $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \dots$

วิธีทำ

➤ พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวส่วนในลำดับ $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \dots$



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวส่วนของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	5	10	15	20	25
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	(5×1)	(2×2)

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวส่วนของพจน์ในลำดับ คือ

นั่นคือพจน์ทั่วไป หรือ $a_n = \dots\dots\dots$

8. $\frac{1}{7}, \frac{1}{12}, \frac{1}{17}, \frac{1}{22}, \frac{1}{27}, \dots$

วิธีทำ

➤ พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวส่วนในลำดับ $\frac{1}{7}, \frac{1}{12}, \frac{1}{17}, \frac{1}{22}, \frac{1}{27}, \dots$



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวส่วนของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวส่วนของพจน์ในลำดับ คือ

นั่นคือพจน์ทั่วไป หรือ $a_n = \dots\dots\dots$

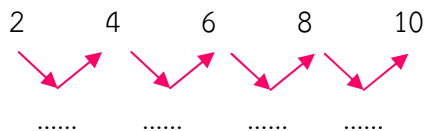


9. $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{11}, \frac{10}{13}, \dots$

วิธีทำ



พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวเศษในลำดับ $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{11}, \frac{10}{13}, \dots$



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวเศษของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่ (1) (2) (3) (4) (5)

.....
.....
.....

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวเศษของพจน์ในลำดับ คือ



พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวส่วนในลำดับ $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{11}, \frac{10}{13}, \dots$



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวส่วนของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่ (1) (2) (3) (4) (5)

.....
.....
.....

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวส่วนของพจน์ในลำดับ คือ

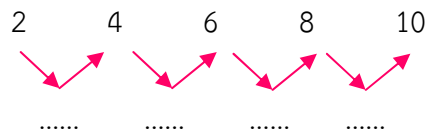
นั่นคือพจน์ทั่วไป หรือ $a_n = \dots$



10. $\frac{3}{7}, \frac{12}{11}, \frac{21}{15}, \frac{30}{19}, \frac{39}{23}, \dots$

วิธีทำ

➤ พิจารณาความสัมพันธ์ของ**ตัวเศษ**ในลำดับ $\frac{3}{7}, \frac{12}{11}, \frac{21}{15}, \frac{30}{19}, \frac{39}{23}, \dots$



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับ**ตัวเศษ**ของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่ (1) (2) (3) (4) (5)

.....
.....
.....

จะได้ พจน์ทั่วไปของ**ตัวเศษ**ของพจน์ในลำดับ คือ.....

➤ พิจารณาความสัมพันธ์ของ**ตัวส่วน**ในลำดับ $\frac{3}{7}, \frac{12}{11}, \frac{21}{15}, \frac{30}{19}, \frac{39}{23}, \dots$



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับ**ตัวส่วน**ของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่ (1) (2) (3) (4) (5)

.....
.....
.....

จะได้ พจน์ทั่วไปของ**ตัวส่วน**ของพจน์ในลำดับ คือ.....

นั่นคือพจน์ทั่วไป หรือ $a_n = \dots$

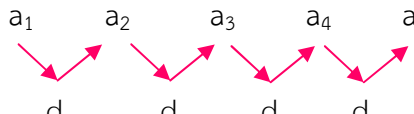


ใบความรู้ที่ 2.2

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กล่าวมาข้างต้น เป็นการหาโดยใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์กับลำดับของพจน์ ซึ่งในบางครั้งอาจจะไม่สะดวกที่จะใช้วิธีดังกล่าว อีกวิธีหนึ่งที่ยอมรับใช้กันคือ การใช้ฟังก์ชันพหุนามหาพจน์ทั่วไป โดยแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัว


$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5$

 $d \quad d \quad d \quad d$ ผลต่างครั้งที่ 1
 พจน์ทั่วไปของลำดับ อยู่ในรูป $a_n = an + b$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงที่ใดๆ

ตัวอย่างที่ 4

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 7, 9, 11, ...

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้

$3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad 11$

 $+2 \quad +2 \quad +2 \quad +2$ ผลต่างครั้งที่ 1

จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัวเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1 และ 2

จะได้

$$a_1 = a + b = 3 \quad \text{.....(1)}$$

$$a_2 = 2a + b = 5 \quad \text{.....(2)}$$

$$(2) - (1) \text{ จะได้ } (2a + b) - (a + b) = 5 - 3$$

$$2a + b - a - b = 2$$

$$a = 2$$

แทนค่า $a = 2$ ใน (2) จะได้

$$2(2) + b = 5$$

$$4 + b = 5$$

$$b = 1$$

จาก $a_n = an + b$

ดังนั้น $a_n = 2n + 1$

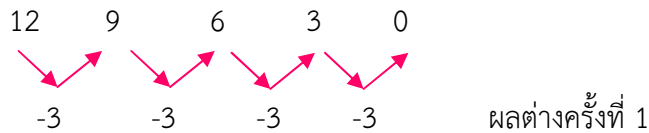


ตัวอย่างที่ 5

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 12, 9, 6, 3, 0, ...

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงที่เท่ากับ -3

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1 และ 2

จะได้

$$a_1 = a + b = 12 \quad \text{.....(1)}$$

$$a_2 = 2a + b = 9 \quad \text{.....(2)}$$

$$(2) - (1) \text{ จะได้ } (2a + b) - (a + b) = 9 - 12$$

$$2a + b - a - b = -3$$

$$a = -3$$

แทนค่า $a = -3$ ใน (1) จะได้

$$-3 + b = 12$$

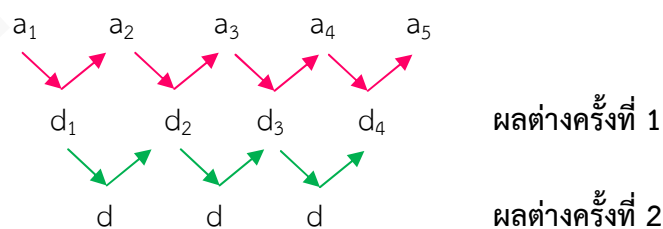
$$b = 12 + 3$$

$$b = 15$$

$$\text{จาก } a_n = an + b$$

$$\text{ดังนั้น } a_n = -3n + 15 \text{ หรือ } a_n = 15 - 3n$$

กรณีที่ 2 ผลต่างครั้งที่ 2 มีค่าคงตัว



พจน์ทั่วไปของลำดับ อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงที่ใดๆ

ไปศึกษาตัวอย่างของ
กรณีที่ 2 กันเถอะเพื่อนๆ

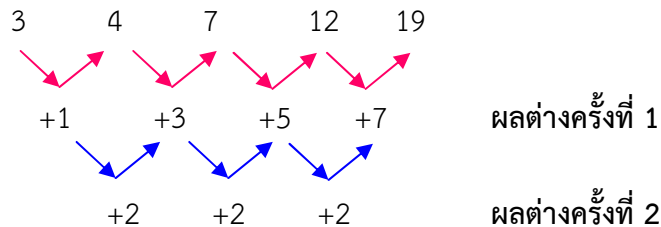


ตัวอย่างที่ 6

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 4, 7, 12, 19, ...

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 เป็นค่าคงตัว และมีค่าเท่ากับ 2
 ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$
 แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, และ 3 จะได้

$$a_1 = a + b + c = 3 \quad \text{.....(1)}$$

$$a_2 = 4a + 2b + c = 4 \quad \text{.....(2)}$$

$$a_3 = 9a + 3b + c = 7 \quad \text{.....(3)}$$

$$\begin{aligned} (2)-(1) \text{ จะได้ } (4a + 2b + c) - (a + b + c) &= 4 - 3 \\ 4a + 2b + c - a - b - c &= 1 \\ 3a + b &= 1 \quad \text{.....(4)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3)-(2) \text{ จะได้ } (9a + 3b + c) - (4a + 2b + c) &= 7 - 4 \\ 9a + 3b + c - 4a - 2b - c &= 3 \\ 5a + b &= 3 \quad \text{.....(5)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5)-(4) \text{ จะได้ } (5a + b) - (3a + b) &= 3 - 1 \\ 5a + b - 3a - b &= 2 \\ 2a &= 2 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } a = 1 \text{ ใน (4) จะได้ } 3(1) + b &= 1 \\ 3 + b &= 1 \\ b &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } a = 1, b = -2 \text{ ใน (1) จะได้ } 1 + (-2) + c &= 3 \\ -1 + c &= 3 \\ c &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= an^2 + bn + c \\ \text{ดังนั้น } a_n &= n^2 - 2n + 4 \end{aligned}$$

ไปทำแบบฝึกกันเลยครับ...





แบบฝึกทักษะที่ 2.2.1

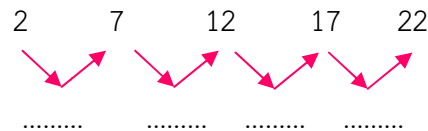
คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้โดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม (10 คะแนน)

1. 2, 7, 12, 17, 22, ...

(2 คะแนน)

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัวเท่ากับ.....

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป.....

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1 และ 2

จะได้

$$a_1 = \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = \dots\dots\dots (2)$$

(2) - (1) จะได้

.....

แทนค่า $a = \dots\dots\dots$ ใน (1) จะได้

.....

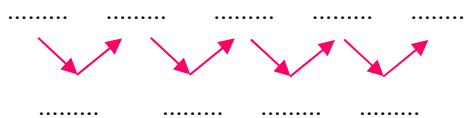
จาก $a_n = an + b$

ดังนั้น

2. -3, -7, -11, -15, -19, ...

(2 คะแนน)

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัวเท่ากับ.....

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป.....

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1 และ 2 จะได้

$$a_1 = \dots\dots\dots (1)$$

$$a_2 = \dots\dots\dots (2)$$

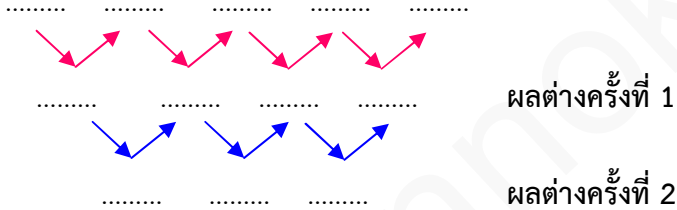
(2) - (1) จะได้

แทนค่า $a = \dots\dots\dots$ ใน (1) จะได้

จาก $a_n = an + b$
 ดังนั้น

3. 3, 6, 13, 24, 39, ... (3 คะแนน)

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 เป็นค่าคงตัว และมีค่าเท่ากับ.....

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป.....

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, และ 3 จะได้

$$a_1 = \dots\dots\dots(1)$$
$$a_2 = \dots\dots\dots(2)$$
$$a_3 = \dots\dots\dots(3)$$

(2)-(1) จะได้

(3)-(2) จะได้

(5)-(4) จะได้

แทนค่า $a =$ ใน จะได้

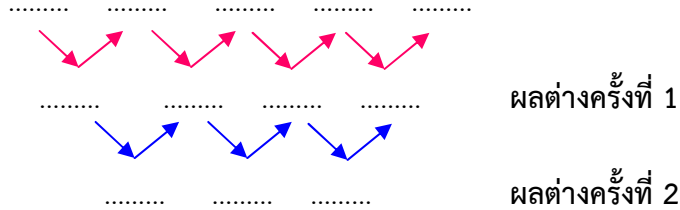
แทนค่า $a = \dots$, $b = \dots$ ใน (1) จะได้ \dots

จาก $a_n = an^2 + bn + c$
 ดังนั้น

4. 4, 1, -4, -11, -20, ...

(3 คะแนน)

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 เป็นค่าคงตัว และมีค่าเท่ากับ.....

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป.....

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, และ 3 จะได้

$$a_1 = \dots\dots\dots(1)$$

$$a_2 = \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3 = \dots\dots\dots(3)$$

(2)-(1) จะได้

$$\dots\dots\dots(4)$$

(3)-(2) จะได้

$$\dots\dots\dots(5)$$

(5)-(4) จะได้

$$\dots\dots\dots$$

แทนค่า a = ใน จะได้

$$\dots\dots\dots$$

แทนค่า a =, b = ใน (1) จะได้

$$\dots\dots\dots$$

$$\text{จาก } a_n = an^2 + bn + c$$

ดังนั้น.....

พร้อมที่จะไปทำแบบทดสอบหลังเรียนกับพวกเราหรือยังคะ เพื่อนๆ



แบบทดสอบหลังเรียน
เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัส ค32101
เวลา 10 นาที

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
คะแนนเต็ม 10 คะแนน

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ



1. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ $-6, -2, 2, 6, \dots$

ก. $a_n = 4n + 10$

ข. $a_n = 4n - 10$

ค. $a_n = -4n + 10$

ง. $a_n = -4n - 10$



2. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ $5, 8, 11, 14, 17, \dots$

ก. $a_n = 5n - 3$

ข. $a_n = 3n + 2$

ค. $a_n = 5n + 3$

ง. $a_n = 3n - 2$



3. พจน์ทั่วไปของลำดับ $-4, -6, -8, -10, \dots$ คือข้อใด

ก. $a_n = (-2)(n+1)$

ข. $a_n = -2n$

ค. $a_n = (n+2)(n-2)$

ง. $a_n = (-2n)(n+1)$



4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $0.5, 0.05, 0.005, 0.0005, \dots$

ก. $a_n = 5^n$

ข. $a_n = 5(10^n)$

ค. $a_n = \frac{5}{10^n}$

ง. $a_n = \frac{5}{10^{n-1}}$

หนูจะไม่ลอกเพื่อนค่ะ...



5. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $1, 3, 9, 27, 81$

ก. $a_n = 3^n$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

ข. $a_n = 3^n$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ค. $a_n = 3^{n-1}$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

ง. $a_n = 3^{n-1}$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$





6. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{4}{3}, \frac{8}{5}, \frac{16}{7}, \frac{32}{9}, \dots$

ก. $a_n = \frac{2^n}{2n+1}$

ข. $a_n = \frac{2^n}{2n-1}$

ค. $a_n = \frac{2^{n+1}}{2n+1}$

ง. $a_n = \frac{2^{n+1}}{2n-1}$



7. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 6, 12, 20, 30, ...

ก. $a_n = n^2 - 3n + 2$

ข. $a_n = n^2 + 3n + 2$

ค. $a_n = n^2 + 2n + 3$

ง. $a_n = n^2 - 2n + 3$



8. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ 48, 79, 118, 165, ...

ก. $a_n = 4n^2 + 19n - 25$

ข. $a_n = 4n^2 - 19n + 25$

ค. $a_n = 4n^2 - 19n - 25$

ง. $a_n = 4n^2 + 19n + 25$



9. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 5, 10, 17, ...

ก. $a_n = n^2 - 1$

ข. $a_n = n^2 + 1$

ค. $a_n = (n-1)^2$

ง. $a_n = (n+1)^2$



10. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 11, 25, 45, ...

ก. $a_n = 3n^2 - n + 1$

ข. $a_n = 3n^2 - n - 1$

ค. $a_n = 2n^2 - 3n + 1$

ง. $a_n = 2n^2 + 3n - 1$



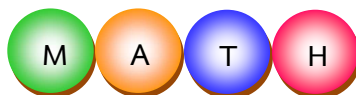
กระดาษคำตอบ แบบทดสอบหลังเรียน
เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวเท่านั้น แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในช่องว่างในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



**แบบบันทึกคะแนน
เล่มที่ 2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ**

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
แบบทดสอบก่อนเรียน	10	

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
แบบฝึกทักษะที่ 2.1.1	10	
แบบฝึกทักษะที่ 2.1.2	20	
แบบฝึกทักษะที่ 2.2.1	10	
แบบทดสอบหลังเรียน	10	
รวม	50	

สรุปผลการเรียนรู้

คะแนนเต็ม.....คะแนน

คะแนนที่ได้.....คะแนน

คะแนนที่ได้คิดเป็นร้อยละ.....ของคะแนนเต็ม

สรุป ☐ ผ่าน ☐ ไม่ผ่าน



บรรณานุกรม

- ณรงค์ ปั่นนิ่ม, กนกวลี อุษณกรกุล และเรณู สุทธิวาริ. (2537). **คู่มือ-เตรียมสอบ คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 เล่ม 1**. กรุงเทพมหานคร: ภูมิบัณฑิตการพิมพ์.
- ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. (2554). **หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 ภาคเรียนที่ 1**. กรุงเทพมหานคร: แม็ค.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2552). **หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2554). **หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สมัย เหล่าวานิชย์. (ม.ป.ป.). **ตลุยคลังข้อสอบคณิตศาสตร์ O-NET ม.6**. กรุงเทพมหานคร: อมรการพิมพ์.
- สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวานิชย์. (ม.ป.ป.). **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 6**. นนทบุรี: ไทยเนรมิตกิจ อินเตอร์ โปรเกรสซิฟ.
- สำราญ มีแจ้ง, รังสรรค์ มณีเล็ก และประทุมพร ศรีวัฒนกุล. (2549). **คณิตศาสตร์ ม.5 สมบูรณ์แบบ เล่ม 1**. กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช.

ภาคผนวก

เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ข้อ	คำตอบ
1	ค
2	ง
3	ง
4	ก
5	ค
6	ค
7	ก
8	ง
9	ข
10	ง

ผมตอบถูกครับเพื่อน ๆ





เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.1.1

คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดต่อไปนี้ (10 คะแนน)

1. 3, 7, 11, 15, 19

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่กับลำดับที่ของพจน์ ดังนี้

$$\text{พจน์ที่ 1 คือ } a_1 = 3 = 4-1 = 4(1)-1$$

$$\text{พจน์ที่ 2 คือ } a_2 = 7 = 4+4-1 = 4(2)-1$$

$$\text{พจน์ที่ 3 คือ } a_3 = 11 = 4+4+4-1 = 4(3)-1$$

$$\text{พจน์ที่ 4 คือ } a_4 = 15 = 4+4+4+4-1 = 4(4)-1$$

$$\text{พจน์ที่ 5 คือ } a_5 = 19 = 4+4+4+4+4-1 = 4(5)-1$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = 4n-1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. 10, 7, 4, 1, -2

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่กับลำดับที่ของพจน์ ดังนี้

$$\text{พจน์ที่ 1 คือ } a_1 = 10 = (-3)+13 = (-3)(1)+13$$

$$\text{พจน์ที่ 2 คือ } a_2 = 7 = (-3)+(-3)+13 = (-3)(2)+13$$

$$\text{พจน์ที่ 3 คือ } a_3 = 4 = (-3)+(-3)+(-3)+13 = (-3)(3)+13$$

$$\text{พจน์ที่ 4 คือ } a_4 = 1 = (-3)+(-3)+(-3)+(-3)+13 = (-3)(4)+13$$

$$\text{พจน์ที่ 5 คือ } a_5 = -2 = (-3)+(-3)+(-3)+(-3)+(-3)+13 = (-3)(5)+13$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = -3n+13=13-3n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

3. 3, 9, 27, 81, 243

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่กับลำดับที่ของพจน์ ดังนี้

$$\text{พจน์ที่ 1 คือ } a_1 = 3 = 3^1$$

$$\text{พจน์ที่ 2 คือ } a_2 = 9 = 3^2$$

$$\text{พจน์ที่ 3 คือ } a_3 = 27 = 3^3$$

$$\text{พจน์ที่ 4 คือ } a_4 = 81 = 3^4$$

$$\text{พจน์ที่ 5 คือ } a_5 = 243 = 3^5$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = 3^n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

4. 128, 64, 32, 16, 8

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่กับลำดับที่ของพจน์ ดังนี้

พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 128 = 2^7 = 2^{-1+8}$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 64 = 2^6 = 2^{-2+8}$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 32 = 2^5 = 2^{-3+8}$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 16 = 2^4 = 2^{-4+8}$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 8 = 2^3 = 2^{-5+8}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = 2^{-n+8} = 2^{8-n}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

5. 5, 0.5, 0.05, 0.005, 0.0005

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ที่กับลำดับที่ของพจน์ ดังนี้

พจน์ที่ 1 คือ $a_1 = 5 = \frac{5}{1} = \frac{5}{10^0} = \frac{5}{10^{1-1}}$

พจน์ที่ 2 คือ $a_2 = 0.5 = \frac{5}{10} = \frac{5}{10^1} = \frac{5}{10^{2-1}}$

พจน์ที่ 3 คือ $a_3 = 0.05 = \frac{5}{100} = \frac{5}{10^2} = \frac{5}{10^{3-1}}$

พจน์ที่ 4 คือ $a_4 = 0.005 = \frac{5}{1,000} = \frac{5}{10^3} = \frac{5}{10^{4-1}}$

พจน์ที่ 5 คือ $a_5 = 0.0005 = \frac{5}{10,000} = \frac{5}{10^4} = \frac{5}{10^{5-1}}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ $a_n = \frac{5}{10^{n-1}}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.1.2

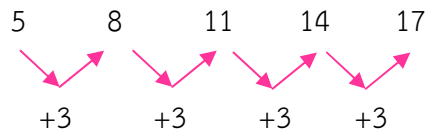
คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้ (20 คะแนน)

1. 5, 8, 11, 14, 17, ...

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 5, 8, 11, 14, 17, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 3

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

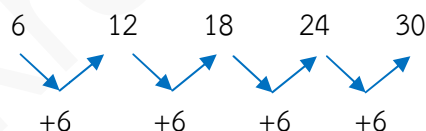
พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	5	8	11	14	17
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	3+2	6+2	9+2	12+2	15+2
	$(3 \times 1) + 2$	$(3 \times 2) + 2$	$(3 \times 3) + 2$	$(3 \times 4) + 2$	$(3 \times 5) + 2$

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = 3n + 2$

2. 6, 12, 18, 24, 30, ...

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 6, 12, 18, 24, 30, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 6

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	6	12	18	24	30
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	6x1	6x2	6x3	6x4	6x5

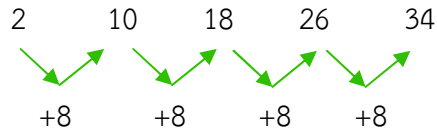
จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = 6n$



3. 2, 10, 18, 26, 34, ...

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 2, 10, 18, 26, 34, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 8

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

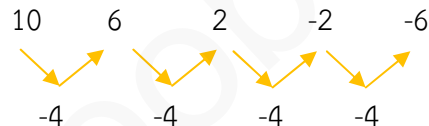
พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	2	10	18	26	34
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	8-6	16-6	24-6	32-6	40-6
	$(8 \times 1) - 6$	$(8 \times 2) - 6$	$(8 \times 3) - 6$	$(8 \times 4) - 6$	$(8 \times 5) - 6$

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = 8n - 6$

4. 10, 6, 2, -2, -6, ...

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 10, 6, 2, -2, -6, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะน้อยกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 4

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	10	6	2	-2	-6
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	-4+14	-8+14	-12+14	-16+14	-20+14
	$(-4)(1)+14$	$(-4)(2)+14$	$(-4)(3)+14$	$(-4)(4)+14$	$(-4)(5)+14$

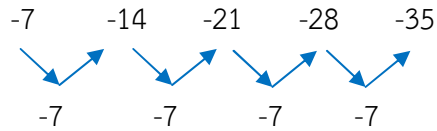
จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = -4n + 14 = 14 - 4n$



5. -7, -14, -21, -28, -35, ...

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ -7, -14, -21, -28, -35, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะน้อยกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 7

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

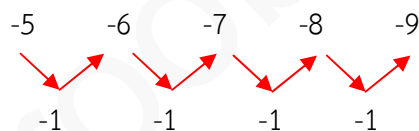
พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	-7	-14	-21	-28	-35
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	$(-7) \times 1$	$(-7) \times 2$	$(-7) \times 3$	$(-7) \times 4$	$(-7) \times 5$

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = -7n$

6. -5, -6, -7, -8, -9, ...

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ -5, -6, -7, -8, -9, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะน้อยกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 1

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	-5	-6	-7	-8	-9
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	$-1-4$	$-2-4$	$-3-4$	$-4-4$	$-5-4$

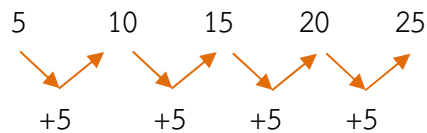
จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = -n-4$



7. $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \dots$

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \dots$

พิจารณาจำนวนที่เป็นตัวส่วนพบว่า



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวส่วน

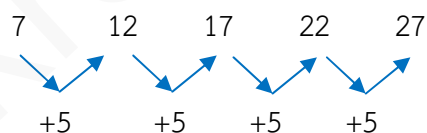
พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	5	10	15	20	25
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	5×1	5×2	5×3	5×4	5×5

จะได้ พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = \frac{1}{5n}$

8. $\frac{1}{7}, \frac{1}{12}, \frac{1}{17}, \frac{1}{22}, \frac{1}{27}, \dots$

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ $\frac{1}{7}, \frac{1}{12}, \frac{1}{17}, \frac{1}{22}, \frac{1}{27}, \dots$

พิจารณาจำนวนที่เป็นตัวส่วนพบว่า



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวส่วน

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	7	12	17	22	27
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	5+2	10+2	15+2	20+2	25+2
	(5×1)+2	(5×2)+2	(5×3)+2	(5×4)+2	(5×5)+2

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวส่วนของพจน์ในลำดับ คือ $5n + 2$

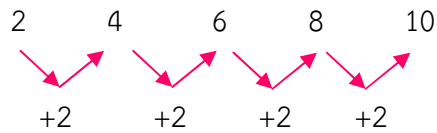
นั่นคือ $a_n = \frac{1}{5n + 2}$



9. $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{11}, \frac{10}{13}, \dots$

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวเศษในลำดับ $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{11}, \frac{10}{13}, \dots$

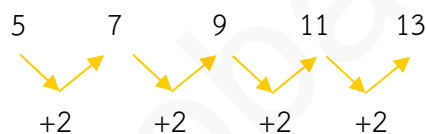


พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวเศษของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	2	4	6	8	10
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	2×1	2×2	2×3	2×4	2×5

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวเศษของพจน์ในลำดับ คือ $2n$

พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวส่วนในลำดับ $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{11}, \frac{10}{13}, \dots$



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวส่วนของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	5	7	9	11	13
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	$2+3$	$4+3$	$6+3$	$8+3$	$10+3$
	$(2 \times 1)+3$	$(2 \times 2)+3$	$(2 \times 3)+3$	$(2 \times 4)+3$	$(2 \times 5)+3$

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวส่วนของพจน์ในลำดับ คือ $2n + 3$

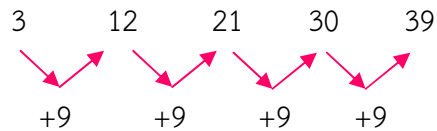
นั่นคือ $a_n = \frac{2n}{2n+3}$



10. $\frac{3}{7}, \frac{12}{11}, \frac{21}{15}, \frac{30}{19}, \frac{39}{23}, \dots$

วิธีทำ

พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวเลขในลำดับ $\frac{3}{7}, \frac{12}{11}, \frac{21}{15}, \frac{30}{19}, \frac{39}{23}, \dots$

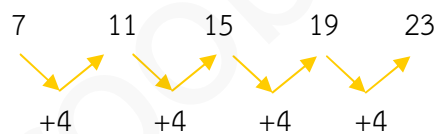


พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวเลขของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	3	12	21	30	39
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	9-6	18-6	27-6	36-6	45-6
	(9×1)-6	(9×2)-6	(9×3)-6	(9×4)-6	(9×5)-6

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวเลขของพจน์ในลำดับ คือ $9n-6$

พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวส่วนในลำดับ $\frac{3}{7}, \frac{12}{11}, \frac{21}{15}, \frac{30}{19}, \frac{39}{23}, \dots$



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับตัวส่วนของพจน์ในลำดับ

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	7	11	15	19	23
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	4+3	8+3	12+3	16+3	20+3
	(4×1)+3	(4×2)+3	(4×3)+3	(4×4)+3	(4×5)+3

จะได้ พจน์ทั่วไปของตัวส่วนของพจน์ในลำดับ คือ $4n + 3$

นั่นคือ $a_n = \frac{9n-6}{4n+3}$





เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.2.1

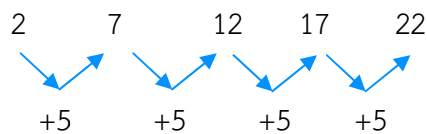
คำชี้แจง

ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้โดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม (10 คะแนน)

1. 2, 7, 12, 17, 22, ...

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัวเท่ากับ 5

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้

$$a_1 = a + b = 2 \quad \text{.....(1)}$$

$$a_2 = 2a + b = 7 \quad \text{.....(2)}$$

$$a_3 = 3a + b = 12 \quad \text{.....(3)}$$

$$a_4 = 4a + b = 17 \quad \text{.....(4)}$$

$$a_5 = 5a + b = 22 \quad \text{.....(5)}$$

$$(2) - (1) \text{ จะได้ } (2a + b) - (a + b) = 7 - 2$$

$$2a + b - a - b = 5$$

$$a = 5$$

แทนค่า $a = 5$ ใน (3) จะได้

$$3(5) + b = 12$$

$$15 + b = 12$$

$$b = -3$$

$$\text{จาก } a_n = an + b$$

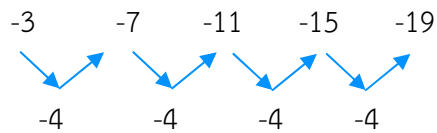
$$\text{ดังนั้น } a_n = 5n - 3$$



2. -3, -7, -11, -15, -19, ...

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัวเท่ากับ -4

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้

$$a_1 = a + b = -3 \quad \text{.....(1)}$$

$$a_2 = 2a + b = -7 \quad \text{.....(2)}$$

$$a_3 = 3a + b = -11 \quad \text{.....(3)}$$

$$a_4 = 4a + b = -15 \quad \text{.....(4)}$$

$$a_5 = 5a + b = -19 \quad \text{.....(5)}$$

$$(2) - (1) \text{ จะได้ } (2a + b) - (a + b) = -7 - (-3)$$

$$2a + b - a - b = -4$$

$$a = -4$$

แทนค่า $a = -4$ ใน (3) จะได้

$$3(-4) + b = -11$$

$$-12 + b = -11$$

$$b = 1$$

$$\text{จาก } a_n = an + b$$

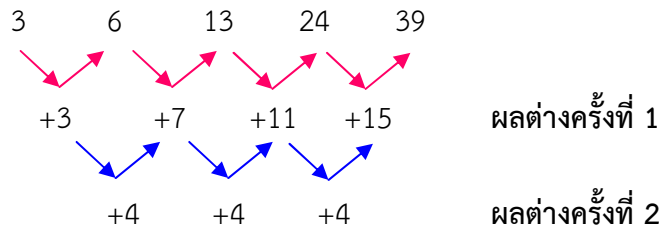
$$\text{ดังนั้น } a_n = -4n + 1 \text{ หรือ } a_n = 1 - 4n$$



3. 3, 6, 13, 24, 39, ...

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 เป็นค่าคงตัว และมีค่าเท่ากับ 4
ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$
แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้

$$a_1 = a + b + c = 3 \quad \text{.....(1)}$$

$$a_2 = 4a + 2b + c = 6 \quad \text{.....(2)}$$

$$a_3 = 9a + 3b + c = 13 \quad \text{.....(3)}$$

$$a_4 = 16a + 4b + c = 24 \quad \text{.....(4)}$$

$$a_5 = 25a + 5b + c = 39 \quad \text{.....(5)}$$

$$\begin{aligned} (2)-(1) \text{ จะได้ } (4a + 2b + c) - (a + b + c) &= 6 - 3 \\ 4a + 2b + c - a - b - c &= 3 \\ 3a + b &= 3 \quad \text{.....(6)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4)-(3) \text{ จะได้ } (16a + 4b + c) - (9a + 3b + c) &= 24 - 13 \\ 16a + 4b + c - 9a - 3b - c &= 11 \\ 7a + b &= 11 \quad \text{.....(7)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7)-(6) \text{ จะได้ } (7a + b) - (3a + b) &= 11 - 3 \\ 7a + b - 3a - b &= 8 \\ 4a &= 8 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } a = 2 \text{ ใน (6) จะได้ } 3(2) + b &= 3 \\ 6 + b &= 3 \\ b &= -3 \end{aligned}$$

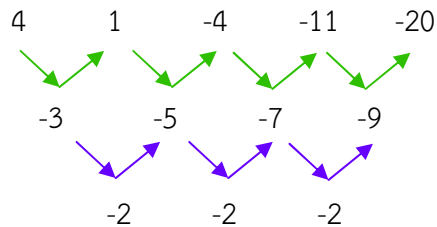
$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } a = 2, b = -3 \text{ ใน (1) จะได้ } 2+(-3)+c &= 3 \\ -1 + c &= 3 \\ c &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } a_n &= an^2 + bn + c \\ \text{ดังนั้น } a_n &= 2n^2 - 3n + 4 \end{aligned}$$



4. 4, 1, -4, -11, -20, ...

วิธีทำ จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



ผลต่างครั้งที่ 1

ผลต่างครั้งที่ 2

จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 เป็นค่าคงตัว และมีค่าเท่ากับ -2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้

$$a_1 = a + b + c = 4 \quad \text{.....(1)}$$

$$a_2 = 4a + 2b + c = 1 \quad \text{.....(2)}$$

$$a_3 = 9a + 3b + c = -4 \quad \text{.....(3)}$$

$$a_4 = 16a + 4b + c = -11 \quad \text{.....(4)}$$

$$a_5 = 25a + 5b + c = -20 \quad \text{.....(5)}$$

$$\begin{aligned} (2)-(1) \text{ จะได้ } (4a + 2b + c) - (a + b + c) &= 1 - 4 \\ 4a + 2b + c - a - b - c &= -3 \\ 3a + b &= -3 \quad \text{.....(6)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4)-(3) \text{ จะได้ } (16a + 4b + c) - (9a + 3b + c) &= -11 - (-4) \\ 16a + 4b + c - 9a - 3b - c &= -7 \\ 7a + b &= -7 \quad \text{.....(7)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7)-(6) \text{ จะได้ } (7a + b) - (3a + b) &= -7 - (-3) \\ 7a + b - 3a - b &= -4 \\ 4a &= -4 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } a = -1 \text{ ใน (6) จะได้ } 3(-1) + b &= -3 \\ -3 + b &= -3 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } a = -1, b = 0 \text{ ใน (1) จะได้ } (-1) + 0 + c &= 4 \\ -1 + c &= 4 \\ c &= 5 \end{aligned}$$

$$\text{จาก } a_n = an^2 + bn + c$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } a_n &= (-1)n^2 - (0)n + 5 \\ &= -n^2 + 5 \text{ หรือ } 5 - n^2 \end{aligned}$$



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
เล่มที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ข้อ	คำตอบ
1	ข
2	ข
3	ก
4	ค
5	ง
6	ค
7	ข
8	ง
9	ข
10	ก

