

## เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม? วิชาที่คนไม่เข้าใจ

🕒 นำเสนอเมื่อ 19 ม.ค. 2561

### เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม? วิชาที่คนไม่เข้าใจ

โดย Dr. Robert H. Lewis ศาสตราจารย์สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย Fordham

ต้นฉบับ [https://www.fordham.edu/info/20603/what\\_math](https://www.fordham.edu/info/20603/what_math)

แปลโดย **ทีพานิส ชาชิโย** ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

#### ทำไมคนเข้าใจผิด เกี่ยวกับคณิตศาสตร์?

ความเข้าใจผิดอย่างมากเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในหมู่นักศึกษา คือเข้าใจว่า คณิตศาสตร์เกี่ยวกับสูตร หรือการคำนวณหาผลลัพธ์ เป็นความรู้สึกที่ทึบทักเอาเองของคนทั่วไปว่า คณิตศาสตร์ ก็คือ กฎตายตัวจำนวนหนึ่ง ตั้งขึ้นโดยใครหรือเพื่ออะไรก็ไม่ทราบ และหน้าที่ของนักเรียนคือ ต้อง ท่อง กฎ เหล่านี้ นักเรียนคงคิดว่าในอนาคต เมื่อเขาทำงานในออฟฟิศ หัวหน้าแผนกจะเดินเข้ามาแล้วบอก “ด่วนเลย! สมการกำลังสอง มีว้ายังไง?” หรือ “เร็วๆเขา! บอกมา! อนุพันธ์ของ  $3x^2-6x+7$  ได้เท่าไร?” เปลาเลย นายจางไม่เคย ทำอย่างนั้น

#### คณิตศาสตร์ที่จริงเป็นอย่างไร?

คณิตศาสตร์ไม่เกี่ยวกับ คำตอบสุดท้าย แต่ “กระบวนการ” ต่างหาก ที่สำคัญ ผู้เขียนจะขอยกตัวอย่างเปรียบเทียบ เพื่อแสดงให้เห็นต้นตอของปัญหาความเข้าใจผิด และอธิบายให้เห็นว่า คณิตศาสตร์แท้จริงคืออะไร ตัวอย่างเหล่านี้แม้ไม่สมบูรณ์แบบ แต่ก็สื่อสารแนวคิดได้ดีพอสมควร

#### นั่งร้าน

เมื่อก่อสร้างอาคาร ช่างจะประกอบโครงเหล็กเรียกว่า “นั่งร้าน” ขึ้นมาก่อน แล้วคุณงานก็อาศัยนั่งร้านในการเดิน หรือวางเครื่องมือเครื่องมือขณะสร้างตึก นั่งร้าน ไม่ใช่สิ่งมีค่าหรือสิ่งที่ต้องสร้างตามสัญญาของโครงการ คงเป็นเรื่องประหลาดที่จะทำเพียง “นั่งร้าน” แล้วถือว่าเสร็จสิ้นโครงการโดยสมบูรณ์

แต่นั้นก็เป็นวัฒนธรรมที่ทำกันในห้องเรียนมัธยม นักเรียนท่องสูตรและวิธีการคำนวณ เรียงกลไกการแกโจทย์บางประเภทหรือการหาอนุพันธ์ แต่ทั้งหลายเหล่านี้ เป็นเพียง “นั่งราน!” ก็ถูกต้อง ที่ว่ามันมีประโยชน์ ก็เหมือนกับนั่งรานที่ข้างตอมโซสอยขณะสร้างตึก แต่โดยตัว มัน เอง แล้วยังไม่ใช่ตัวตึกที่จะต้องสร้างขึ้น

ตัวตึกที่แท้จริง ในวิชาคณิตศาสตร์ คือ “ความเข้าใจ” ความสามารถที่จะคิด รับรู้ และวิเคราะห์เป็นขั้นเป็นตอน

## ซ้อมแข่งนัดยิ่งใหญ่

นักกีฬาเมื่ออาชีพใช้เวลาจำนวนมากในการฝึก ในโรงยิม โดยอาศัยเครื่องมือฝึกซ้อมหลายชิ้น ยังมีการจ้างครูฝึก เพื่อแนะนำหรือจัดตารางการฝึกซ้อมให้นักกีฬา ซ้อมวิ่งบนสายพานเป็นชั่วโมง ทำไปทำไม? “วิ่งบนสายพาน” เกี่ยวอะไรกับ กีฬาที่ต้องลงแข่ง? (เช่น บาสเกตบอล)

จินตนาการ เกมบาสเกตบอลชิงแชมป์ NBA แต้มเสมอกัน หยุดเวลาในช่วงพัก ความกดดันทั้งสองทีมพุ่งสูงขึ้น และแล้วโค้ชก็ตะไหลดนุกกีฬาตัวเด่นของทีมแล้วบอกว่า “เอานี้นะ ไม่เคล็ด วัตกันตรงนี้! คุณรู้อะไรจะทำยังไง?” ไม่เคล็ดตอบ “โอเคครับ เอาเครื่องวิ่งสายพานออกมาได้เลย!!!”

555+ คงไม่ใช่อย่างนั้น แล้วเสียเวลาไปตั้งนาน กับสายพานวิ่งทำไม? เมื่อไม่มีสายพานในการแข่งขันจริงรู้สึกเหนื่อย ถือเป็นการซ้อมที่เสียเวลา? ครูฝึกทั้งหลายลวนเสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์? ที่จริงไม่ใช่อย่างนั้น (หากซ้อมถูกวิธี) การวิ่งบนสายพานได้สร้างสิ่งที่มีคุณค่าขึ้นมา คือความอดทนและประสิทธิภาพในการหายใจของนักกีฬา คุณสมบัติเหล่านี้มีความสำคัญในการแข่ง แม้มันไม่เกี่ยวข้องโดยตรงกับบาสเกตบอล วิชาคณิตศาสตร์ ก็เช่นเดียวกัน มันก็สร้างสิ่งที่มีคุณค่าขึ้นมา คือ ความสามารถในการคิด

## นักปาร์ตี้อันไม่เป็นมิตร

ตอนอยู่ป.๑ ผู้เขียนได้เรียนเกี่ยวกับ มานะ มานี ชูใจ บทเรียนง่ายๆหลายประโยค เช่น “มานี มี ตา” มานะและมานียังมีสุนัขตัวหนึ่ง ชื่อ “เจ้าโต”

แล้วเกี่ยวอะไรกับคณิตศาสตร์? คืออย่างนี้ บางครั้งผู้เขียนเจอคนในงานปาร์ตี้ ที่ต่อมาทราบว่าผมเป็นศาสตราจารย์ทางคณิตศาสตร์ แล้วเขาก็แสดงท่าที่ไม่เป็นมิตร บางคนบอกว่า “เคยต้องท่องสูตร ‘สมการกำลังสอง’ ในโรงเรียน จากนั้นไม่เคยใช้อีกเลย ลืมสูตรไปเรียบร้อย เสียเวลาที่สุด แล้วคุณต้องไขมันทำอย่างอื่นอีกมั๊ย นอกจากแค่อามาสอนนะ?”

ผมก็อยากตอบว่า “เปล่า ไม่เคยใช้ ไม่เคยใช้แล้วไง?” ที่จริงแล้ว ในฐานะนักคณิตศาสตร์และโปรแกรมเมอร์ ผมเคยไขมันอยู่ แต่บ่อยครั้งมาก อย่างไรก็ตาม วิธีตอบที่ดีที่สุดคือ “เปล่า ไม่เคยใช้ ไม่เคยใช้แล้วไง?” ซึ่งก็ไม่ได้ต้องการ ยิววนชวนทะเลาะแถมแน่นอน

นี่ถ้าผมเป็นครูป.๑ จะมีคนมาต่อว่า? “ตั้งนานแล้วจำไม่ได้เลยว่ามานะมานี มีสุนัขชื่ออะไร? จริงๆแล้วไม่เคยไขข้อมูลในหนังสือมานะมานี เลยสักครั้ง คุณครูทำให้เด็ก 6 ขวบต้องเสียเวลาไปกับเรื่องเหล่านี้”

ไม่มีทาง คนทั่วไปคงไม่ต่อว่าคุณครูประถมอย่างนั้น เพราะอะไร? เพราะเป็นที่เข้าใจว่า รายละเอียดของเรื่องราวไม่ใช่สาระของการเรียน สาระอยู่ที่ “การหัดอ่าน”

การอ่านออกจะเปิดประตูโลกกว้างและความเข้าใจทั้งหลายที่รออยู่ คณิตศาสตร์ก็เช่นกัน นี่ถ้า  
นักปราชญ์คนนั้นมีครูคณิตศาสตร์ที่ดีหน่อย เขาคงเข้าใจไปแล้วว่า สารของการเรียนสูตรคณิตศาสตร์  
นั้นคืออะไร

[เพิ่มเติม 4 มกราคม 2554] ประเด็นของ ความจำ-กับ-ความเข้าใจ  
เกิดขึ้นบ่อยครั้งในห้องเรียนคณิตศาสตร์ บางครั้งในวิชาแคลคูลัส ผมมีนักศึกษาที่ต้องการให้บอกแล้วว่า  
ต้องท่องอะไร โดยไม่สนใจทำความเข้าใจกับมัน เหมือนกับ เด็กป.๑ที่ไม่ต้องการอ่านหนังสือให้ออก  
ขอจำชื่อนองหมาของมานะมานี้เด ก็พอใจ

## ครูเปย์โนใจดี

สมมุติครูสอนเปย์โนมีไอเดียทำให้การเรียนเปย์โน “ง่ายขึ้น” โดยใช้สไลด์ให้นักเรียนไว้  
นักเรียนไม่ได้ยินเสียงอะไร จึงไม่ออกแวก! แลวนักเรียนก็นั่งอยู่หน้าเปย์โน ถูกส่งให้กดปุ่ม  
ตามลำดับที่ถูกตอง เป็นการท่องลำดับโน้ต A, B, C, ฯลฯ  
ต้องท่องสัญลักษณ์แปลกๆพร้อมวิธีจดลงกระดาษตามรูปแบบ โดยทั้งหมดนี้  
นักเรียนไม่ได้ยินเสียงอะไรเลย ไม่มีเสียงดนตรี สวนคุณครูนั้นด้วยความปรารถนาดี  
มองว่ากำลังช่วยนักเรียนไม่ให้ออกแวกเสียสมาธิจากเสียงที่เกิดขึ้น

เป็นสถานการณ์สมมุติที่น่าขบขัน บทเรียนแบบนี้คงทรงมานเด็กไม่น้อย  
คุณครูดนตรีไม่มีทางทำอย่างนั้น เพราะหากตัดเสียงออกไป มันคงขาดหัวใจและวิญญาณของ “ดนตรี”  
แต่ที่นี่ กลับเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในห้องเรียนคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมสวนใหญ่ มาตลอด 25  
ปีที่ผานมา ด้วยเหตุผลบางอย่าง นักเรียนถูกห้ามมิให้สัมผัสกับหัวใจและวิญญาณของคณิตศาสตร์  
เพียงได้รับอนุญาตให้เรียนแค่เปลือกของมัน ยกตัวอย่างวิชาเรขาคณิตยุคปรับปรุงใหม่ ที่  
การพิสูจน์ทฤษฎีบท ถูกดึงออกหรือลดความสำคัญลง คุณครูอาจมองว่าใจดีกับนักเรียน หรือบางที  
คุณครูท่านยังไม่เข้าใจ ว่าคณิตศาสตร์ คืออะไร?

## ฝันให้ไกล

นานมาแล้วผมเป็นนักศึกษา ป.โท สมัยนั้นแพชชันการอดทนกระชับได้สัดส่วนกำลังมาแรง  
หมอตานหนึ่งชื่อ คูเปอร์ เขียนหนังสือเกี่ยวกับ แอโรบิก  
ซึ่งอธิบายตารางเวลาการออกกำลังกายเพื่อให้ร่างกายเผาผลาญอย่างมีประสิทธิภาพ  
ทำให้หลอดเลือดและหัวใจทำงานได้ดี ทำได้หมด ตั้งแต่ เดิน วิ่ง ว่ายน้ำ ปีนบันได หรือวิ่งอยู่กับที่  
ในแต่ละกิจกรรมคุณหมอมีตารางเวลาให้แต่ละอาทิตย์ เป้าหมายคือ ทำตามแผนจนได้ “30 แดม  
ต่อสัปดาห์” ในแผนทั้งหมด 12 สัปดาห์รวมกัน

เนื่องจากเป็นฤดูหนาว บ้านผมก็มีหิมะตกเยาะ ผมเลือกกิจกรรม วิ่งอยู่กับที่  
โดยหาแผนรองเท้า และทุกๆวัน ผมจะทำตามตารางเวลาในหนังสือ วิ่งอยู่กับที่ ตาก็มองดูทีวี ฝันไว้ว่า  
เมื่อฤดูใบไม้ผลิมาถึง จะออกไปวิ่งข้างนอกให้ได้ 1 ไมล์ในเวลา 8 นาที ซึ่งตามหนังสือ  
บอกวาทียบเท่ากับคาร์ดิโอ “30 แดม” ของการออกกำลังกายเพื่อให้หัวใจแข็งแรง

และแล้วฤดูใบไม้ผลิก็มาถึง ผมออกมาย่างนอก เริ่มวิ่งเยาะๆ แล้วภายใน 1 นาที  
ก็เริ่มรู้สึกหนาวมึน! คนอื่นๆข้างนอกเขาไปไกลแล้ว ผมพยายามตามให้ทัน แต่แล้วก็หอบเฮือกๆ  
หายใจแทบไม่ทัน วิ่งไปแค่ครึ่งไมล์ผมก็ต้องเลิก ยอมรับว่าผิดหวังมาก เอ การฝึกซ้อมมันผิดตรงไหน  
ผมดาทาคูคุณหมอคูเปอร์และหนังสือผีบาเลนนั้น

แล้วผมก็เข้าใจ ในรายละเอียดของหนังสือบอกว่า การวิ่งอยู่กับที่ ต้องยกเท้าให้สูงว่า 10  
นิ้ว ก็ฝึกมาทั้งหมด ผมไม่เคยใส่ใจตรงนี้เลย ลองให้คนมาดูขณะผมวิ่งอยู่กับที่ ก็จริง  
เท้ายกสูงขึ้นเพียงนิดเดียว ไม่นา! ผมถึงลมเหลว รู้สึกผิดหวังมาก จนหยุดออกกำลังกายไปหลายปี

เกี่ยวอะไรกับคณิตศาสตร์? เกี่ยวกันอย่างมาก หากไม่มีบททดสอบที่จริงจัง (กรณีของผมคือ วิ่งจริงๆ ขางนอก) มันง่ายที่จะหลอกตัวเองว่า ทักษะจะพัฒนาขึ้นมาขึ้น หากเพียงทำตามบทเรียนที่แม่หวังดี แต่ก็ผิวเผิน มันง่ายที่จะทำพลาดแต่กลับรู้สึกไปเองว่า มีความมั่นใจ แล้วเมื่อบททดสอบบนสนามจริงมาถึง ภาพลวงตาของความมั่นใจจะแตกเป็นชิ้นๆอย่างน่าเวทนา รู้สึกเหมือนถูกหลอก แล้วก็ไปพาลหาเรื่อง คนสอน คนแต่งหนังสือ

“บททดสอบที่แท้จริง” ที่ผมพูดถึง คือตอนที่นักเรียนมัธยมพบกับเนื้อหาในมหาวิทยาลัย คุณภาพการศึกษาของเรา กำลังล่าหลัง จีน อินเดีย หรือญี่ปุ่นมากขึ้นเรื่อยๆ, เกณฑ์การทดสอบจะต้องเข้มข้นขึ้น และต้องไม่ใช่เกณฑ์ที่ดีแต่ผิวเผิน แต่ต้องเป็นเครื่องมือวัดที่บอกคุณภาพได้อย่างตรงไปตรงมา

## การศึกษาที่ไร้เดียงสา

ในสงครามโลกครั้งที่ 2 กลางมหาสมุทรแปซิฟิก กองทัพอเมริกันต้องค่อยๆเคลื่อนพลจากหมู่เกาะหนึ่ง ไปยังหมู่เกาะหนึ่ง ค่อยๆบีบเข้าหาประเทศญี่ปุ่น และหมู่เกาะเหล่านี้ส่วนมาก มีชนเผ่าที่ไม่เคยพบกับโลกภายนอก ไม่เคยเห็นชาวตะวันตกมาก่อน บางที ดนตรระฆังของชนเผ่าเหล่านี้แล่นเรือหนีมาจากแผ่นดินทวีป อพยพมาอยู่บนเกาะ ทำให้ลูกหลานยังคงใช้ชีวิตติดอยู่บนเกาะมาหลายชั่วอายุคน ซึ่งเราคงพอเดาได้ถึงความตื่นเตนของชนเผ่าเหล่านี้เมื่อได้เห็น เรือรบขนาดใหญ่และกองทัพทหารที่กำลังสร้างอุปกรณ์วิทยุสื่อสารและฐานทัพอยุบนเกาะที่แต่เดิม เคยอาศัยอยู่อย่างสงบตลอดมา เครื่องบินและนักบิน ถูกมองว่าเป็นเทพเจ้า ดูเหมือนว่าพลทหารสื่อสารบนหอคอยบังคับการ ใช้ไมโครโฟนในการติดต่อกับ “เทพเจ้า” และทุกสิ่งทุกอย่างที่ถูกส่งมายังฐานทัพ เช่น วิทยุ สิ่งปลูกสร้าง อาหาร อาวุธ ฯลฯ ถูกเรียกรวมๆว่า “คาโก”

ทันใดนั้น สงครามยุติลง ชาวตะวันตกกลับออกไป ไม่มีเรือรบให้เห็นอีก ไม่มีเครื่องบินที่เหลื่ออยู่มีเพียงอาคารและเฟอร์นิเจอร์ร้าง แต่บางสิ่งที่น่าสนใจเกิดขึ้น ชนเผ่าบางคนมีแนวคิดว่าเขาสามารถเรียกเทพเจ้ากลับคืนมาได้ เพียงทำเลียนแบบสิ่งที่พลทหารสื่อสารคนนั้นเคยทำ ว่าแล้วชนเผ่าก็เข้าไปในอาคาร ตั้งลำไม้ไผ่สูงลิบลูขึ้นบนฟ้า ใสหกลายเสาดอากาศ เก็บเอากล่องกระดาษมาทำเป็น วิทยุ และลูกมะพร้าวที่ทำมาได้ แทนไมโครโฟน เขาพูดใส่ “ไมโครโฟน” อ่อนหวานให้เทพเจ้าบินกลับคืนมา แน่نونว่า ไม่มีอะไรบินกลับมา (ยกเว้นนักสังคมศาสตร์ที่เขามาทำวิจัยในภายหลัง!) พฤติกรรมเช่นนี้ของชนเผ่าในหมู่เกาะดังกล่าว ถูกเรียกขานว่า “ชนเผ่า คาโก”

เป็นเรื่องที่ฟังดูเศร้า บางทีน่าสงสาร หรือน่าขบขัน แต่เกี่ยวอะไรกันกับวิชาคณิตศาสตร์? ชนเผ่าในหมู่เกาะ ไม่สามารถแยกแยะ ระหว่างรูปลักษณะภายนอก และกลไกการทำงานที่แท้จริงภายใน ไม่ทราบเกี่ยวกับกระแสไฟฟ้า คลื่นวิทยุ หรือวิทยาศาสตร์การบิน ชนเผ่าเพียงเลียนแบบสิ่งที่เขาเห็น แคเปลือกนอก

ที่น่าเศร้าคือพฤติกรรมเดียวกันนี้ กำลังเกิดขึ้นกับระบบการศึกษาของประเทศเราในช่วง 25 ปีที่ผ่านมา แม่จะเต็มใจไปด้วยความหวังดี แต่นักการศึกษาผู้ไม่เข้าใจธรรมชาติที่แท้จริงของคณิตศาสตร์ เพียงเลียนแบบสิ่งที่เขาเห็นแคเปลือกนอก ผลที่เกิดขึ้นคือ “คณิตศาสตร์แบบชนเผ่าคาโก” เขาเรียกเทพเจ้า แต่ไม่มีอะไรบินกลับมา ทางแก้ปัญหา ไม่ใช่เรียกให้เสียงดังขึ้น! ไม่ใช่เอาไม้ไผ่มามากขึ้น (ตำราใหญ่ขึ้น หนัก 10 กิโลกรัม หรือเครื่องคิดเลขทันสมัยมากขึ้น) ทางออกทางเดียว ก็คือ ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์

## ลึบสนระหว่างการศึกษากับการฝึกฝน

“ฝึกฝน” คือเรียนรู้การใช้เครื่องกลึงโลหะ หรือกรอกใบเสียมภาชี คือการฝึกใช้เครื่องมือใช้ระบบที่ถูกออกแบบมาเพื่อให้ทำงานบางอย่าง หลายคนไปเรียนเอาใบอนุญาตควบคุมเครื่องจักรหรืออนุญาตให้ปฏิบัติงานบางอย่าง แล้วสามารถประกอบอาชีพในสาขานั้นๆ

“การศึกษา” นั้นไม่เหมือนกัน การศึกษาไม่จำเพาะเจาะจงอยู่กับเครื่องมืออะไร ไม่จำเพาะกับระบบ ทักษะ หรืออาชีพ การศึกษานั้นทั้งกว้างกว่า และลึกกว่าการฝึกฝน การศึกษาคือแว่นตาที่นักเรียนใช้มองเห็นโลกภายนอก แว่นตา ที่ทั้งซับซ้อน ล้ำลึก และเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา มันคือเครือข่ายของมโนคติที่ถูกผูกโยงด้วยแนวคิด ไม่ใช่ข้อเท็จจริง แนวคิดที่เชื่อมโยงกันเหล่านี้ จะประสานเสริม และสองสะท้อนกันและกัน การศึกษายังเป็นมากกว่านั้น เพราะมันเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา มันมีวิวัฒนาการ และปรับเปลี่ยนไปตามช่วงชีวิตของคน

แม้การศึกษาตั้งอยู่บนฐานของข้อเท็จจริง ของข้อมูล เหมือนบ้านที่ต้องประกอบกอนอิฐที่แข็งแรง แต่อาศัยเพียงข้อเท็จจริงมาสุ่มรวมกัน ไม่อาจเรียกว่าการศึกษา เหมือนกองอิฐมาสุ่มรวมกัน ก็ไม่อาจเรียกว่า บ้าน นั่นเอง

การศึกษา ไม่ใช่การเทความรู้ จากครูสู่นักเรียนเหมือนเทน้ำจากแก้วใบหนึ่ง ไปยังอีกใบหนึ่ง แต่มันคือ “การจุดเปลวไฟ” จากเทียนเล่มหนึ่ง ไปยังอีกหลายเล่มเป็นทอดๆ เทียนแต่ละเล่ม มีเชื้อเพลิงเป็นของตัวเอง มีอยู่แล้วในตัวเอง ครูที่แท้จริงสามารถจุดประกายความกระหายที่จะค้นหาความงามและความรู้ ให้เกิดขึ้นในใจของลูกศิษย์ ให้แต่ละคน ขับเคลื่อนประกายไฟไปข้างหน้า ด้วยเชื้อเพลิงที่มีอยู่แล้ว ในตัวเอง

ที่มา [sites.google.com/site/siamphysics/writings/what-is-mathematics](https://sites.google.com/site/siamphysics/writings/what-is-mathematics)